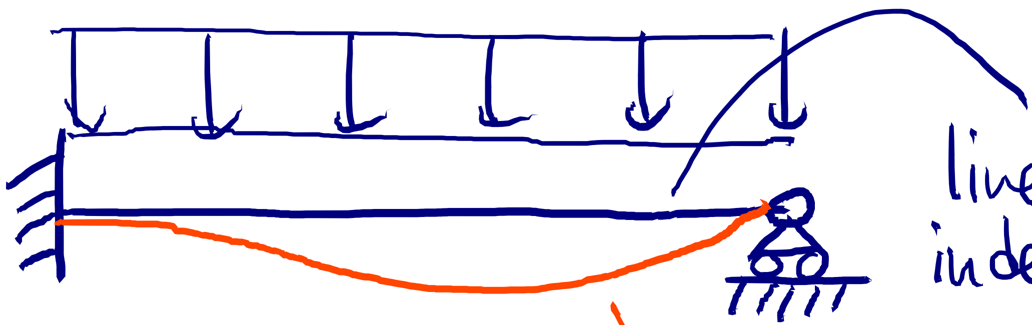
Informazioni generali: www.uniroma2.it/ppg/sdc1

Contenuti del corso

Parte I: teoria lineare delle travature elastiche

deformabili elasticamente



stessa struttura concettuale della teoria delle travature costituite da travi rigide ed elementi elastici

strumenti di analisi: calcolo differenziale
rappresentazione analitica di curve
integrazione e differenziazione su curve
equazioni differenziali ordinarie

Parte II: stato di sforzo nelle travi

modello 3D: i campi di interesse (sforzo, spostamento, deformazione) dipendono dal punto del corpo tridimensionale (nella Parte I si ha invece un modello 1D, dove questi campi dipendono dalla posizione lungo l'asse)

argomenti: forze e sforzi in un corpo 3D

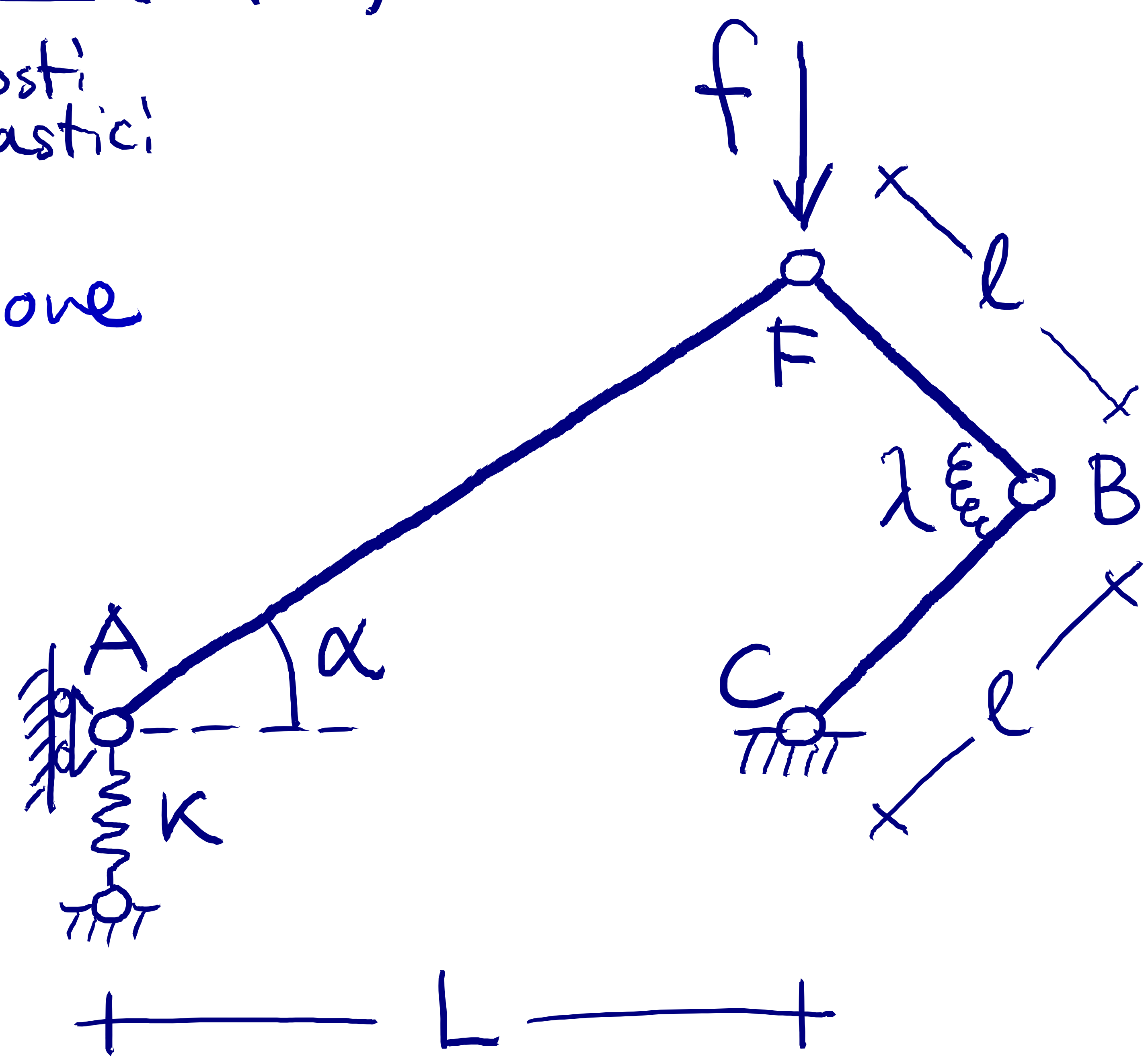
problema di Saint-Venant (caso particolare di un solido a forma di cilindro caricato solo sulle basi)

criteri di resistenza e verifiche di sicurezza

Un esempio di ricapitolazione (Cap. 1)

Teoria lineare dei sistemi composti da travi rigide ed elementi elastici

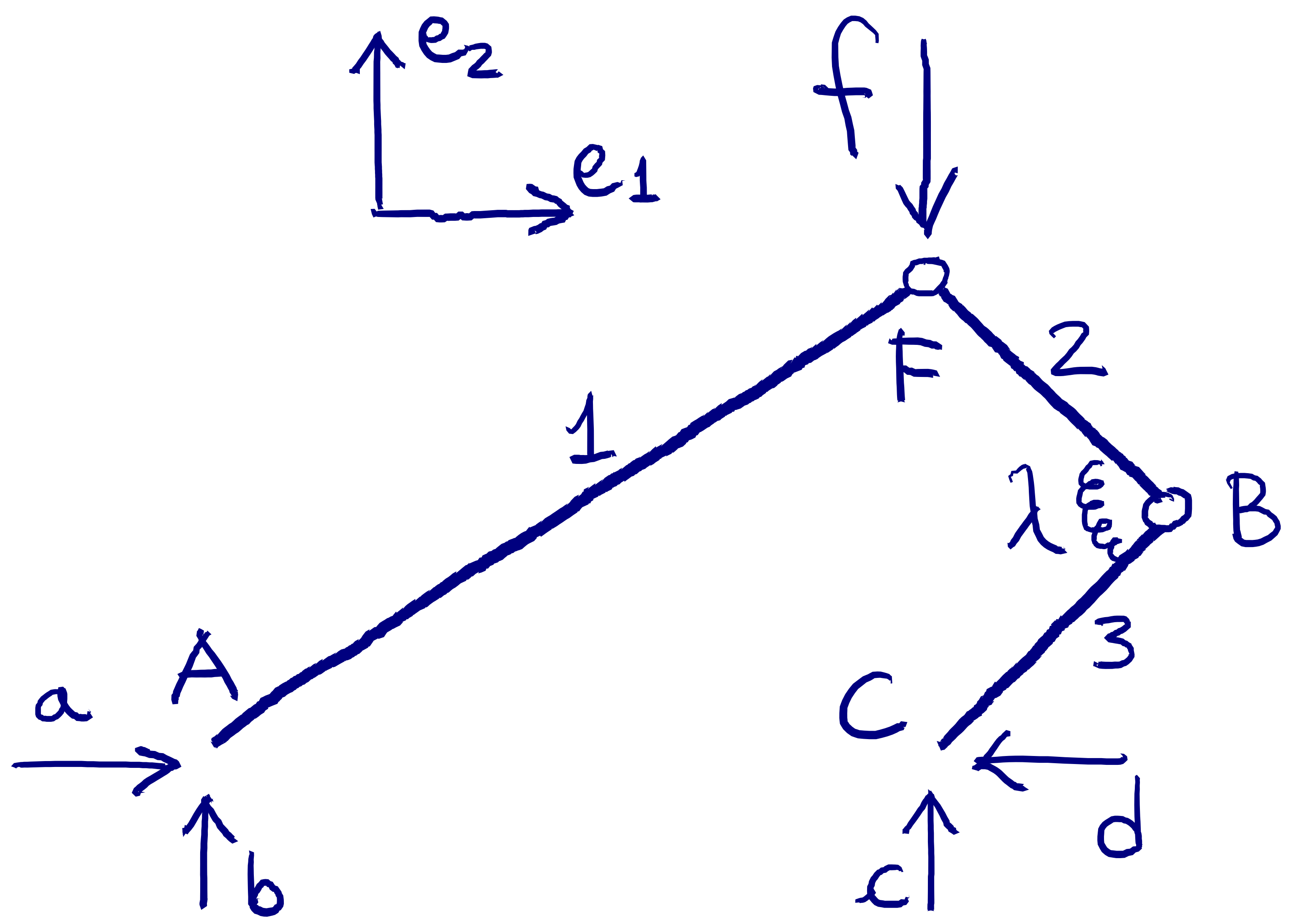
D1) C'è una configurazione di equilibrio?



Ipotesi:

nella configurazione iniziale, prima dell'applicazione del carico, le molle sono scariche

Calcolo delle reazioni vincolari



$$\begin{cases} a - d = 0 \\ b + c - f = 0 \\ M^{2,3}(F) = 0 \iff d = 0 \\ M(C) = 0 \iff b = 0 \end{cases}$$

mom. ris. sui tratti 2 e 3 risp. a F

$$\Longrightarrow a = 0, \quad c = f$$

matrice dei coefficienti del sistema di equazioni

$$\underbrace{[A]}_{\text{n° di reazioni incognite } (n_{inc})} \Big\} \text{ n° di equaz. di equilibrio}$$

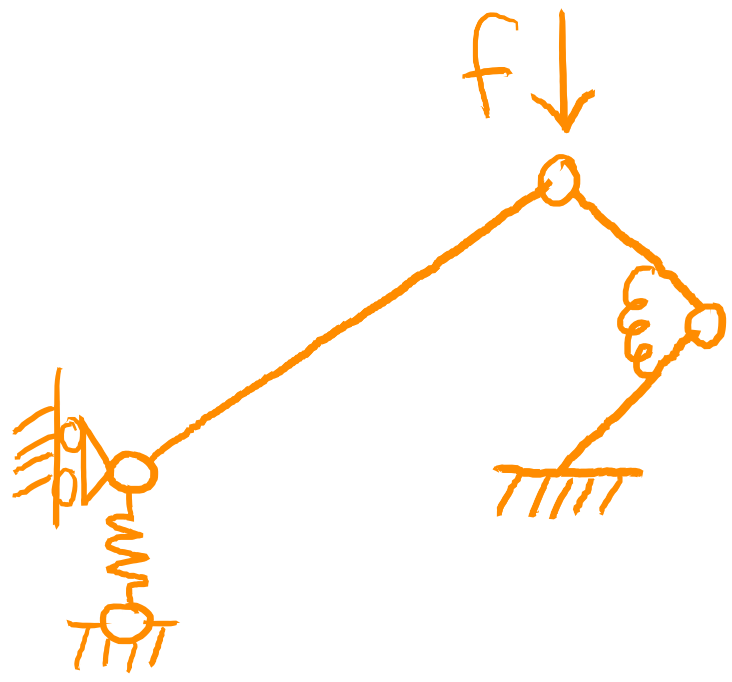
$$[A]\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad [A] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Teor. di Rouché-Capelli

per il sistema $Ax = b$: se $[A]$ e $[A|b]$ hanno stessa caratteristica C_A, allora esistono soluzioni ($\infty^{(n_{inc} - C_A)}$ soluzioni)

Osservazione: in questo esempio, poiché $n_{inc} = C_A$, la soluzione è unica e non dipende dalla natura delle travi, né da k e λ

Esercizio:



Esercizio: tracciamento dei diagrammi delle CdS (vedi testo)

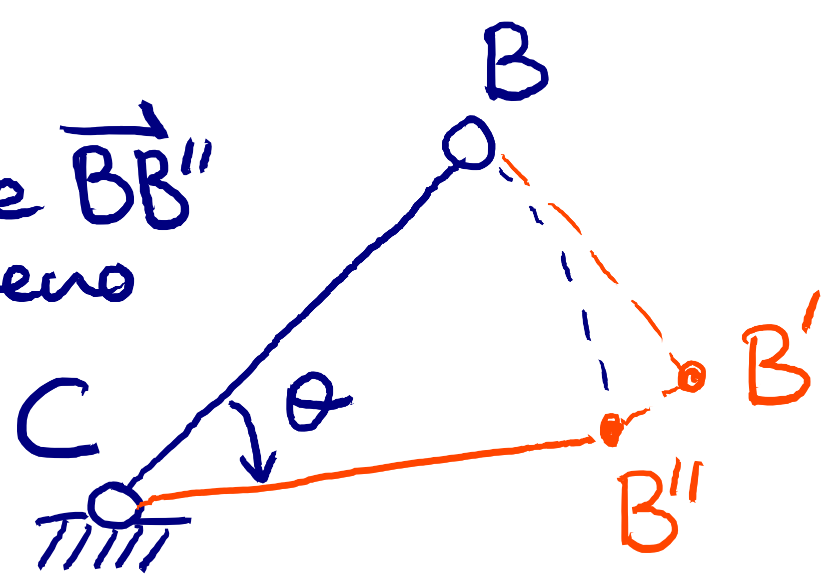
D2) Qual è la configurazione di equilibrio?

si parte dall'analisi delle deformazioni degli elem. elastici (vedi testo)

Osservazioni:

1) Nel calcolo degli spostamenti, in funzione dei parametri cinematici scelti, si trascurano i termini di ordine superiore al primo rispetto a tali parametri

la differenza tra $\overrightarrow{BB'}$ e $\overrightarrow{BB''}$ è trascurabile a meno di termini di ordine superiore al primo rispetto a $|\theta|$



2) Ai fini della teoria lineare, la configurazione in cui i carichi vengono bilanciati (i.e. rispetto alla quale sono scritte le equazioni di equilibrio) è la configurazione indeformata (fatta eccezione per i problemi di instabilità)

1) e 2) costituiscono due aspetti distinti di ogni teoria lineare in elasticità, entrambi giustificati dall'ipotesi di piccoli spostamenti

Una descrizione esatta del problema, maggiormente in accordo con la nostra intuizione fisica, porta generalmente a equazioni non lineari

Principio di Bilancio delle Potenze

Il PBP può essere usato per determinare i valori delle azioni interne σ e τ negli elementi deformabili

"In ogni piccolo moto rigido compatibile, sia con i vincoli esterni che con le connessioni interne, le potenze delle azioni interne ed esterne sono uguali"

$$\underset{\sim}{f} \cdot \underset{\sim}{v}(F) = \sigma \dot{\varepsilon} + \tau \dot{\psi}$$

(Fin qui in classe)

$$\begin{cases} \underset{\sim}{f} = -f \underset{\sim}{e}_2 \quad (f>0) \\ \dot{\varepsilon} = \underset{\sim}{v}(A) \cdot \underset{\sim}{e}_2 = v_A \\ \dot{\psi} = (\underset{\sim}{\omega}_2 - \underset{\sim}{\omega}_3) \cdot \underset{\sim}{e}_3 \\ \quad = \omega_2 - \omega_3 \end{cases}$$

$$\underset{\sim}{v}(F) = \underset{\sim}{v}(A) + \underset{\sim}{\omega}_1 \times \overrightarrow{AF}$$

oppure

$$\underset{\sim}{v}(F) = \underset{\sim}{v}(B) + \underset{\sim}{\omega}_2 \times \overrightarrow{BF} =$$

$$= \underset{\sim}{\omega}_3 \times \overrightarrow{CB} + \underset{\sim}{\omega}_2 \times \overrightarrow{BF}$$

$\Longrightarrow$

$$v_A \underset{\sim}{e}_2 + \omega_1 \underset{\sim}{e}_3 \times (L \underset{\sim}{e}_1 + L \operatorname{tg}\alpha \, \underset{\sim}{e}_2) = \omega_3 \underset{\sim}{e}_3 \times \left(\frac{\ell}{\sqrt{2}}(\underset{\sim}{e}_1 + \underset{\sim}{e}_2)\right) + \omega_2 \underset{\sim}{e}_3 \times \left(\frac{\ell}{\sqrt{2}}(-\underset{\sim}{e}_1 + \underset{\sim}{e}_2)\right)$$

$$\underset{\sim}{v}(F) \cdot \underset{\sim}{e}_1 = -L \operatorname{tg}\alpha \, \omega_1 = -\frac{\ell}{\sqrt{2}}\omega_3 - \frac{\ell}{\sqrt{2}}\omega_2$$

$$\underset{\sim}{v}(F) \cdot \underset{\sim}{e}_2 = v_A + L\omega_1 = \frac{\ell}{\sqrt{2}}\omega_3 - \frac{\ell}{\sqrt{2}}\omega_2$$

PBP:

$$-f(\underset{\sim}{e}_2 \cdot \underset{\sim}{v}(F)) = \sigma \dot{\varepsilon} + \tau \dot{\psi}$$

$$-\frac{f\ell}{\sqrt{2}}(\omega_3 - \omega_2) = \sigma v_A + \tau(\omega_2 - \omega_3) \qquad \boxed{\forall\, v_A, (\omega_2 - \omega_3)}$$

quantità virtuali

$$\Rightarrow \sigma = 0 \,, \quad \tau = \frac{f\ell}{\sqrt{2}}$$