

Prova scritta del 30 giugno 2014

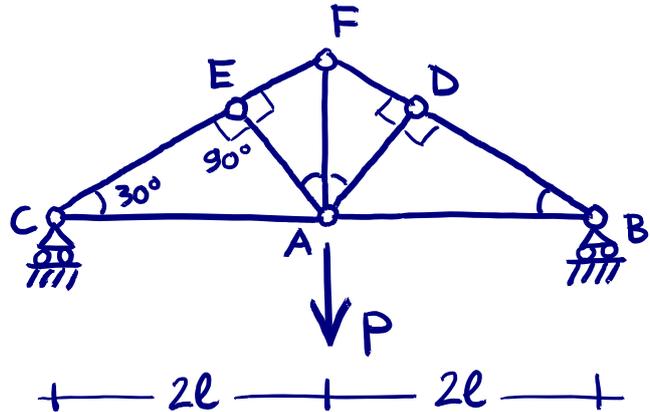
COGNOME: NOME: Matricola:

FIRMA:

Pagina 1/4

Problema 1

Si consideri il sistema reticolare in figura.
 Le aste hanno tutte la stessa rigidezza estensionale r_E .



Q1.1 Riempire la tabella a fianco con i valori delle lunghezze delle aste indicate.

l_{AB}	l_{AD}	l_{AF}	l_{BD}	l_{DF}
$2l$	l	$\frac{2\sqrt{3}}{3}l$	$\sqrt{3}l$	$\frac{\sqrt{3}}{3}l$

Q1.2 Riempire la tabella a fianco con i valori degli sforzi normali indicati.

N_{AB}	N_{AD}	N_{AF}	N_{BD}	N_{DF}
$\frac{\sqrt{3}}{2}P$	0	P	$-P$	$-P$

Q1.3 Calcolare l'abbassamento del nodo A.

$$\left(3 + \frac{10}{3}\sqrt{3}\right) \frac{Pl}{r_E}$$

Q1.4 Trovare l'energia elastica immagazzinata nel sistema.

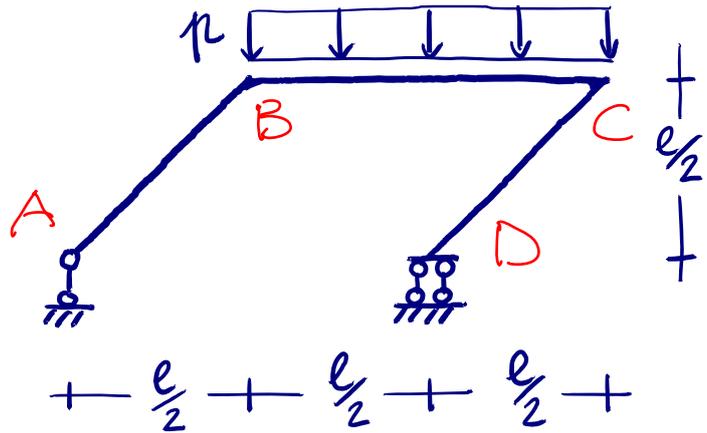
$$\left(\frac{3}{2} + \frac{5}{3}\sqrt{3}\right) \frac{P^2 l}{r_E}$$

Q1.5 Trovare il valore critico del carico applicato.

$$P_c = \frac{\pi^2}{3} \frac{r_E}{l^2}$$

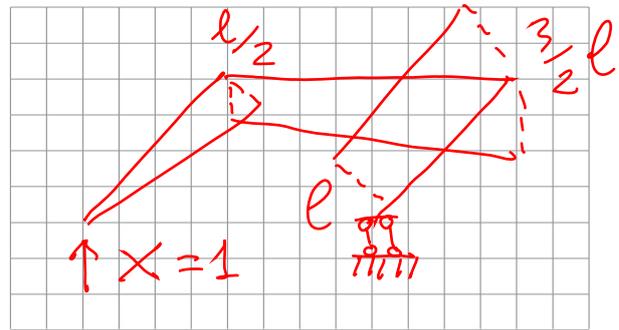
Problema 2

Si consideri la travatura in figura. Tutti i tratti hanno rigidezza flessionale r_F . Le deformazioni estensionali e di scorrimento sono trascurabili.



Dopo aver effettuato la scelta del sistema principale, si tracci il diagramma quotato del momento flettente nel sistema "1", indicando l'incognita iperstatica corrispondente.

Q2.1



Q2.2 Trovare il coefficiente di elasticità η_{11} . Riportare nello spazio qui sotto i passaggi più rilevanti del calcolo.

$$\eta_{11} = \left(\frac{13}{12} + \frac{5}{8}\sqrt{2} \right) \frac{l^3}{r_F}$$

$$\eta_{11} = \frac{1}{r_F} \left(\int_0^{l/\sqrt{2}} \underbrace{\left(\frac{s}{\sqrt{2}} \right)^2}_{M_{AB}^1} ds + \int_0^l \underbrace{\left(\frac{l}{2} + s \right)^2}_{M_{BC}^1} ds + \int_0^{l/\sqrt{2}} \underbrace{\left(l + \frac{s}{\sqrt{2}} \right)^2}_{M_{CD}^1} ds \right)$$

Q2.3 Calcolare l'incognita iperstatica. Riportare nello spazio qui sotto i passaggi più rilevanti del calcolo.

$$X = \frac{\frac{5}{24} + \frac{\sqrt{2}}{6}}{\frac{13}{12} + \frac{5}{8}\sqrt{2}} pl$$

$$\eta_{10} = \frac{1}{r_F} \left(\int_0^l \underbrace{pl \frac{s^2}{2} \left(\frac{l}{2} + s \right)}_{M_{BC}^0} ds + \int_0^{l/\sqrt{2}} \underbrace{pl \frac{s}{\sqrt{2}} \left(l + \frac{s}{\sqrt{2}} \right)}_{M_{CD}^0} ds \right)$$

$$X = - \frac{\eta_{10}}{\eta_{11}}$$

Q2.4 Come si enuncia il Teorema di Unicità nell'ambito della teoria lineare delle travi ad asse rettilineo?

vedi libro di testo

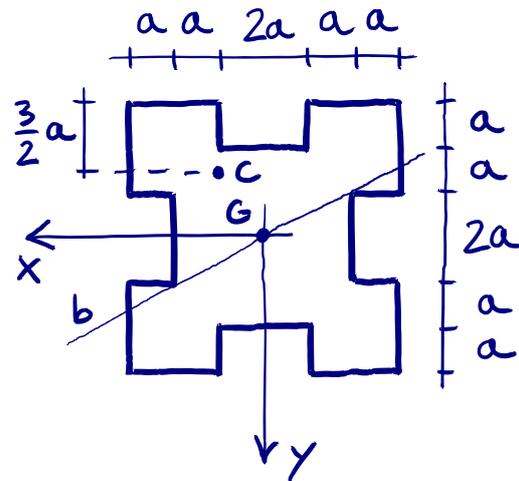
COGNOME:

NOME:

FIRMA:

Problema 3

La sezione compatta in figura è sottoposta a una forza normale eccentrica *di compressione* di entità P , applicata nel punto C.



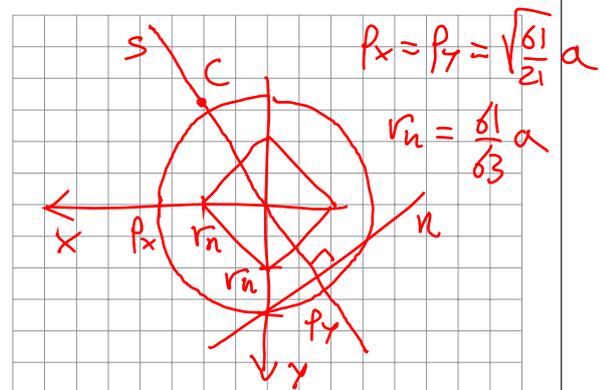
Q3.1 Trovare il momento d'inerzia J_x .

$$J_x = \frac{244}{3} a^4$$

Q3.2 Trovare il momento d'inerzia assiale rispetto all'asse b .

$$J_b = J_x$$

Q3.3 Utilizzando la griglia qui a fianco, disegnare e quotare ellisse e nocciolo d'inerzia. Inoltre, riportare il centro di pressione e tracciare sia l'asse di sollecitazione s che l'asse neutro n .



Q3.4 Qual è l'equazione dell'asse neutro?

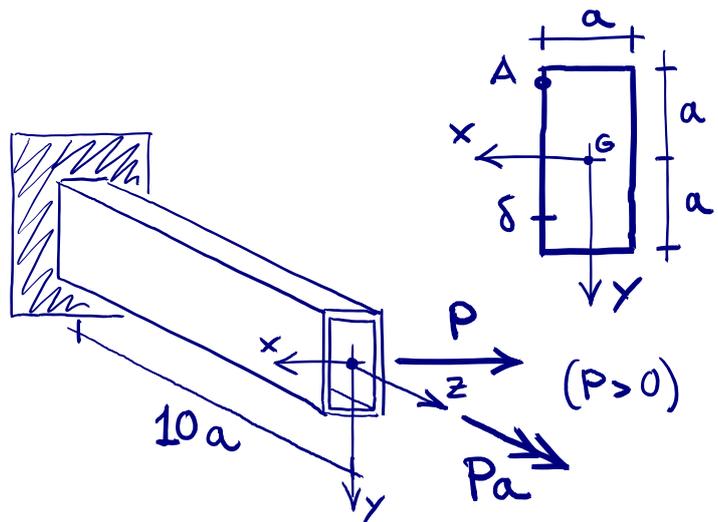
$$y = \frac{122}{63} a + \frac{2}{3} x$$

Q3.5 Determinare la massima tensione normale sulla sezione.

$$\max\{T_{zz}\} = \frac{193}{28 \cdot 122} \frac{P}{a^2}$$

Problema 4

In figura, la mensola a sinistra è sottoposta all'estremità ad una forza trasversale e ad una coppia con asse parallelo all'asse z . La mensola ha una sezione in parete sottile, rappresentata in alto a destra, con δ lo spessore della parete.



Q4.1 Determinare i momenti d'inerzia J_x e J_y .

$$J_x = \frac{10}{3} a^3 \delta, \quad J_y = \frac{7}{6} a^3 \delta$$

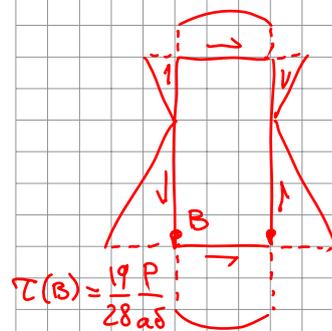
Q4.2 Considerando la sezione d'incastro, trovare la tensione normale in corrispondenza del punto A in figura (a ridosso dello spigolo della parete).

$$T_{zz}(A) = \frac{30}{7} \frac{P}{a\delta}$$

Q4.3 Trovare la tensione tangenziale in corrispondenza dello stesso punto.

$$\tau(A) = \frac{5}{28} \frac{P}{a\delta} = \left(\frac{3}{7} - \frac{1}{4} \right) \frac{P}{a\delta}$$

Q4.4 Utilizzando la griglia qui a fianco, tracciare il diagramma dell'andamento delle tensioni tangenziali sulla sezione d'incastro. Inoltre, indicare i punti più significativi ai fini delle verifiche di resistenza.



Q4.5 Trovare gli autovalori del tensore di sforzo in uno dei punti significativi individuati nel quesito precedente.

$$\tilde{T}(B) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tau \\ 0 & \tau & T_{zz} \end{bmatrix}, \quad \lambda_2 = 0, \quad \lambda_{1/3} = \left(\frac{15}{7} \pm \sqrt{\left(\frac{15}{7}\right)^2 + \left(\frac{19}{28}\right)^2} \right) \frac{P}{a\delta}$$

Q4.6 Calcolare la tensione ideale secondo von Mises nello stesso punto considerato nel quesito precedente.

$$\sigma_{id}^{(M)} = \sqrt{\left(\frac{30}{7}\right)^2 + 3\left(\frac{19}{28}\right)^2} \frac{P}{a\delta}$$

Prova scritta del 30 giugno 2014

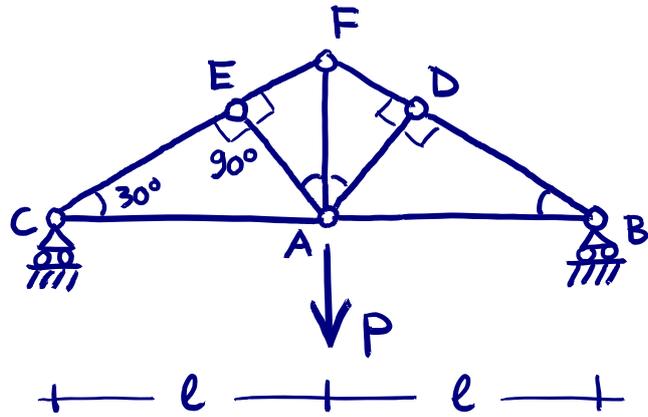
COGNOME: NOME: Matricola:

FIRMA:

Pagina 1/4

Problema 1

Si consideri il sistema reticolare in figura.
 Le aste hanno tutte la stessa rigidezza estensionale r_E .



Q1.1 Riempire la tabella a fianco con i valori delle lunghezze delle aste indicate.

l_{AB}	l_{AD}	l_{AF}	l_{BD}	l_{DF}
l	$\frac{l}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3} l$	$\frac{\sqrt{3}}{2} l$	$\frac{\sqrt{3}}{6} l$

Q1.2 Riempire la tabella a fianco con i valori degli sforzi normali indicati.

N_{AB}	N_{AD}	N_{AF}	N_{BD}	N_{DF}
$\frac{\sqrt{3}}{2} P$	0	P	-P	-P

Q1.3 Calcolare l'abbassamento del nodo A.

$$\left(\frac{3}{2} + \frac{5}{3}\sqrt{3}\right) \frac{Pl}{r_E}$$

Q1.4 Trovare l'energia elastica immagazzinata nel sistema.

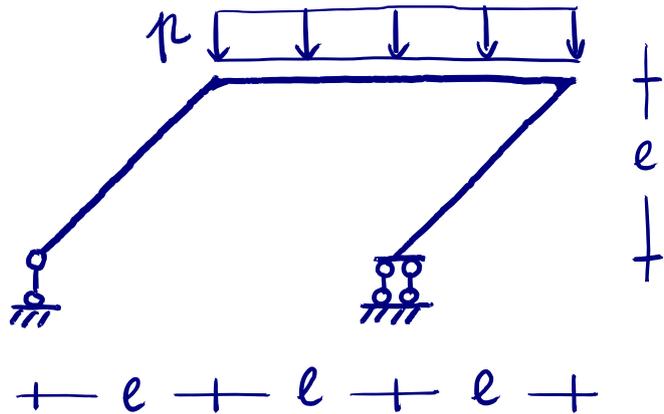
$$\left(\frac{3}{4} + \frac{5}{6}\sqrt{3}\right) \frac{Pe^2}{r_E}$$

Q1.5 Trovare il valore critico del carico applicato.

$$P_c = \frac{4}{3} \pi^2 \frac{r_E}{l^2}$$

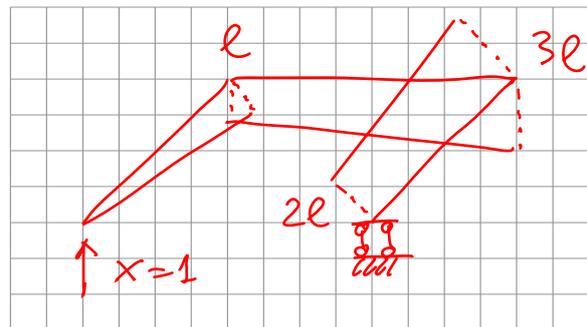
Problema 2

Si consideri la travatura in figura. Tutti i tratti hanno rigidezza flessionale r_F . Le deformazioni estensionali e di scorrimento sono trascurabili.



Dopo aver effettuato la scelta del sistema principale, si tracci il diagramma quotato del momento flettente nel sistema "1", indicando l'incognita iperstatica corrispondente.

Q2.1



Q2.2 Trovare il coefficiente di elasticità η_{11} . Riportare nello spazio qui sotto i passaggi più rilevanti del calcolo.

$$\eta_{11} = \left(\frac{13}{3} + \frac{10}{3} \sqrt{2} \right) \frac{e^3}{r_F}$$

simile al compito A

Q2.3 Calcolare l'incognita iperstatica. Riportare nello spazio qui sotto i passaggi più rilevanti del calcolo.

$$X = \frac{\frac{5}{24} + \frac{\sqrt{2}}{6}}{\frac{13}{12} + \frac{5}{8} \sqrt{2}} 2pe$$

simile al compito A

Q2.4 Come si enuncia il Teorema di Unicità nell'ambito della teoria lineare delle travi ad asse rettilineo?

vedi libro di testo

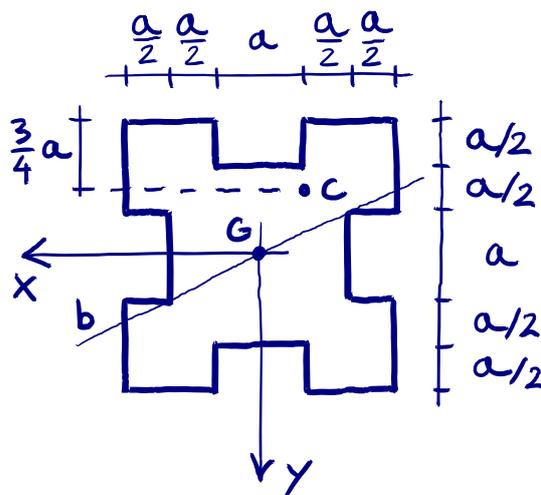
COGNOME:

NOME:

FIRMA:

Problema 3

La sezione compatta in figura è sottoposta a una forza normale eccentrica *di compressione* di entità P , applicata nel punto C .



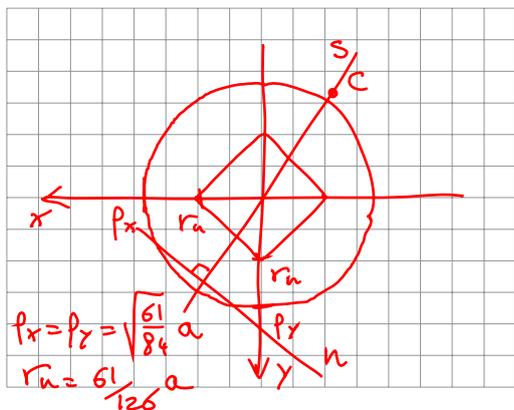
Q3.1 Trovare il momento d'inerzia J_x .

$$J_x = \frac{61}{12} a^4$$

Q3.2 Trovare il momento d'inerzia assiale rispetto all'asse b .

$$J_b = J_x$$

Q3.3 Utilizzando la griglia qui a fianco, disegnare e quotare ellisse e nocciolo d'inerzia. Inoltre, riportare il centro di pressione e tracciare sia l'asse di sollecitazione s che l'asse neutro n .



Q3.4 Qual è l'equazione dell'asse neutro?

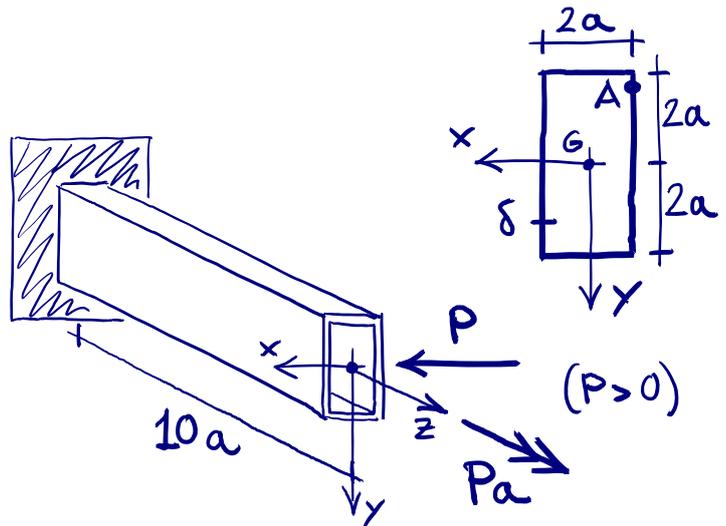
$$y = \frac{61}{63} a - \frac{2}{3} x$$

Q3.5 Determinare la massima tensione normale sulla sezione.

$$\max\{T_{zz}\} = \frac{193}{7 \cdot 122} \frac{P}{a^2}$$

Problema 4

In figura, la mensola a sinistra è sottoposta all'estremità ad una forza trasversale e ad una coppia con asse parallelo all'asse z . La mensola ha una sezione in parete sottile, rappresentata in alto a destra, con δ lo spessore della parete.



Q4.1 Determinare i momenti d'inerzia J_x e J_y .

$$J_x = \frac{80}{3} a^3 \delta, \quad J_y = \frac{28}{3} a^3 \delta$$

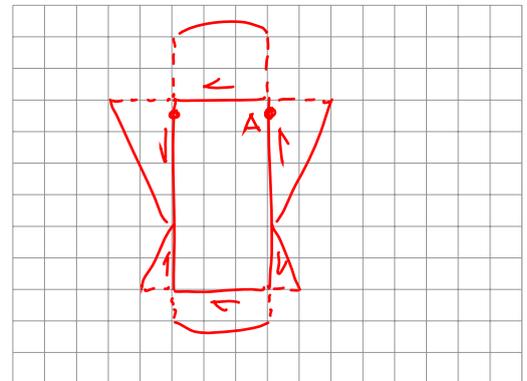
Q4.2 Considerando la sezione d'incastro, trovare la tensione normale in corrispondenza del punto A in figura (a ridosso dello spigolo della parete).

$$T_{zz}(A) = \frac{15}{14} \frac{P}{a\delta}$$

Q4.3 Trovare la tensione tangenziale in corrispondenza dello stesso punto.

$$\tau(A) = \frac{31}{112} \frac{P}{a\delta} = \left(\frac{3}{14} + \frac{1}{16} \right) \frac{P}{a\delta}$$

Q4.4 Utilizzando la griglia qui a fianco, tracciare il diagramma dell'andamento delle tensioni tangenziali sulla sezione d'incastro. Inoltre, indicare i punti più significativi ai fini delle verifiche di resistenza.



Q4.5 Trovare gli autovalori del tensore di sforzo in uno dei punti significativi individuati nel quesito precedente.

$$[\underline{T}(A)] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\tau \\ 0 & -\tau & T_{zz} \end{bmatrix}, \quad \lambda_2 = 0, \quad \lambda_{1/3} = \left(\frac{15}{28} \pm \sqrt{\left(\frac{15}{28} \right)^2 + \left(\frac{31}{112} \right)^2} \right) \frac{P}{a\delta}$$

Q4.6 Calcolare la tensione ideale secondo von Mises nello stesso punto considerato nel quesito precedente.

$$\sigma_{id}^{(M)} = \sqrt{\left(\frac{15}{14} \right)^2 + 3 \left(\frac{31}{112} \right)^2} \frac{P}{a\delta}$$