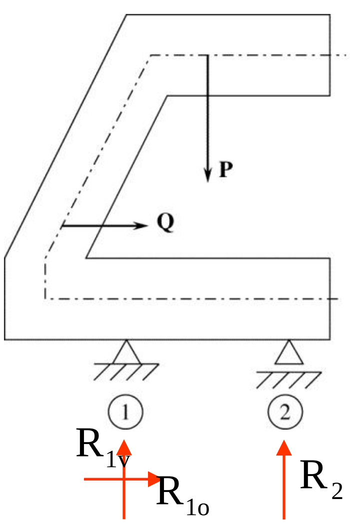
Azioni interne ai corpi

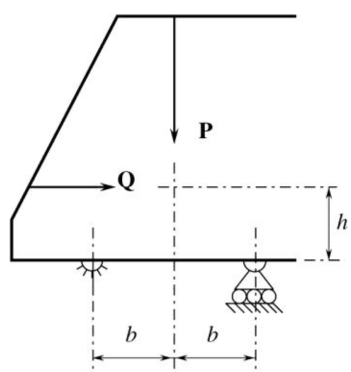
Oltre alla conoscenza delle azioni esplicate dai vincoli, risulta fondamentale quella degli sforzi trasmessi internamente, che possono determinare condizioni di criticità della struttura

Nel corso saranno considerate le azioni interne che si esplicano su elementi assimilabili a monodimensionali – ossia nei quali gli stati di sollecitazione e deformazione dipendono da una sola variabile (in genere un asse di riferimento)

Pertanto si lavora su sezioni – identificate dalla var. monodimensionale – per conoscere lo stato di sforzo di eseguono su di esse dei tagli, e si fa l'equilibrio delle due parti

Esempio





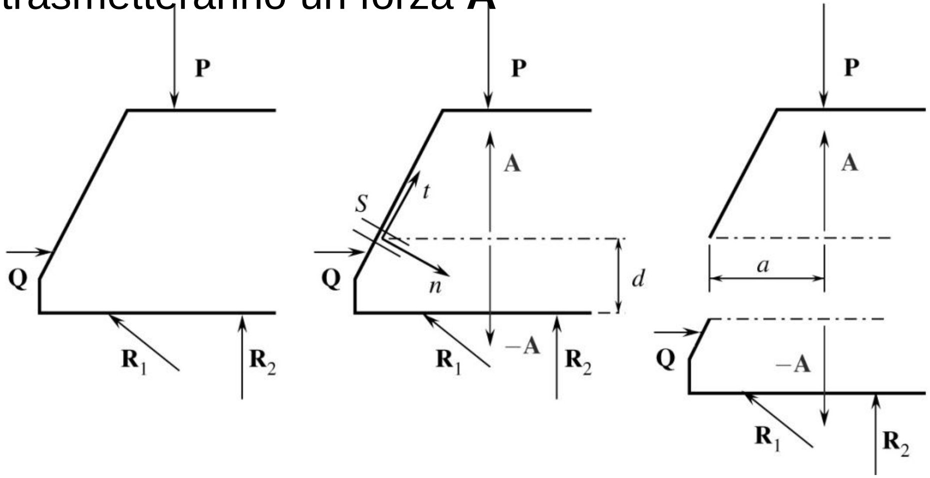
Le reazioni vincolari del sistema isostatico sono facili da trovare:

Eq. Rot. 1 $$R_2 2b - Pb - Qh = 0$$

$$R_2 = \frac{P}{2} + Q\frac{h}{2b}$$

$$\sum F = 0 \quad \begin{cases} R_{1v} = \dfrac{P}{2} - Q\dfrac{h}{2b} \\ R_{1o} = Q \end{cases}$$

Si taglia in S, e le due parti si trasmetteranno un forza **A**



Per l'eq. parte superiore $A_v = P$

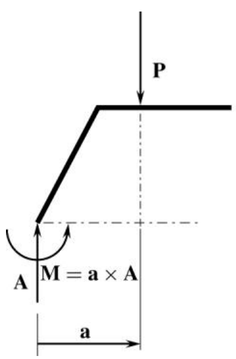
$A_o = 0$

Per l'eq. parte inferiore

$$R_{1v} + R_2 - A_v = 0 \Rightarrow A_v = P$$

$$R_{1o} - Q - A_o = 0 \Rightarrow A_o = 0$$

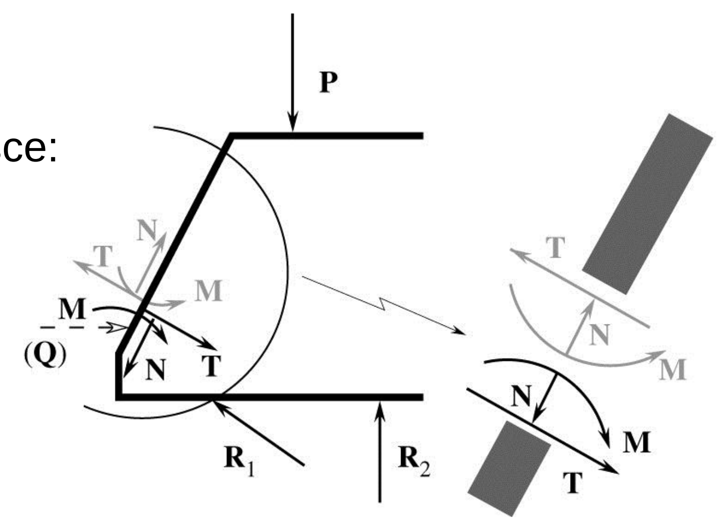
Le forze in S vengono considerate agenti lungo la linea d'asse, sul baricentro della sezione, pertanto occorre spostare la A in tale posizione, provocando un momento di trasporto



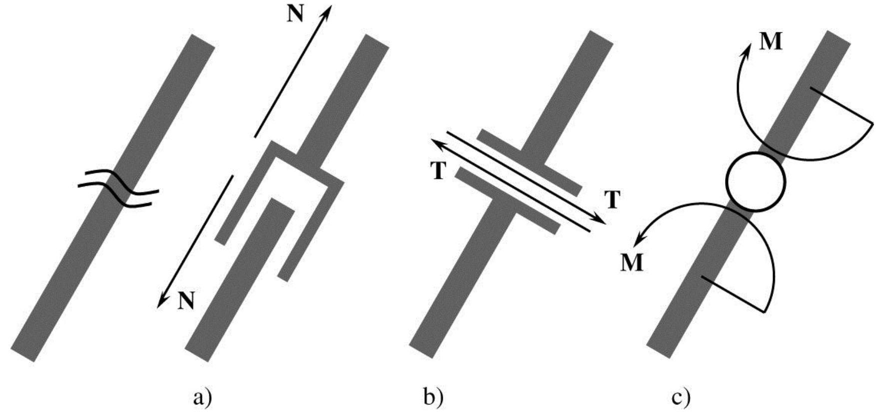
Inoltre la A viene scomposta secondo le due direzioni tangenti alla linea d'asse (*t)* e ortogonale ad essa (*n*)

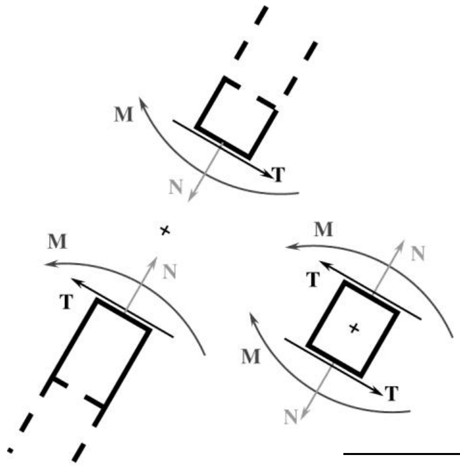
Il risultato di tale decomposizione fornisce:

- **N** forza normale all'asse
- **T** azione di taglio
- **M** momento flettente



In alternativa si può eliminare un GdL interno alla volta, ricavando la sola componente di forza svincolata





Oppure valutare le azioni sulle sezioni immediatamente "attigue" e sul resto della struttura

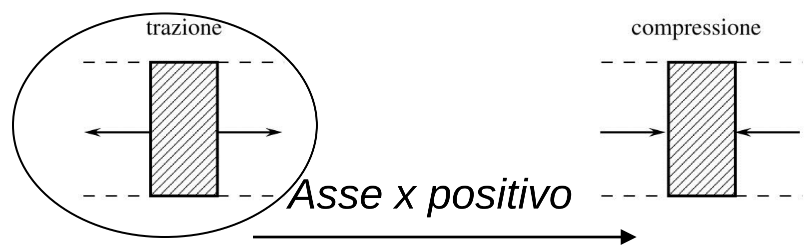
---

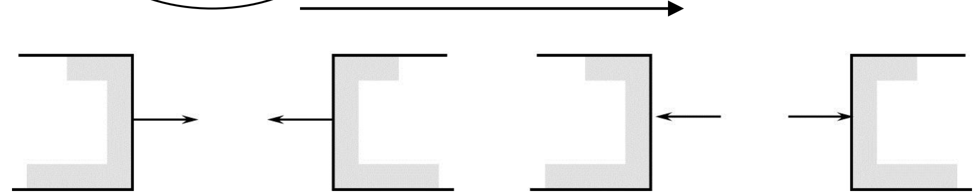
Il segno delle azioni interne va valutato con esattezza, in quanto può incidere sulle caratteristiche di resistenza (i.e. trazione o compressione)

In ogni caso ogni operazione di equilibrio è algebrica, quindi convenzioni differenti producono medesimi risultati

Sforzo normale

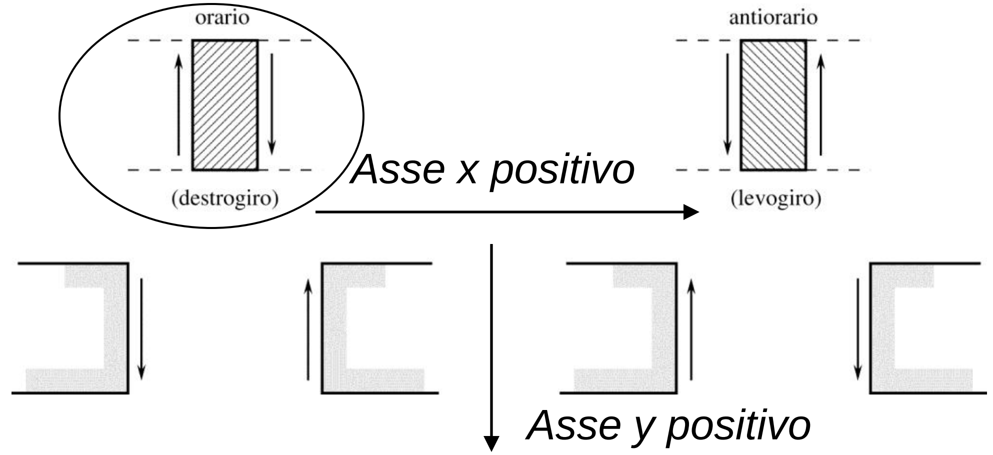
Sono assunte positive le azioni che provocano trazione





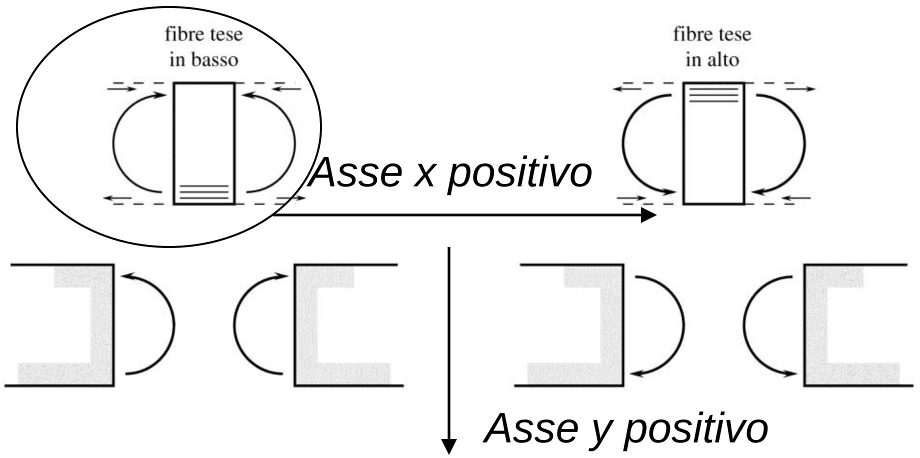
Taglio

In genere si sceglie il riferimento orario come positivo (l'asse z è entrante)

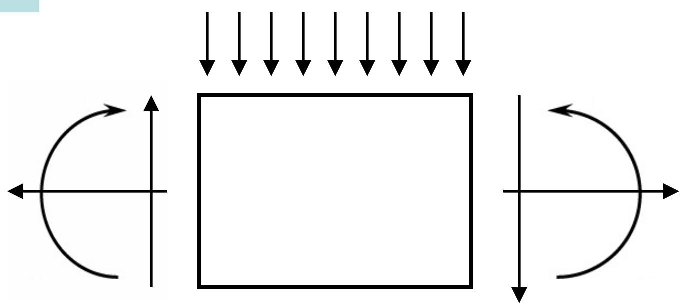


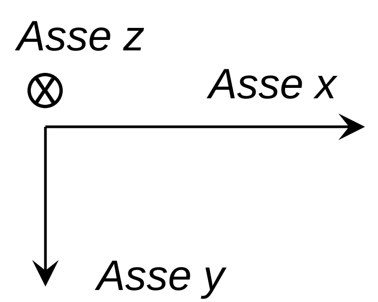
Momento flettente

In genere si sceglie il riferimento che tende le fibre tese in basso (in dir. y)

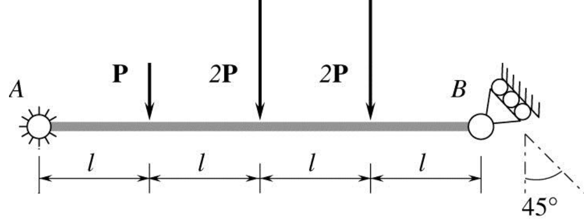


Complessivamente

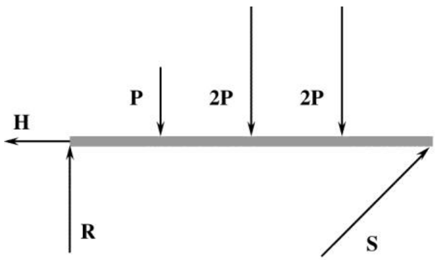


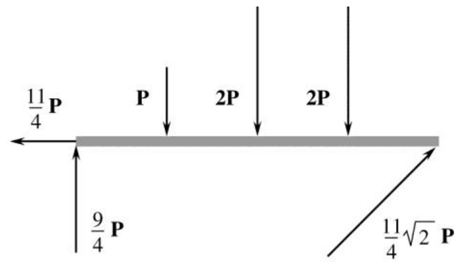


Esempio 1



Calcolo delle reazioni vincolari

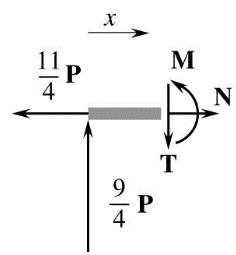




$$\sum M_B = 0 \Rightarrow R = \frac{9}{4}P$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow S = \frac{11}{4}\sqrt{2}P$$

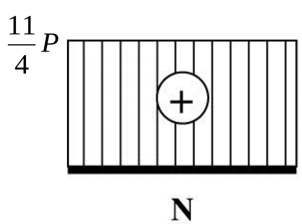
La struttura va tagliata ad una certa coordinata *x* *e si impone l'equilibrio a sinistra*

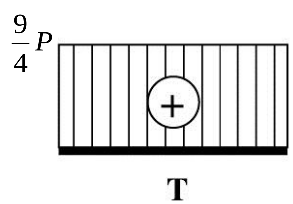


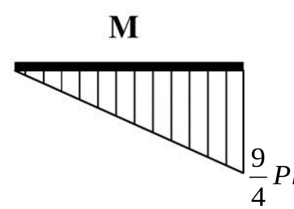
$$0 \leq x \leq l$$

$$N = \frac{11}{4}P; \qquad T = \frac{9}{4}P; \qquad M = \frac{9}{4}P\ x$$

La rappresentazione grafica convenzionale indica il segno di N e T direttamente sui diagrammi, mentre M viene posizionato sul lato delle fibre tese



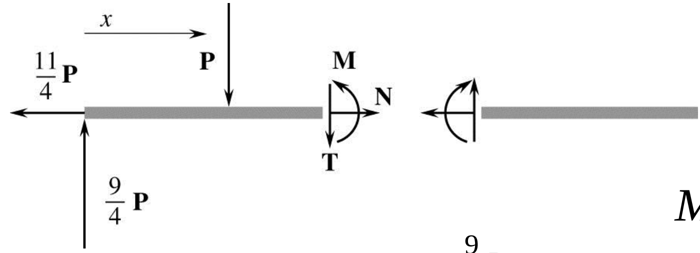




Fibre tese in basso

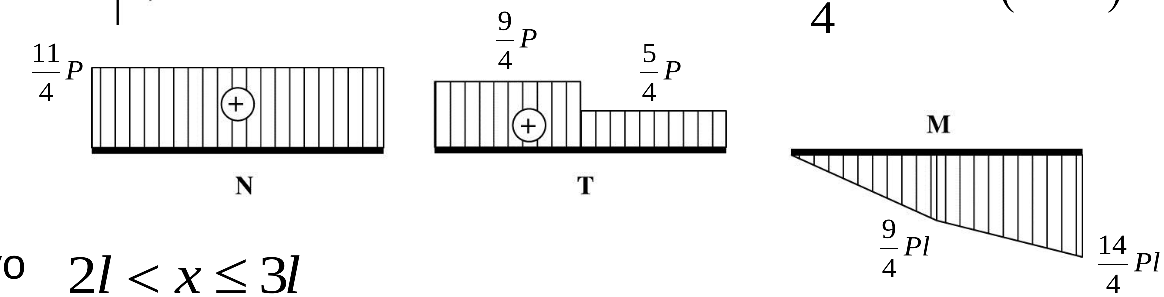
Per il tratto successivo

$$l < x \le 2l$$

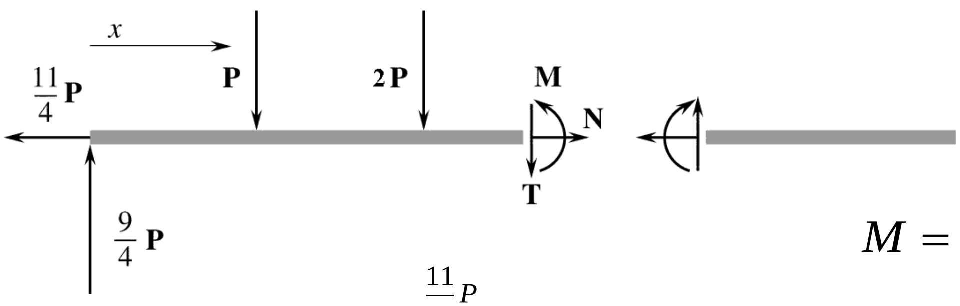


$$N = \frac{11}{4}P; \qquad T = \frac{9}{4}P - P = \frac{5}{4}P$$

$$M = \frac{9}{4}P\,x - P\left(x - l\right) = \frac{5}{4}P\,x + Pl$$

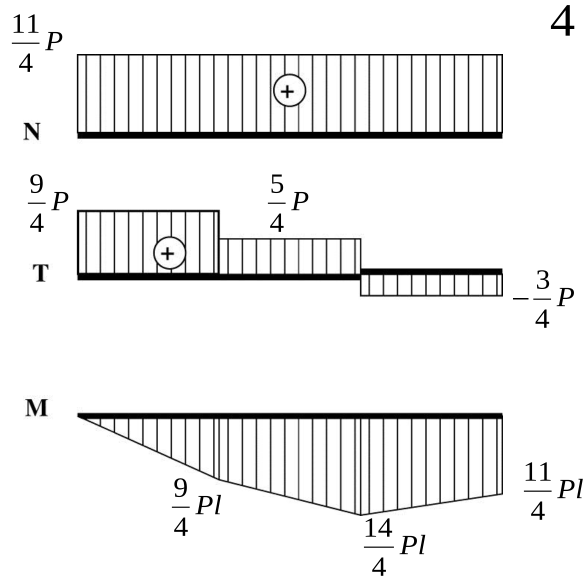


Per il tratto successivo $2l < x \le 3l$

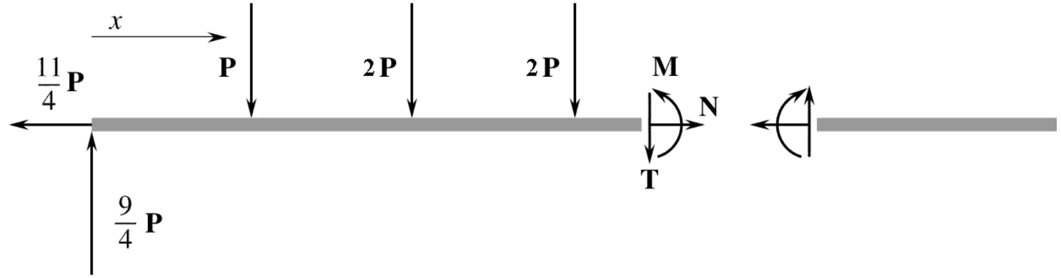


$$N = \frac{11}{4}P; \qquad T = \frac{9}{4}P - P - 2P = -\frac{3}{4}P$$

$$M = \frac{9}{4}P\,x - P\left(x - l\right) - 2P\left(x - 2l\right) = -\frac{3}{4}P\,x + 5Pl$$

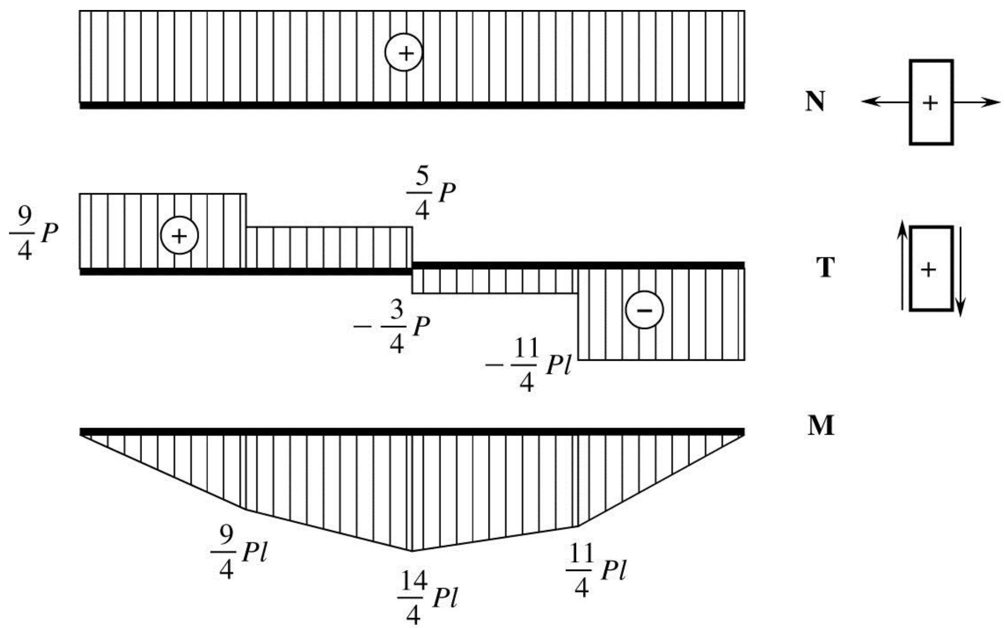


Ed infine $3l < x \le 4l$



$$N = \frac{11}{4}P; \qquad T = \frac{9}{4}P - P - 2P - 2P = -\frac{11}{4}P$$

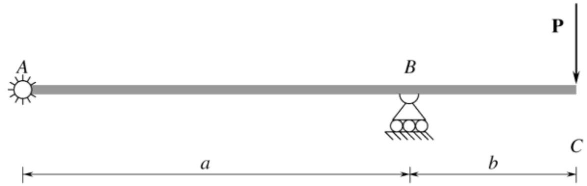
$$M = \frac{9}{4}P\,x - P(x-l) - 2P(x-2l) - 2P(x-3l) = -\frac{11}{4}P\,x + 11Pl$$



Risultati del tutto identici si sarebbero raggiunti imponendo gli equilibri da destra

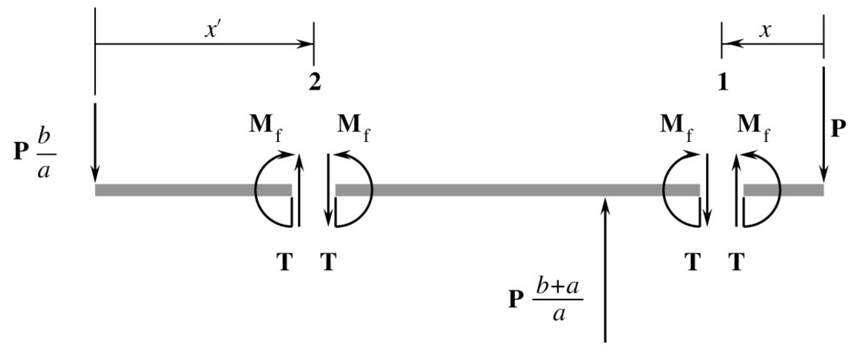
Esempio 2

Carico a sbalzo



Eq. Rot. B $\quad R_A = -P\dfrac{b}{a}$ $\qquad$ Eq. trasl. vert $\quad R_B = P - R_A = P\dfrac{b+a}{a}$

In questo caso si ha maggior rapidita' risolvendo partendo da destra e da sinistra

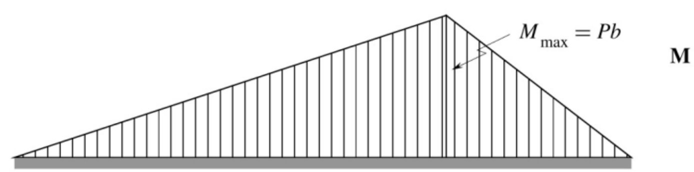


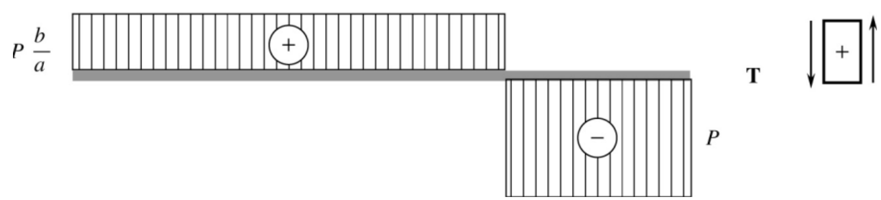
<u>da destra</u> si noti che si inverte la dir. X e quindi tutti i segni

$$0 \le x \le b \qquad N = 0; \qquad T = -P; \qquad M = -P\,x$$

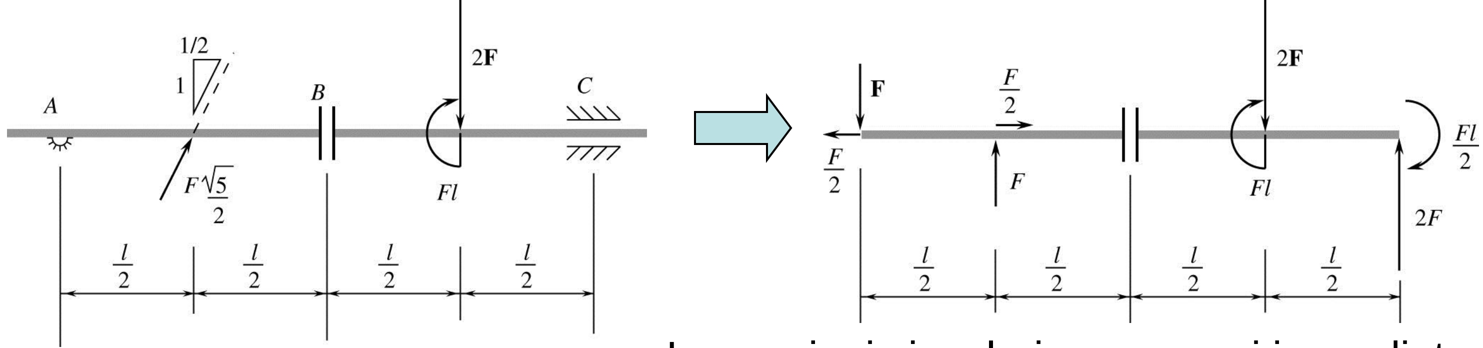
<u>da sinistra</u>

$$0 \le x' \le a \qquad N = 0; \qquad T = +P\frac{b}{a}; \qquad M = -P\frac{b}{a}\,x'$$



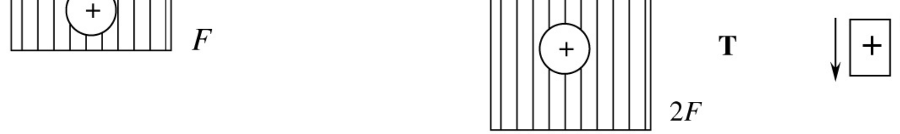


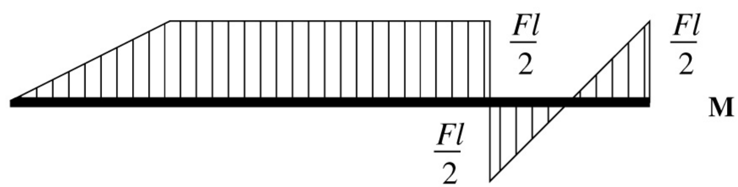
Esempio 3

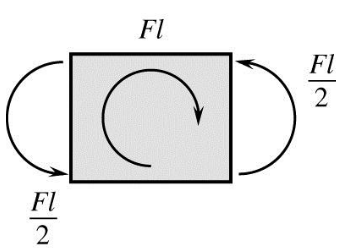


Le reazioni vincolari sono quasi immediate

Diagrammi degli sforzi
Si possono ricavare direttamente



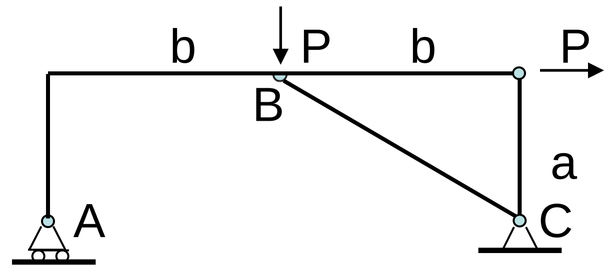


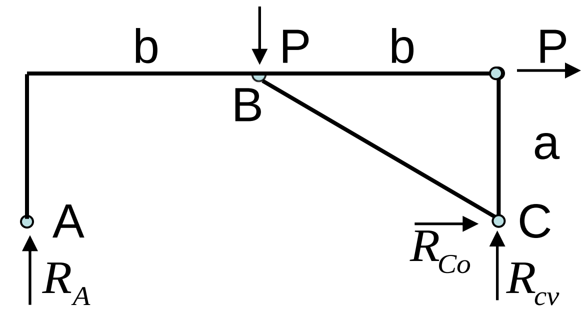


Notare che il momento concentrato provoca una inversione istantanea nei versi delle curvature (flesso)

Esempio 4

Elemento d'angolo

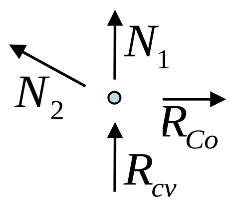




$$\sum M_C = 0 \quad \Rightarrow \quad bP - aP - 2bR_A = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{R_A = P\frac{b-a}{2b}}$$

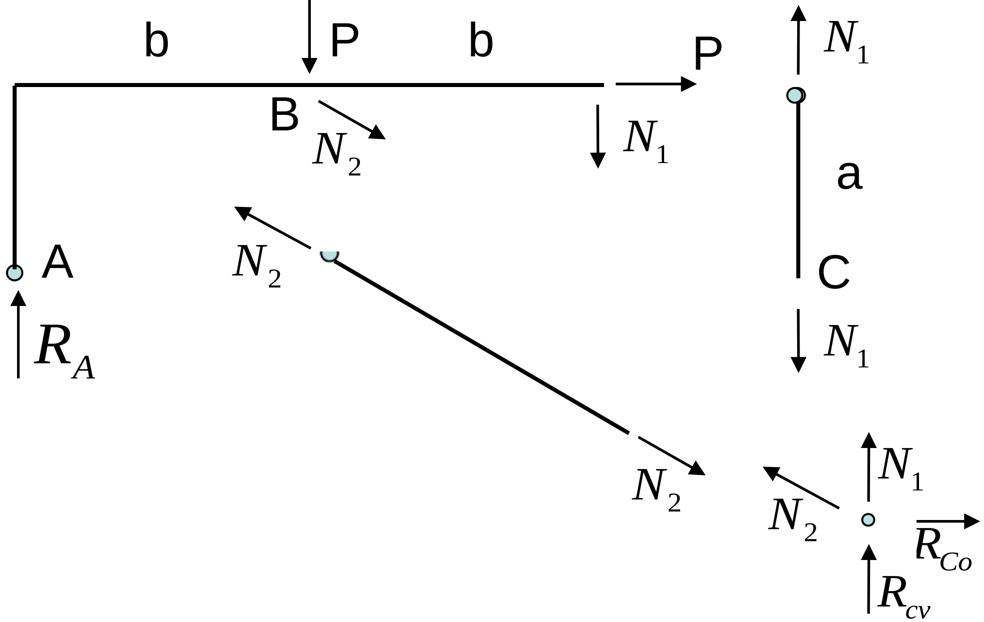
$$\sum F_V = 0 \quad \Rightarrow \quad R_{Cv} + P\frac{b-a}{2b} - P = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{R_{Cv} = P\frac{b+a}{2b}} \quad ; \quad \boxed{R_{Co} = -P}$$

Risolviamo ora il vincolo C



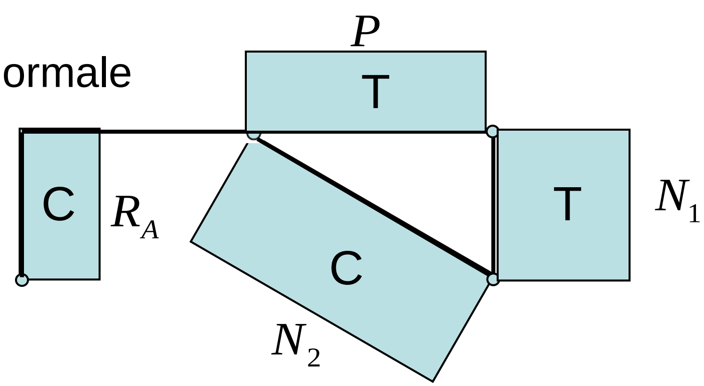
$$\sum F_O = 0 \quad \Rightarrow \quad N_2 = R_{Co}\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a} = -P\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a}$$

$$\sum F_V = 0 \quad \Rightarrow \quad N_1 + N_2\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} + R_{Cv} = 0 \quad \Rightarrow \quad N_1 = -\left(N_2\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} + P\frac{b+a}{2b}\right) = P\frac{b-a}{2b}$$

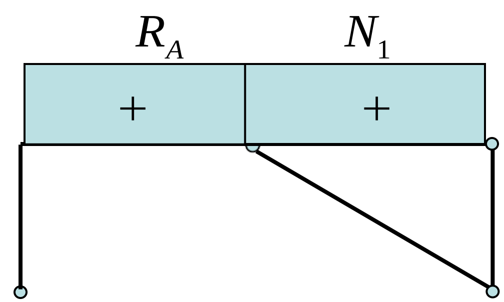


Si rammenta che il segno di N_2 e di R_{Co} sono negativi, quindi le loro direzioni sono in realtà invertite

Sforzo normale



Sforzo di taglio



Momento flettente