

Principio di Minimo dell'Energia Totale

"La configurazione deformata di una struttura elastica è quella che ne rende minima l'energia totale"

$$\text{energia totale } E = \underbrace{W}_{\text{energia elastica}} + \underbrace{P}_{\text{energia potenziale dei carichi}}$$

$$W = \sum_i \frac{1}{2} (\kappa \varepsilon^2)_i + \sum_j \frac{1}{2} (\lambda \psi^2)_j$$

$$P = -\sum_h (\underline{f} \cdot \underline{v}(F))_h - \sum_k (\underline{c} \cdot \underline{\varphi}(G))_k$$

D3) Come si applica il PMET?

nell'esempio

$$W = \frac{1}{2} \kappa \varepsilon^2 + \frac{1}{2} \lambda \psi^2 \quad P = -\underline{f} \cdot \underline{u}(F) = f (\underline{u}(F) \cdot \underline{e}_2)$$

$$\underline{v}(F) \cdot \underline{e}_2 = \frac{\ell}{\sqrt{2}} (\omega_3 - \omega_2) = -\frac{\ell}{\sqrt{2}} \dot{\psi} \Rightarrow \underline{u}(F) \cdot \underline{e}_2 = -\frac{\ell}{\sqrt{2}} \psi$$

$$E = \frac{1}{2} \kappa \varepsilon^2 + \frac{1}{2} \lambda \psi^2 - \frac{f\ell}{\sqrt{2}} \psi = E(\varepsilon, \psi)$$

$$\partial_\varepsilon E = \kappa \varepsilon = 0$$

$$\partial_\psi E = \lambda \psi - \frac{f\ell}{\sqrt{2}} = 0 \quad \left. \vphantom{\partial_\psi E} \right\} \Rightarrow \varepsilon = 0, \psi = \frac{f\ell}{\sqrt{2}\lambda}$$

$$\begin{bmatrix} \partial_{\varepsilon\varepsilon} E & \partial_{\varepsilon\psi} E \\ \partial_{\psi\varepsilon} E & \partial_{\psi\psi} E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \kappa & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix}$$

definita positiva

D4) Vale il teorema:

"All'equilibrio, il lavoro dei carichi

è il doppio dell'energia elastica"

? $\left(\begin{array}{l} \text{TEOR. DEL} \\ \text{LAVORO E} \\ \text{DELL'EN.} \end{array} \right)$

$$L = 2W \quad (L = -P)$$

$$L = \frac{1}{\sqrt{2}} f\ell \psi, \quad 2W = \lambda \psi^2, \quad \psi = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{f\ell}{\lambda} \quad \checkmark$$