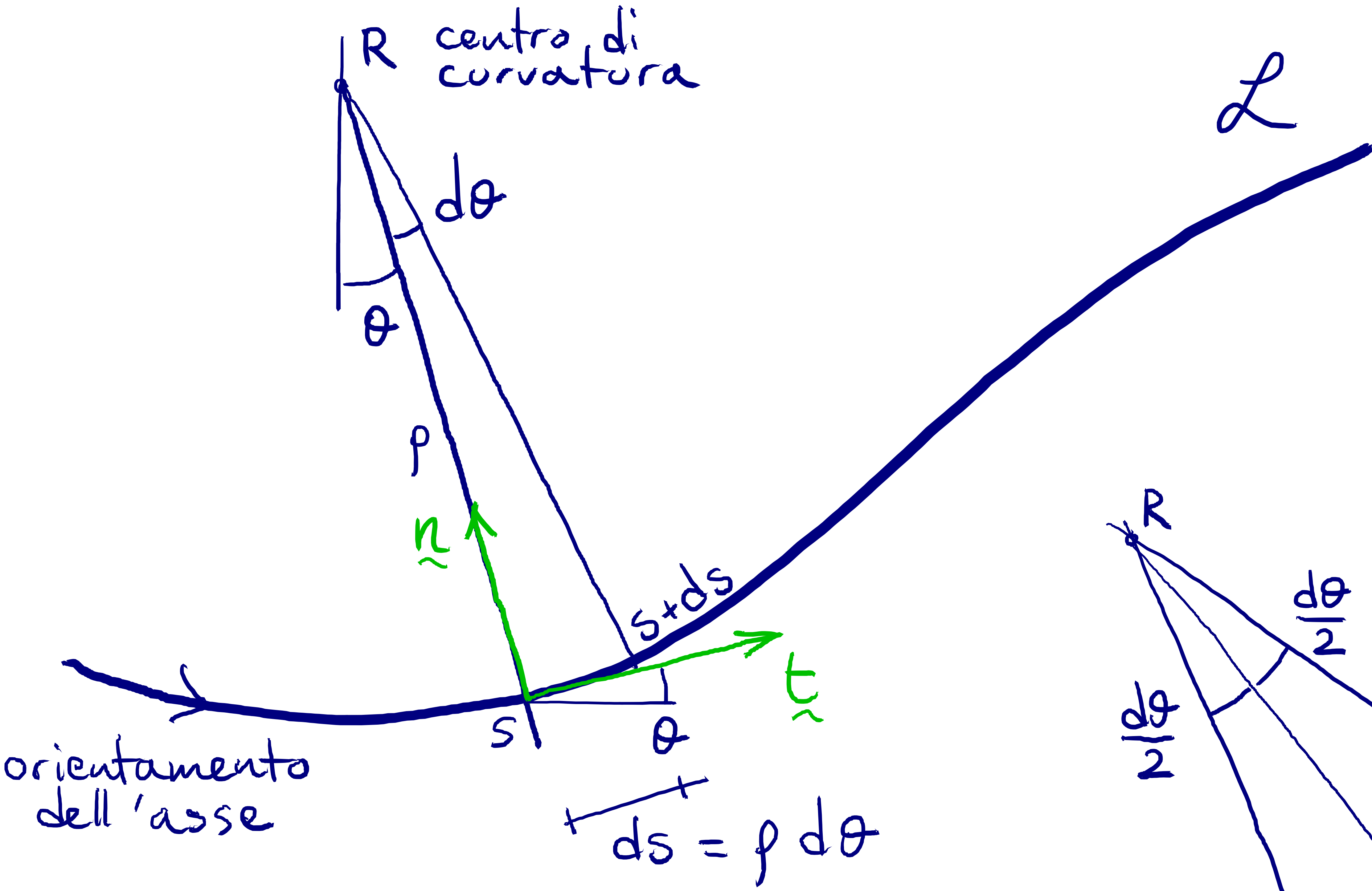
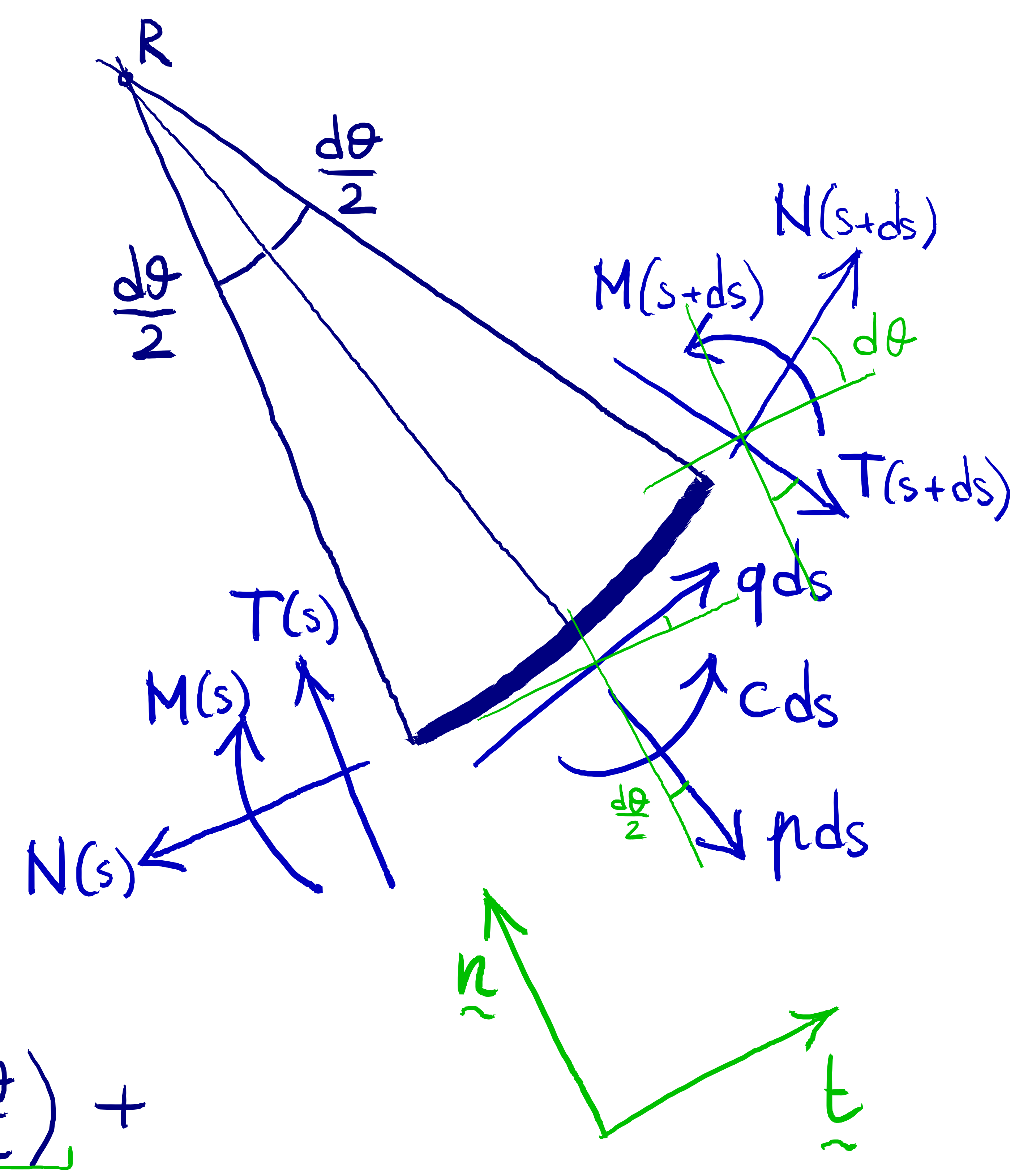
Equilibrio puntuale di travi ad asse curvilineo



$$\begin{cases} \sin(d\theta) \cong d\theta \\ \cos(d\theta) \cong 1 \end{cases}$$



Equilibrio alla traslazione lungo la direzione di $\underset{\sim}{t}$:

$$-N(s) + q\,ds \underbrace{\cos\left(\frac{d\theta}{2}\right)}_{\cong 1} + p\,ds \underbrace{\sin\left(\frac{d\theta}{2}\right)}_{\cong d\theta/2} +$$

$$+ N(s+ds)\underbrace{\cos(d\theta)}_{\cong 1} + T(s+ds)\underbrace{\sin(d\theta)}_{\cong d\theta} = 0$$

dividendo per ds:

$$\big(N(s+ds) = N(s) + dN\big)$$

$$\Longrightarrow \frac{dN}{ds} + q + \frac{1}{2}\cancel{p\,d\theta} + (T + \cancel{dT})\frac{d\theta}{ds} = 0$$

termini di ordine superiore

$$\frac{d\theta}{ds} \simeq \frac{1}{\rho}$$

$$\Longrightarrow \boxed{N' + \frac{1}{\rho}T + q = 0}$$

osservazione: per $\rho \to \infty$ ritroviamo l'equazione per le travi ad asse rettilineo

Equilibrio alla traslazione lungo la direzione di $\underset{\sim}{n}$:

$$T(s) - p\,ds + q\,ds\,\frac{d\theta}{2} - T(s+ds) + N(s+ds)\,d\theta = 0$$

dividendo per ds :

$$-\frac{dT}{ds} - p + q\cancel{\frac{d\theta}{2}} + (N + \cancel{dN})\frac{d\theta}{ds} = 0$$

$$\Longrightarrow \boxed{T' - \frac{1}{\rho}N + p = 0}$$

Equilibrio alla rotazione rispetto al centro di curvatura R :

$$-M(s) - N(s)\,\rho + c\,ds + q\,ds\,\rho + M(s+ds) + N(s+ds)\,\rho = 0$$

dividendo per ds :

$$\Longrightarrow \frac{dM}{ds} + c + \rho\underbrace{\left(\frac{dN}{ds} + q\right)}_{= -\frac{1}{\rho}T} = 0$$

dalla prima equazione

$$\Longrightarrow \boxed{M' - T + c = 0}$$

osservazione : stessa equazione nel caso di asse rettilineo

osservazione: le prime due equazioni fanno riferimento a punti di concavità dell'asse (un punto dell'asse si dice di concavità/convessità se, "percorrendo" la linea d'asse secondo l'orientamento scelto, si vede il centro di curvatura alla sinistra/destra dell'asse); nel caso di punti di convessità le prime due equazioni si modificano cambiando il segno di fronte ai termini con $\frac{1}{\rho}$ (esercizio) :

$$N' - \frac{1}{\rho}T + q = 0 \quad , \quad T' + \frac{1}{\rho} + p = 0$$