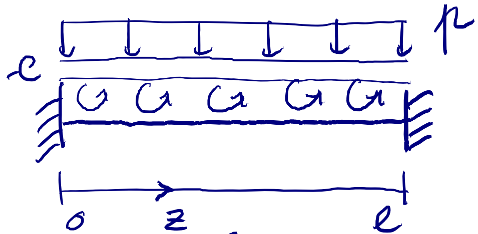
SdC 6 - 11 - 13

Esercizio 6.2



dimostrare l'implicazione

EQUILIBRIO + ELV $\Rightarrow$ CONGRUENZA

$$LV_{int} = \int_0^\ell (T\bar{\gamma} + M\bar{\psi}) = \int_0^\ell (\underset{\overset{\|}{-T'}}{p}\,\bar{v} + \underset{\overset{\|}{-M'+T}}{c}\,\bar{\varphi}) = LV_{est}$$

$$0 = LV_{est} - LV_{int} = \int_0^\ell \left(-T'\bar{v} + (-M'+T)\bar{\varphi} - T\bar{\gamma} - M\bar{\psi}\right)$$

utilizzando la regola di derivazione del prodotto

$$0 = \int_0^\ell \left(-(T\bar{v} + M\bar{\varphi})' + T\bar{v}' + M\bar{\varphi}' + T\bar{\varphi} - T\bar{\gamma} + M\bar{\psi}\right)$$

$$0 = -\left[T\bar{v} + M\bar{\varphi}\right]_0^\ell + \int_0^\ell \left(T(\bar{v}' + \bar{\varphi} - \bar{\gamma}) + M(\bar{\varphi}' - \bar{\psi})\right)$$

$$\forall\, T, M$$

scegliendo $T(z)$ e $M(z)$ nulle sul bordo
ma comunque arbitrarie per $z \in (0, \ell)$
dal lemma di localizzazione si ottiene

$$\bar{\gamma} = \bar{v}' + \bar{\varphi} \quad , \quad \bar{\psi} = \bar{\varphi}'$$

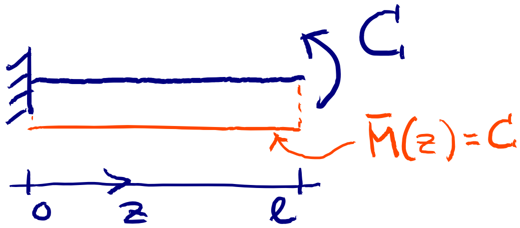
quindi $\quad 0 = \left[T\bar{v} + M\bar{\varphi}\right]_0^\ell \quad \forall\, T, M$

scegliendo T, M con valori non nulli sul bordo
ma comunque arbitrari si ottiene

$$\bar{v}(0) = 0 = \bar{v}(\ell) \quad , \quad \bar{\varphi}(0) = 0 = \bar{\varphi}(\ell)$$

SdC 6 - 11 - 13

Esercizio:

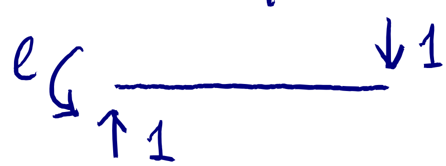


trovare lo spostamento all'estremità della mensola

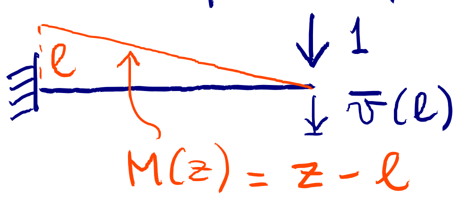
considerando il sistema dato come il sistema congruente e considerando le relazioni costitutive delle travature linearmente elastiche,

$$\bar\gamma = \frac{\bar T}{r_S} \ , \quad \bar\psi = \frac{\bar M}{r_F} \ ,$$

prendiamo come sistema equilibrato il sistema



che si ottiene applicando alla trave di partenza un carico che compia lavoro per lo spostamento incognito



$$\boxed{L_{v_{est}} = 1 \cdot \bar v(\ell)}$$

NB in classe il segno di M(z) non era corretto

$$\bar T(z) \equiv 0 \ , \quad \bar M(z) = C$$

$$T(z) = 1 \ , \quad M(z) = z - \ell$$

$$L_{v_{int}} = \int_0^\ell T\bar\gamma + M\bar\psi = \int_0^\ell \underbrace{\frac{T\cancel{\bar T}}{r_S}}_{=0} + \frac{M\bar M}{r_F} = \int_0^\ell \frac{(z-\ell)C}{r_F}\,dz =$$

$$= \frac{C}{r_F}\underbrace{\left[\frac{z^2}{2} - \ell z\right]_0^\ell}_{=\left(\frac{1}{2}-1\right)\ell^2} = -\frac{C\ell^2}{2r_F} = \bar v(\ell) = L_{v_{est}}$$