

Equazione della linea elastica (B-N, $\gamma=0$)

caso in cui EJ è costante,
 $c=0$, p è costante

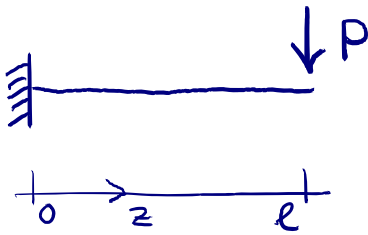
$$\left(\begin{array}{l} \text{caso generale} \\ (EJ v'')'' = p + c' \end{array} \right)$$

soluzione:

$$\Rightarrow EJ v'''' = p$$

$$v(z) = \frac{pz^4}{24EJ} + az^3 + bz^2 + cz + d$$

ESEMPIO:



$$1) v(0) = 0 \quad M(l) = 0 \quad (3)$$

$$2) \varphi(0) = 0 \quad T(l) = P \quad (4)$$

condizioni al contorno

per determinare a, b, c, d

(in alternativa possiamo integrare direttamente

$$v'' = -\frac{M}{EJ} = -\frac{Pl}{EJ} \left(1 - \frac{z}{l}\right))$$

$$1) v(0) = 0 \quad -EJ v''(0) = 0 \quad (3)$$

$$2) -v'(0) = 0 \quad -EJ v'''(0) = 0 \quad (4)$$

$$1) \Rightarrow d = 0$$

$$2) \Rightarrow c = 0$$

$$3) \Rightarrow 6al + 2b = 0 \Rightarrow b = -3al$$

$$4) \Rightarrow -EJ(6a) = P \Rightarrow a = -\frac{P}{6EJ} \Rightarrow b = \frac{Pl}{2EJ}$$

$$\Rightarrow v(z) = -\frac{Pz^3}{6EJ} + \frac{Plz^2}{2EJ}$$

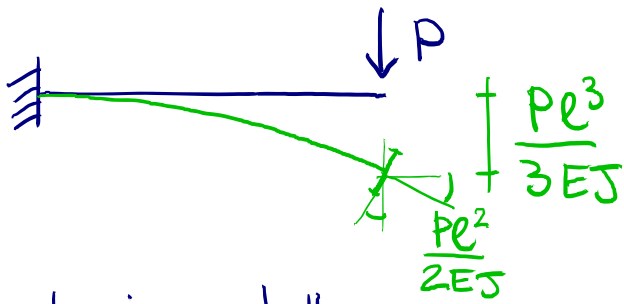
$$\varphi(z) = -v'(z)$$

$$M(z) = -EJ v''(z)$$

$$T(z) = -EJ v'''(z)$$

nota: questa
 non è una
 relazione
 costitutiva,
 proviene da $M' - T + c = 0$

$$\left| \begin{array}{l} v(z) = az^3 + bz^2 + cz + d \\ v'(z) = 3az^2 + 2bz + c \\ v''(z) = 6az + 2b \\ v'''(z) = 6a \end{array} \right.$$

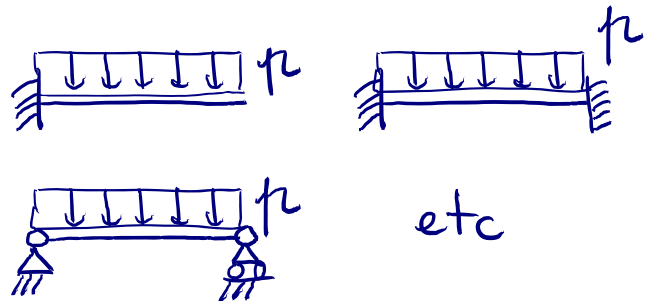
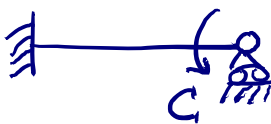
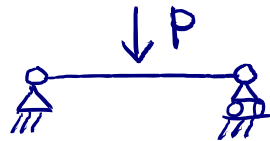
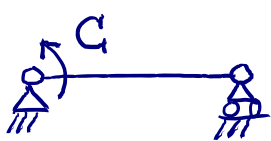
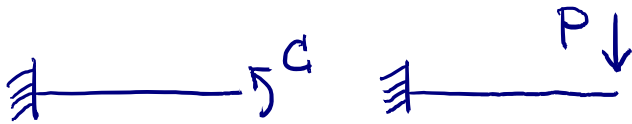


nota: verificare sempre le dimensioni delle quantità calcolate
(EJ ha dimensioni FL^2)

rotazione della sezione d'estremità

$$\varphi(l) = -v'(l) = -\frac{Pe^2}{2EJ}$$

SCHEMI NOTEVOLI



le soluzioni di questi schemi si trovano nei prontuari e manuali (esercizio: verificarle)

Profilati in acciaio (sagomario)



esercizio: calcolare spostam. e rotazioni scegliendo un profilo in acciaio e dei valori numerici per le dimensioni e il carico

Complementarità delle condizioni al contorno

al contorno possiamo assegnare

$$\begin{cases} (EA w')' = -q \\ (ES v'')'' = \mu + c' \end{cases}$$

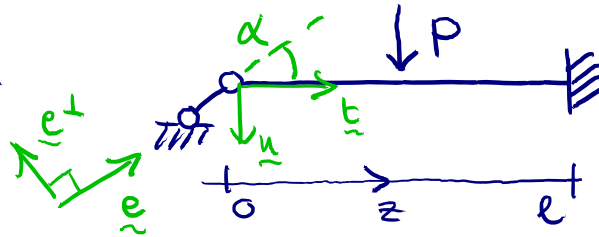
w oppure N
 v oppure T
 φ oppure M

} tre condizioni (né più, né meno)
1+2

ma non, per esempio, v e T in uno stesso punto
(o w e N , o φ e M)

in generale, se si assegna lo spostamento in una certa direzione, non possiamo assegnare lo sforzo nella stessa direzione, e viceversa

Esempio:



$$(w(0) \underline{e} + v(0) \underline{n}) \cdot \underline{e} = 0 \quad \text{spostamento in } z=0 \text{ nella direzione di } \underline{e}$$

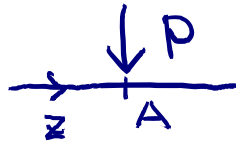
l'azione interna può essere assegnata solo nella direzione ortogonale

$$(N(-\underline{e}) + T(-\underline{n})) \cdot \underline{e}^\perp = 0$$

nota: in questo esempio i problemi
estensionale e flessionale
sono accoppiati

Condizioni di raccordo

in ogni punto di raccordo possiamo scrivere sempre 6 condizioni, che derivano dalle condizioni di sconnessione/connessione viste nel Cap. 3



$$[\![w]\!]_A = 0, [\![v]\!]_A = 0, [\![\varphi]\!]_A = 0$$

$$[\![N]\!]_A = 0, [\![T]\!]_A = -P, [\![M]\!]_A = 0$$



$$[\![w]\!]_A = 0, [\![v]\!]_A = 0$$

$$[\![N]\!]_A = 0, [\![T]\!]_A = 0, M_A^+ = M_A^- = 0$$

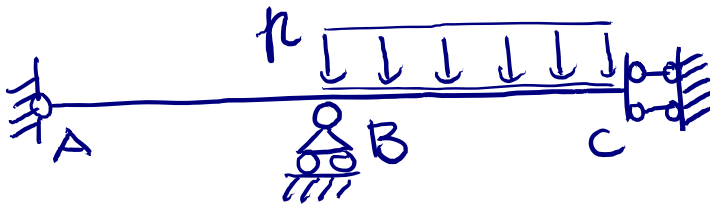


$$[\![w]\!]_A = 0, [\![v]\!]_A = 0$$

$$[\![N]\!]_A = 0, [\![T]\!]_A = -P$$

$[\![M]\!]_A$ legato allo sforzo della molla, a sua volta legato a $[\![\varphi]\!]_A$
(esercizio)

Esercizio:



scrivere le condizioni al contorno e di raccordo