Università di Roma Tor Vergata

Corso di Scienza delle Costruzioni

Corsi di Studio in Ingegneria Edile-Architettura e Ingegneria dell'Edilizia

A.A. 2013-2014

Raccolta Esercizi d'Esame 2009-2011

(con soluzioni)

versione 1

A cura di Andrea Micheletti

Note

Questa raccolta contiene gli esercizi d'esame del Corso di Scienza delle Costruzioni assegnati dal 2009 al 2011. Ogni tema d'esame consiste in tre pagine, di cui la terza contiene le figure, ed è contrassegnato dalle diciture SdC1, SdC2 o SdC, facendo riferimento rispettivamente alla Parte I, Parte II, o entrambe le Parti I e II del testo P. Podio-Guidugli, "Lezioni di Scienza delle Costruzioni".

La modalità d'esame con cui questi temi sono stati assegnati differisce dalla modalità d'esame dell'Anno Accademico corrente (2013-14). Per questo motivo, la tipologia e difficoltà degli esercizi proposti non è da considerare rapprentativa in generale della tipologia e difficoltà degli esercizi che saranno assegnati in sede d'esame durante questo Anno Accademico.

Università degli Studi di Roma "Tor Vergata" - Facoltà di Ingegneria
Scienza delle Costruzioni - Anno Accademico 2008/9
Prova del 9 febbraio 2009

SdC **A**

COGNOME: .... NOME: .... Matricola: ....

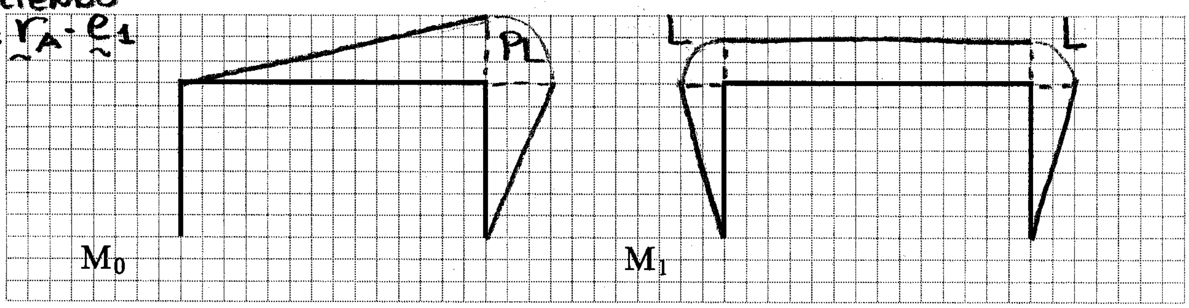
FIRMA: ....

Criterio di valutazione: 2 punti per ogni risposta corretta, 0 punti per ogni risposta errata o omessa, -0.5 punti per ogni risposta a scelta multipla errata.

Problema 1. Si consideri la travatura in fig. 1(a). Tutti i tratti hanno rigidezza flessionale EJ e coefficiente di dilatazione termica α costanti. Le deformazioni estensionali e di scorrimento sono trascurabili.

Q1.1 Dopo aver effettuato la scelta del sistema principale e dell'incognita iperstatica corrispondente, si traccino i diagrammi quotati del momento flettente per il sistema "0" (a sinistra) e per il sistema "1" (a destra). (Ogni diagramma vale 1 punto se corretto, 0 punti se errato o omesso).

SCEGLIENDO $X = \underset{\sim}{r_A} \cdot \underset{\sim}{e_1}$



Q1.2 Calcolare il coefficiente di elasticità η_{11}.

$\eta_{11} = \dfrac{8}{3} \dfrac{L^3}{EJ}$

Q1.3 L'incognita iperstatica vale:

$X = -\dfrac{P}{2}$

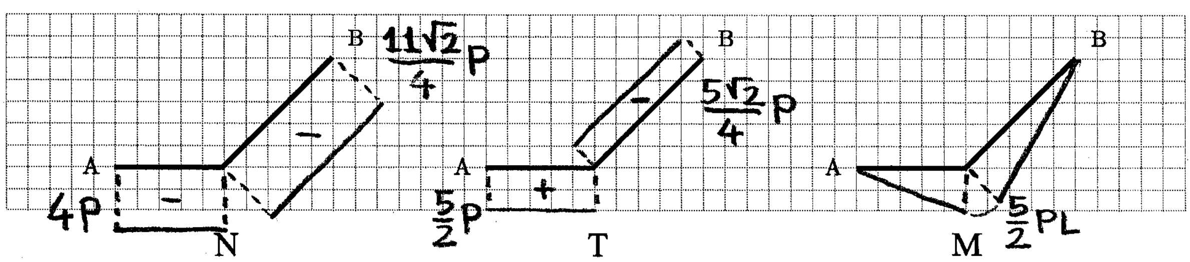
Si consideri ora la travatura in fig. 1(b), identica alla precedente per geometria, condizioni di vincolo e proprietà deformative ma sottoposta alla deformazione flessionale di origine termica t_1.

Q1.4 Calcolare la reazione verticale della cerniera in A.

$r_A \cdot e_2 = 0$

Problema 2. Si consideri la travatura rigida con elementi elastici in fig. 2.

Q2.1 Si traccino i diagrammi quotati delle caratteristiche di sollecitazione N, T e M sul tratto AB. (Ogni diagramma vale 1 punto se corretto, -0.5 punti se errato o omesso.)



Q2.2 Calcolare l'abbassamento del punto B.

$8\dfrac{P}{k}$

Q2.3 Tra le sezioni di controllo s_1, s_2, s_3, s_4 indicate in figura, elencare quelle più significative ai fini della verifica di resistenza della travatura.

S_2, S_3 ....

continua ...

Problema 3. La sezione in fig. 3 è sottoposta al momento flettente $\boldsymbol{M} = M\boldsymbol{e}_x + 2M\boldsymbol{e}_y$, con $M > 0$.

Q3.1 I momenti d'inerzia principali della sezione valgono:

$J_x = \frac{5}{6} a^4$, $J_y = \frac{7}{3} a^4$

Q3.2 Trovare l'equazione dell'asse neutro.

$y = \frac{5}{7} x$

Q3.3 La tensione normale massima sulla sezione vale:

☐ $\frac{167}{70}\frac{M}{a^3}$ ☐ $\frac{183}{70}\frac{M}{a^3}$ ■ $\frac{66}{35}\frac{M}{a^3}$ ☐ $\frac{29}{35}\frac{M}{a^3}$ ☐ Altro

Problema 4. La mensola di fig. 4(a) è caricata alla sua estremità da una forza assiale P ed da una coppia torcente C, con i versi specificati in figura. La trave ha una sezione circolare chiusa sottile, come in fig. 4(b).

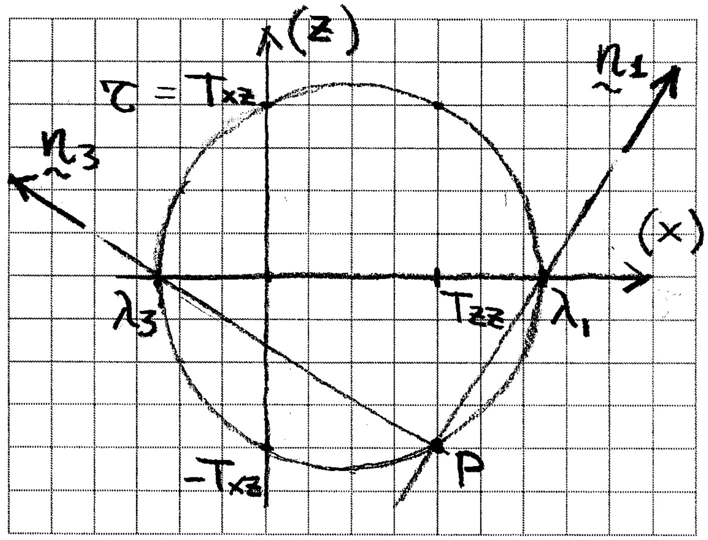
Q4.1 Determinare la tensione normale e la tensione tangenziale su una sezione generica.

$T_{zz} = \frac{P}{2\pi r\delta}$, $\tau = \frac{C}{2\pi r^2\delta}$

Q4.2 Sia σ_{am} la tensione ammissibile del materiale costituente la trave. Ponendo $C = Pr$, determinare il minimo spessore della sezione per cui la trave possa sopportare i carichi dati secondo il criterio di Tresca.

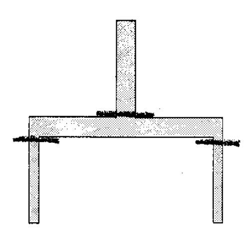
$\delta = \sqrt{5}\,\frac{P}{2\pi r\,\sigma_{am}}$

Q4.3 Nel punto A della generica sezione, una autocoppia del tensore di sforzo è data da $(\lambda_2, \boldsymbol{n}_2) = (0, \boldsymbol{e}_y)$.
Con l'ausilio della costruzione grafica di Mohr, da effettuare nello spazio riportato a fianco, si rappresentino le tensioni e direzioni principali $(\lambda_1, \boldsymbol{n}_1)$ e $(\lambda_3, \boldsymbol{n}_3)$ nello stesso punto.
In alternativa, le si determini analiticamente. (In questo caso sono sufficienti autovettori non normalizzati.)



Problema 5. Per la sezione sottile in fig. 5, si valutino le tensioni tangenziali T_{xz} e T_{yz}, dovute ad una forza di taglio T_y, secondo la teoria approssimata.

Q5.1 Indicare sulla sezione qui a fianco le corde sulle quali si ha la tensione tangenziale massima.



Q5.2 Quanto vale la tensione tangenziale massima sulla sezione?

☐ $\frac{3}{4}\frac{T_y}{a\delta}$ ☐ $\frac{11}{6}\frac{T_y}{a\delta}$ ■ $\frac{3}{8}\frac{T_y}{a\delta}$ ☐ $\frac{7}{6}\frac{T_y}{a\delta}$ ☐ Altro

TOTALE PUNTI DISPONIBILI: 31

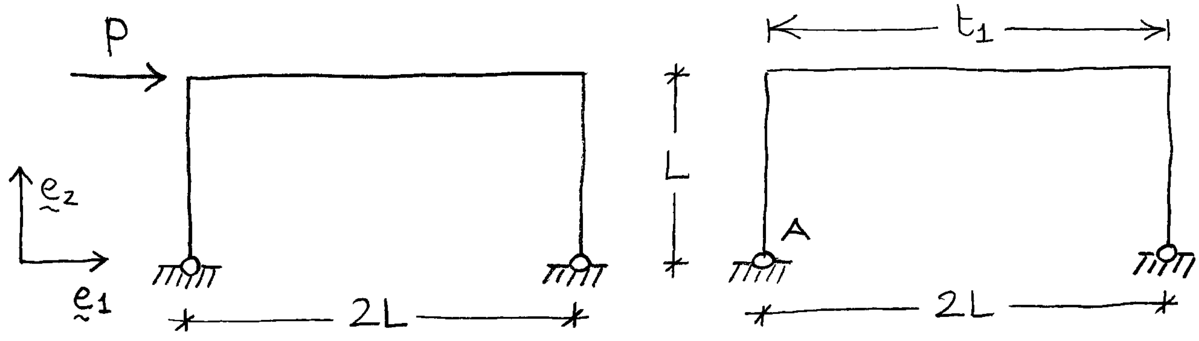


fig. 1

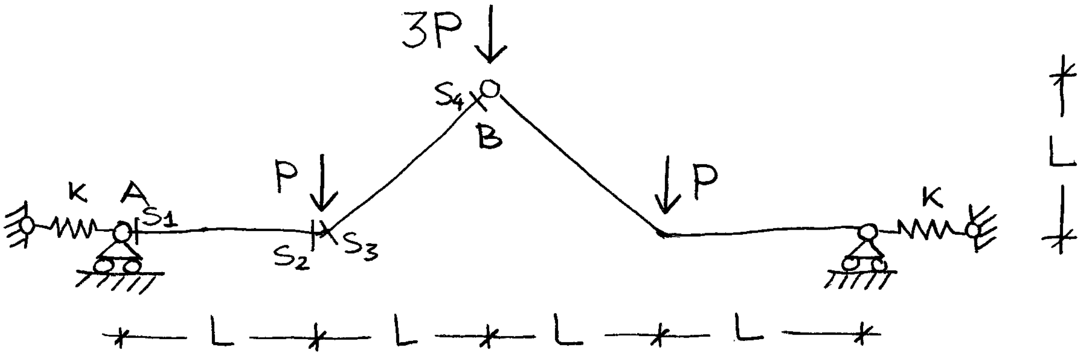


fig. 2

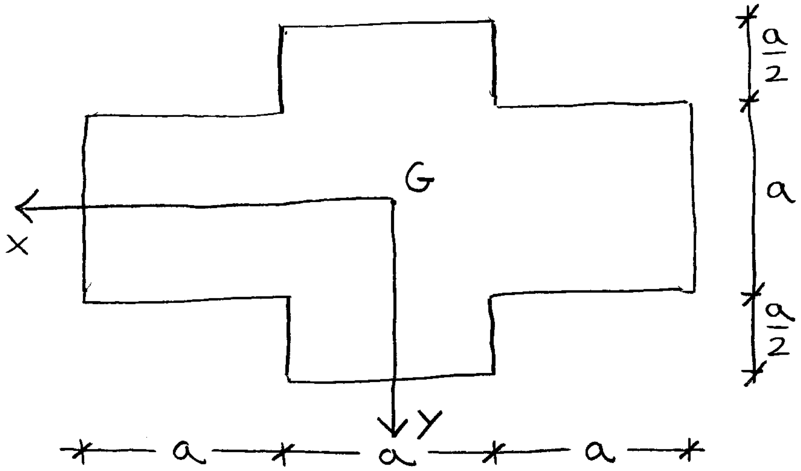


fig. 3

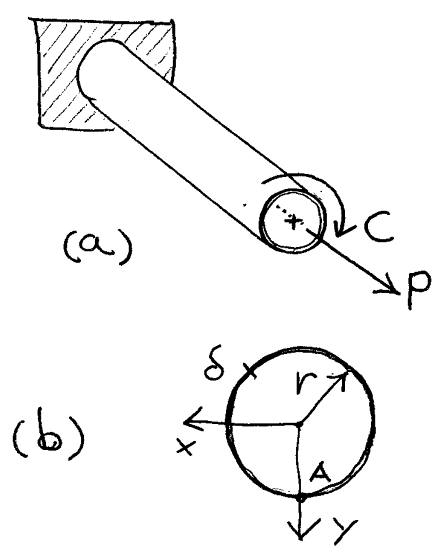


fig. 4

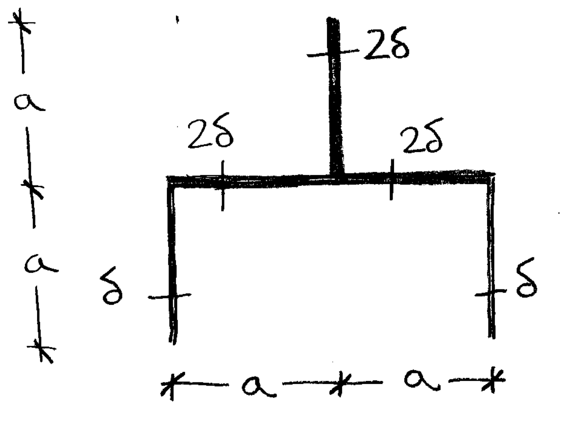


fig. 5

SdC1 **A**

COGNOME: .... NOME: .... Matricola: ....

FIRMA: ....

Criterio di valutazione: 2 punti per ogni risposta corretta, 0 punti per ogni risposta errata o omessa, -0.5 punti per ogni risposta a scelta multipla errata.

Problema 1. Si consideri il sistema reticolare in fig. 1(a). Tutte le aste hanno la stessa rigidezza estensionale r_N.

Q1.1 Dopo aver effettuato la scelta del sistema principale e della corrispondente incognita iperstatica, trovare gli sforzi normali nel sistema "1". SCEGLIENDO $N_{BC}=X$

N_{AB}	N_{AC}	N_{BC}	N_{BD}	N_{BE}	N_{CE}	N_{CG}
0	0	1	$\sqrt{2}$	-1	-1	$\sqrt{2}$

Q1.2 Calcolare il coefficiente di elasticità η_{11}.

$$\eta_{11} = 2(3+4\sqrt{2})\frac{L}{r_N}$$

Q1.3 L'incognita iperstatica vale:

$$X = \frac{2\sqrt{2}}{3+4\sqrt{2}}P$$

Q1.4 Trovare l'abbassamento del punto B.

☐ $\frac{2\sqrt{2}}{1+2\sqrt{2}}\frac{PL}{r_N}$ ☐ $\frac{\sqrt{2}}{1+2\sqrt{2}}\frac{PL}{r_N}$ ☐ $\frac{3\sqrt{2}}{2(1+\sqrt{2})}\frac{PL}{r_N}$ ■ $\frac{4\sqrt{2}}{3+4\sqrt{2}}\frac{PL}{r_N}$ ☐ Altro

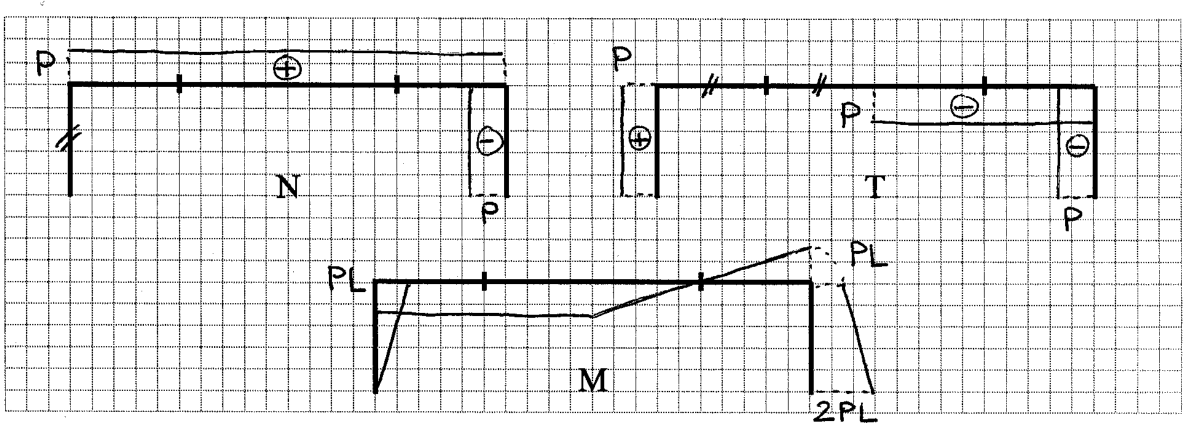
Si consideri ora il sistema in fig. 1(b).

Q1.5 Quanto vale lo sforzo normale nell'asta BD?

$$N_{BD} = \frac{P}{\sqrt{2}}$$

Problema 2. Si consideri la travatura in fig. 2(a), sottoposta al carico P in A.

Q2.1 Si traccino i diagrammi quotati delle caratteristiche di sollecitazione N, T e M. (Ogni diagramma vale 1 punto se corretto, -0.5 punti se errato o omesso.)



Si consideri ora la travatura in fig. 2(b), le cui proprietà deformative sono costanti lungo la linea d'asse. L'intera travatura è sottoposta ad una variazione di temperatura $\Delta t > 0$ uniforme sulla sezione e costante lungo la linea d'asse.

Q2.2 Calcolare l'abbassamento del punto A.

$$3\alpha \Delta t L$$

continua ...

Problema 3. Si consideri la trave in fig. 3. Le deformazioni estensionali e di scorrimento sono trascurabili.

Q3.1 Trovare l'espressione del momento flettente per $z \in (0, L)$.

$M(z) = -\frac{1}{2} p z^2 + \frac{3}{8} p L z$

Q3.2 Trovare l'espressione della linea elastica per $z \in (0, L)$.

$v(z) = \frac{1}{48} \frac{p}{r_M} \left(2z^4 - 3Lz^3 + L^3 z \right)$

Q3.3 La rotazione in $z = L$ (positiva se antioraria) è:

☐ minore di zero. ■ uguale a zero. ☐ maggiore di zero.

Problema 4. Si consideri la trave a forma di anello circolare (raggio R) in fig. 4, le cui proprietà deformative sono costanti lungo la linea d'asse. La generica sezione è individuata dall'angolo θ in figura. La trave è caricata da due coppie antiorarie di intensità C, sulle sezioni corrispondenti a $\theta = \frac{1}{2}\pi$, $\frac{3}{2}\pi$, e da quattro coppie orarie di intensità $C/2$, sulle sezioni corrispondenti a $\theta = \frac{1}{4}\pi$, $\frac{3}{4}\pi$, $\frac{5}{4}\pi$, $\frac{7}{4}\pi$.

Q4.1 Quanti piani di simmetria/antisimmetria, ortogonali al piano di figura, si possono individuare?

☐ Due piani di simmetria.
■ Due piani di antisimmetria.
☐ Un piano di simmetria ed un piano di antisimmetria.
☐ Due piani di simmetria ed un piano di antisimmetria.

Q4.2 Determinare l'espressione del momento flettente sul tratto AB in funzione dell'angolo θ.

$M(\theta) = 0$

Q4.3 Sul tratto BD il momento flettente tende le fibre all'estradosso della trave. ■ V ☐ F

Problema 5. Si considerino i problemi di carico critico in fig. 5.

Q5.1 Per il problema in fig. 5(a), scrivere le condizioni al bordo da imporre sulla funzione $v(z)$ in $z = L$.

$v(L) = 0 \,, \quad \lambda v'(L) = -EJ\, v''(L)$

Q5.2 Si confrontino i carichi critici dei due sistemi. Si ha:

■ $p_c^{(a)} < p_c^{(b)}$ ☐ $p_c^{(a)} = p_c^{(b)}$ ☐ $p_c^{(a)} > p_c^{(b)}$

TOTALE PUNTI DISPONIBILI: 31

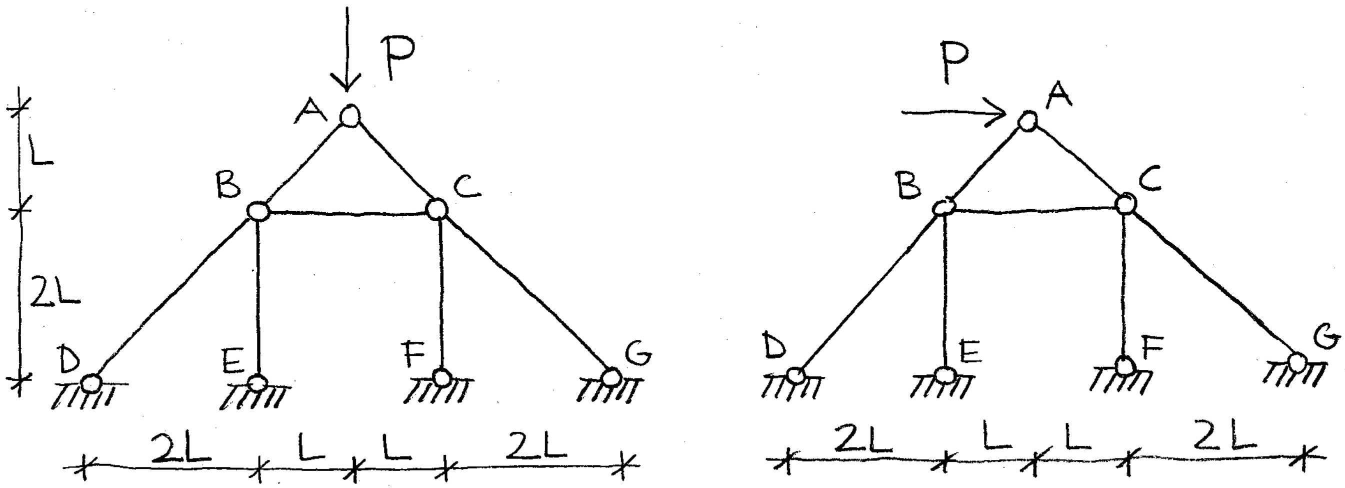


fig. 1

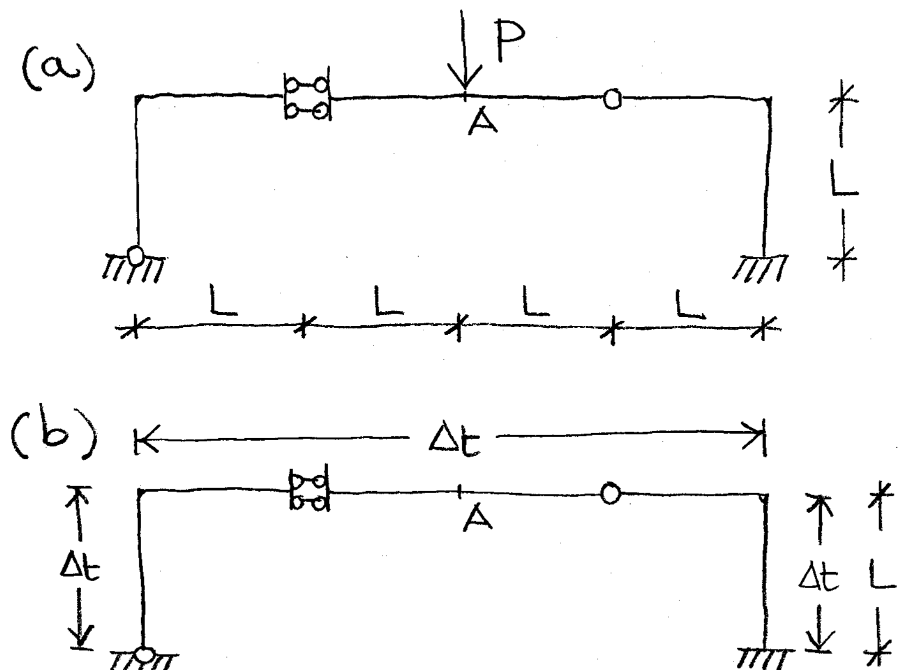


fig. 2

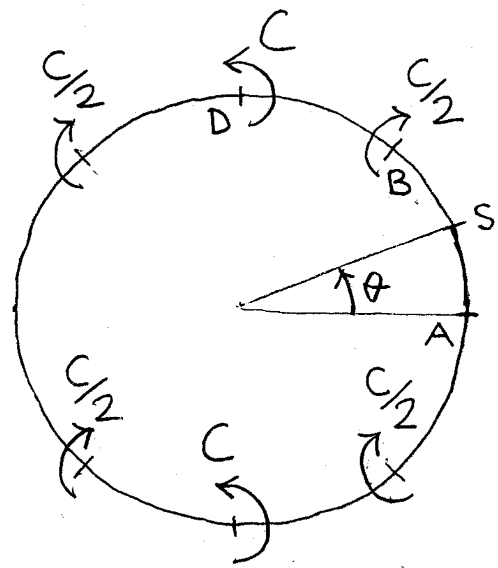


fig. 4

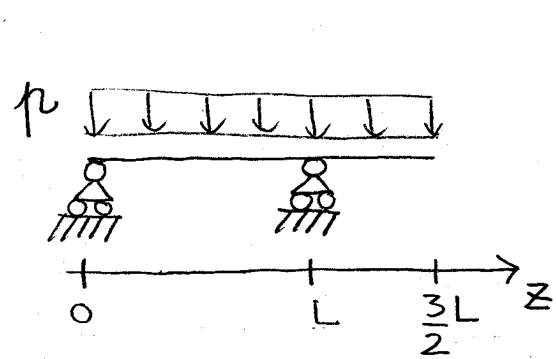


fig. 3

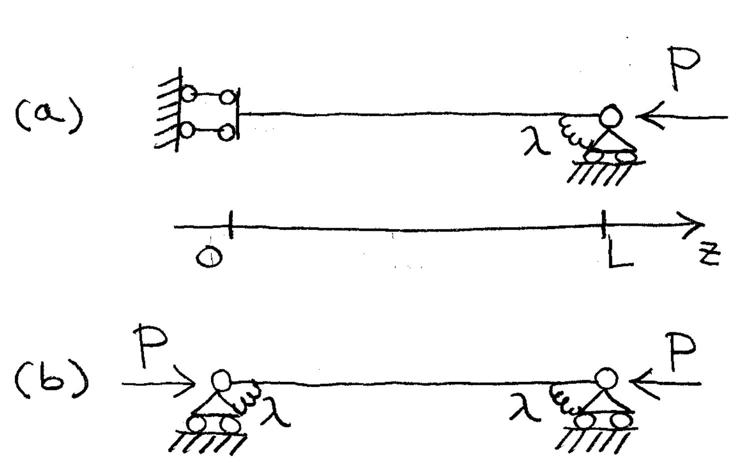


fig. 5

Università degli Studi di Roma "Tor Vergata" - Facoltà di Ingegneria
Scienza delle Costruzioni - Anno Accademico 2008/9
Prova scritta del 24 febbraio 2009

SdC2 **A**

COGNOME: .... NOME: .... Matricola: ....

FIRMA: ....

Criterio di valutazione: 2 punti per ogni risposta corretta, 0 punti per ogni risposta errata o omessa, -0.5 punti per ogni risposta a scelta multipla errata.

Problema 1. La sezione in fig. 1 è sottoposta al momento flettente $\boldsymbol{M} = M\boldsymbol{e}_x + M\boldsymbol{e}_y$, con $M > 0$.

Q1.1 Trovare la distanza d del baricentro dal punto A:

$d = \frac{11}{8}\sqrt{2}\,a$

Q1.2 I momenti d'inerzia principali della sezione valgono:

$J_x = \frac{53}{12}a^4$, $J_y = \frac{20}{3}a^4$

Q1.3 Trovare l'equazione del piano di flessione.

$y = -\frac{80}{53}x$

Q1.4 La T_{zz} massima in valore assoluto vale:

☐ $\max|T_{zz}| = \frac{11}{53\sqrt{2}}\frac{M}{a^3}$ ■ $\max|T_{zz}| = \frac{33}{53\sqrt{2}}\frac{M}{a^3}$ ☐ $\max|T_{zz}| = \frac{66}{53\sqrt{2}}\frac{M}{a^3}$ ☐ $\max|T_{zz}| = \frac{33}{106\sqrt{2}}\frac{M}{a^3}$ ☐ altro

Problema 2. La mensola in fig. 2(a) è caricata alla sua estremità dalla forza P. La mensola ha la sezione sottile cruciforme in fig. 2(b). Si valutino le tensioni tangenziali secondo la teoria approssimata del taglio.

Q2.1 Sulla sezione di incastro, determinare la massima tensione normale e la massima tensione tangenziale

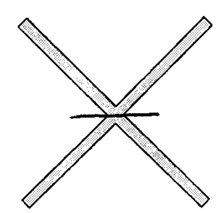
$T_{zz} = \frac{3}{2}\frac{PL}{\delta a^2}$, $\tau = \frac{3}{4}\frac{P}{\delta a}$

Q2.2 Ponendo $L = 10a$, si calcoli la tensione ideale secondo Tresca nel punto A della sezione di incastro.

■ $\frac{3}{8}\sqrt{409}\,\frac{P}{a\delta}$ ☐ $\frac{3}{2}\sqrt{409}\,\frac{P}{a\delta}$ ☐ $\frac{3}{4}\sqrt{409}\,\frac{P}{a\delta}$ ☐ $\frac{3}{16}\sqrt{409}\,\frac{P}{a\delta}$ ☐ Altro

Si consideri ora una mensola caricata come in fig. 2(a) ma con la sezione in fig. 2(c), che a differenza della precedente risulta ruotata di $\frac{\pi}{4}$.

Q2.3 Indicare qui a fianco la corda (o le corde) sulle quali si ottiene la tensione tangenziale massima sulla generica sezione della mensola.



Q2.4 Rispetto al caso precedente, la tensione ideale secondo Tresca nel punto A della sezione di incastro è

☐ maggiore. ■ minore. ☐ la stessa.

continua ...

Problema 3. La sezione sottile di fig. 3 è sottoposta ad un momento torcente M_t.

Q3.1 Determinare la tensione tangenziale massima sulla sezione.

$$\tau = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{M_t}{\delta a^2}$$

Q3.2 Determinare il fattore di torsione.

$$\chi_t = \frac{155}{72} \quad \left(= \frac{10}{3} \frac{J_o}{\delta a^3} \right)$$

Problema 4. In un punto di un continuo di Cauchy, elastico lineare ed isotropo, si conoscono le tensioni e direzioni principali nella base $\{e_1, e_2, e_3\}$:

$$\lambda_1 = 2\sigma\,, \qquad \lambda_2 = \sigma\,, \qquad \lambda_3 = -\sigma\,;$$

$$n_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} e_1 + \frac{1}{2} e_2\,, \qquad n_2 = -\frac{1}{2} e_1 + \frac{\sqrt{3}}{2} e_2\,, \qquad n_3 = e_3\,.$$

Q4.1 Trovare una delle giaciture sulle quali si ha la tensione tangenziale massima.

$$n = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \underset{\sim}{e}_1 + \frac{1}{2} \underset{\sim}{e}_2 \pm \underset{\sim}{e}_3 \right)$$

Q4.2 Calcolare la quota di energia elastica associata alla variazione di forma.

$$\frac{7}{6} \frac{\sigma^2}{G}$$

Q4.3 Trovare la rappresentazione in componenti del tensore degli sforzi nella base data.

$$[T] = \begin{bmatrix} \frac{7}{4}\sigma & \frac{\sqrt{3}}{4}\sigma & 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{4}\sigma & \frac{5}{4}\sigma & 0 \\ 0 & 0 & -\sigma \end{bmatrix}$$

Problema 5. Si consideri la mensola a due gomiti in fig. 4. La mensola è composta da tre tratti rettilinei paralleli ai versori e_1 ed e_2 ed è caricata all'estremità dalla forza $p = -P e_3$, con $P > 0$.

Q5.1 Trovare le caratteristiche della sollecitazione all'incastro in A. (Si faccia riferimento al triedro $\{t_A, n_A, b_A\}$.)

N	T_n	T_b	M_t	M_n	M_b
0	0	+P	-PL	-4PL	0

Q5.2 Trovare le caratteristiche della sollecitazione nel generico punto C del tratto parallelo ad e_2, posto a distanza s dal gomito in B. (Si faccia riferimento al triedro $\{t_C, n_C, b_C\}$.)

N	T_n	T_b	M_t	M_n	M_b
0	0	+P	2PL	-P(L-s)	0

Q5.3 Tra le sezioni di controllo indicate in fig. 4(b), elencare quelle più significative ai fini della verifica di resistenza della travatura. ....S1 , S3..............

TOTALE PUNTI DISPONIBILI: 32

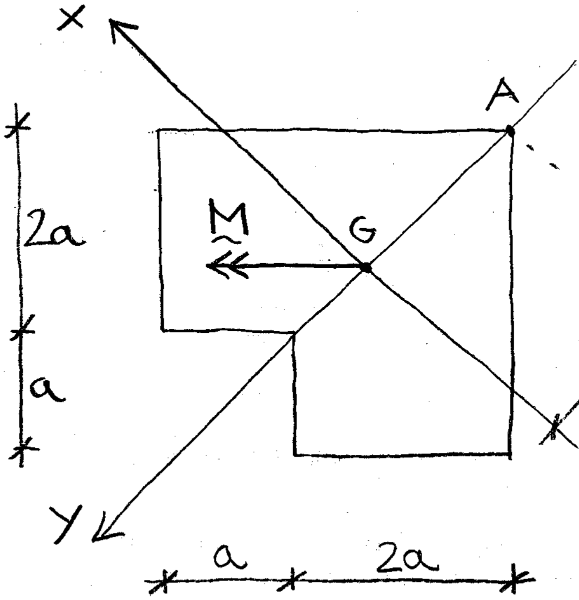


fig. 1

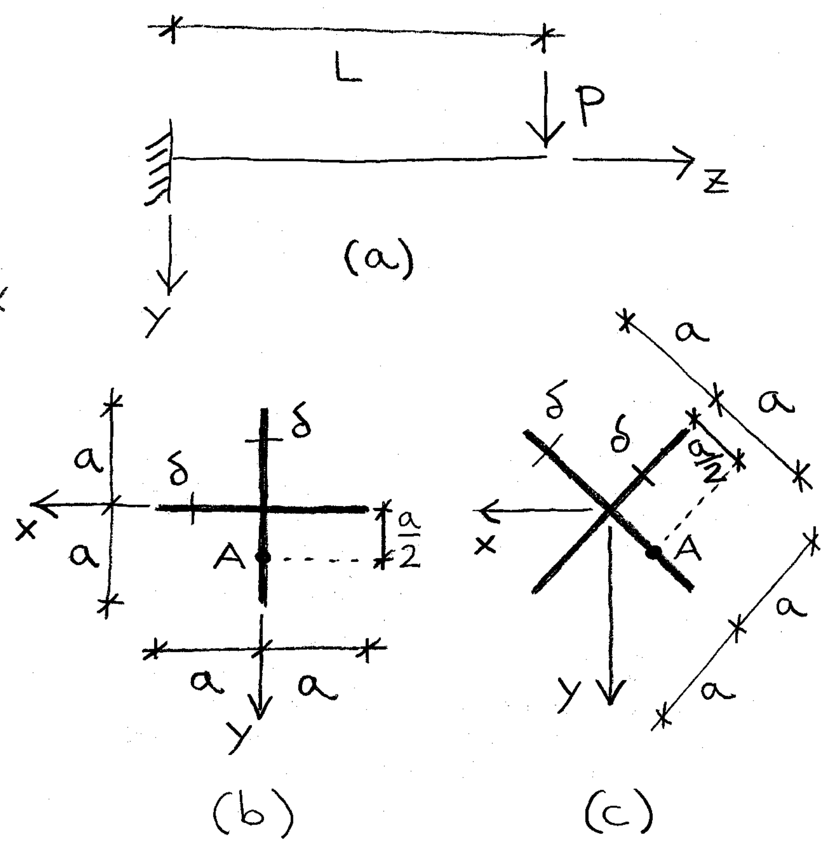


fig. 2

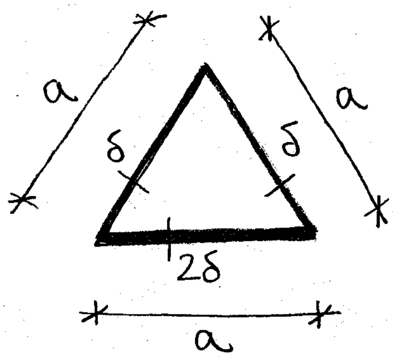
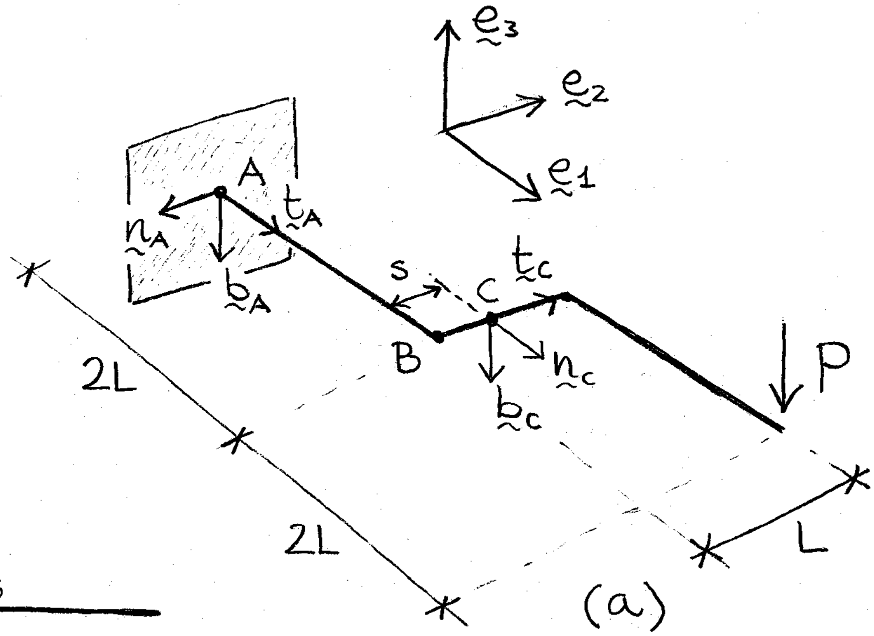


fig. 3



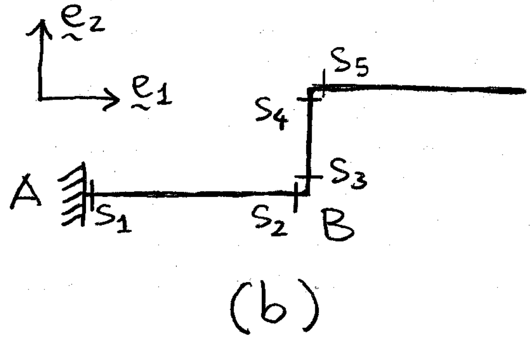


fig. 4

Università degli Studi di Roma "Tor Vergata" - Facoltà di Ingegneria
Scienza delle Costruzioni - Anno Accademico 2008/9
Prova scritta del 27 aprile 2009

SdC2 **A**

COGNOME: .... NOME: .... Matricola: ....

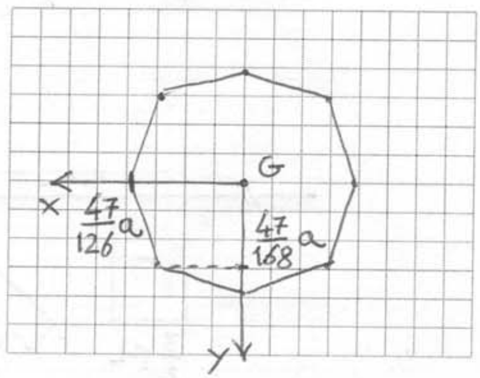
FIRMA: ....

Criterio di valutazione: 2 punti per ogni risposta corretta, 0 punti per ogni risposta errata o omessa, -0.5 punti per ogni risposta a scelta multipla errata.

Problema 1. La sezione in fig. 1 è sottoposta allo sforzo normale $N = -P$ e al momento flettente $M = Pae_x + \frac{1}{2}Pae_y$, con $P > 0$.

Q1.1 Il momento d'inerzia J_x della sezione vale: $J_x = \frac{47}{12} a^4$

Q1.2 Disegnare e quotare il nocciolo centrale d'inerzia nello spazio riportato a fianco.



Q1.3 L'asse neutro interseca la sezione. ■ V □ F

Q1.4 La T_{zz} minima (massima tensione di compressione) vale: $-\frac{194}{329}\frac{P}{a^2}$

Problema 2. Una trave di lunghezza L e sezione come in fig. 2 è sottoposta ad un momento torcente M_t costante.

Q2.1 Determinare la tensione tangenziale massima sulla sezione, secondo la teoria di Saint-Venant. $\tau = \frac{3}{5\pi}\frac{M_t}{R^3}$

Q2.2 Determinare l'angolo di rotazione relativa tra le basi. $\frac{2}{5\pi}\frac{M_t L}{R^4 G}$

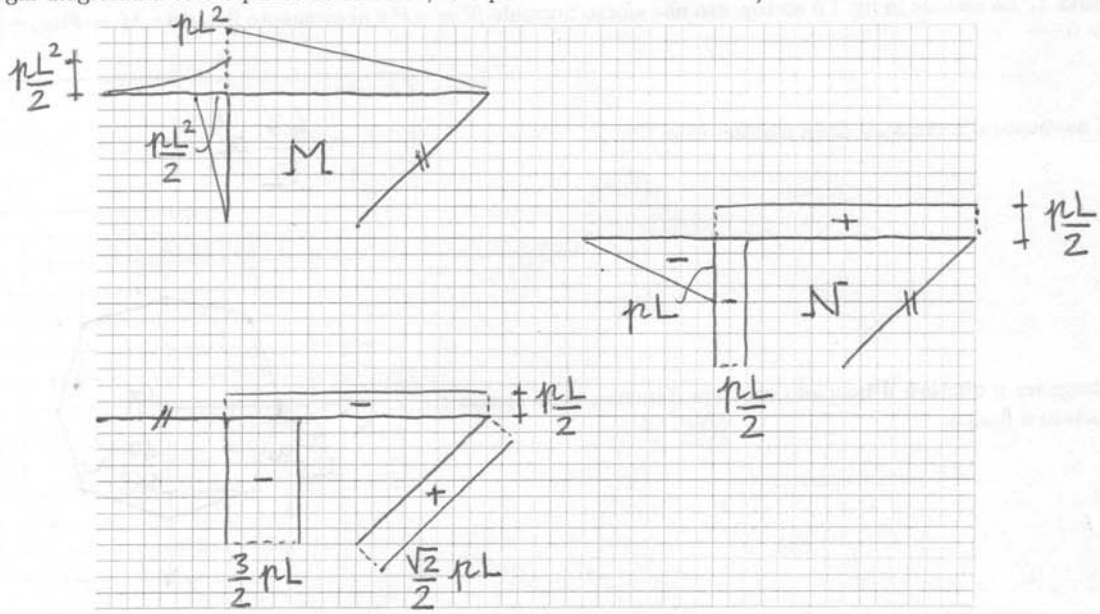
Q2.3 Calcolare l'energia elastica complessivamente immagazzinata dalla trave. $\frac{M_t^2 L}{5\pi G R^4}$

continua ...

Problema 3. Si consideri la travatura in Fig. 3.

Q3.1 Lo sforzo normale nel pendolo vale: $\frac{\sqrt{2}}{2} pL$

Q3.2 Si traccino i diagrammi quotati delle caratteristiche di sollecitazione N, T e M. (Ogni diagramma vale 1 punto se corretto, -0.5 punti se errato o omesso.)



Q3.3 Tra le sezioni di controllo indicate in figura, elencare quelle più significative ai fini della verifica di resistenza della travatura. S_1, S_2, S_3

Problema 4. La mensola in fig. 4(a) ha la sezione sottile in fig. 4(b). Il baricentro G si trova ad una distanza pari a $\frac{a}{3}$ dal lembo superiore, mentre il momento principale d'inerzia J_x vale $\frac{5}{3}a^3\delta$. Si valutino le tensioni tangenziali secondo la teoria approssimata del taglio.

Q4.1 Determinare la massima tensione tangenziale sulla sezione d'incastro. $\frac{8}{15}\frac{pL}{a\delta}$

Q4.2 Nel punto A della sezione di incastro, determinare la tensione normale e la tensione tangenziale $T_{zz} = -\frac{1}{5}\frac{pL^2}{a^2\delta}$, $T_{xz} = -\frac{2}{5}\frac{pL}{a\delta}$

Si ponga ora $L = 10a$.

Q4.3 Nel punto A della sezione di incastro, determinare le tensioni principali massima e minima $\lambda_1 = \left(-10 + 2\sqrt{29}\right)\frac{p}{\delta}$, $\lambda_3 = \left(-10 - 2\sqrt{29}\right)\frac{p}{\delta}$

Q4.4 Nel punto A della sezione di incastro, si calcoli la tensione ideale secondo Tresca. $4\sqrt{29}\frac{p}{\delta}$

Si consideri la stessa mensola con la sezione in Fig 4(c).

Q4.5 Rispetto alla situazione precedente, lo stato tensionale rimane invariato. ■ V ☐ F

TOTALE PUNTI DISPONIBILI: 31

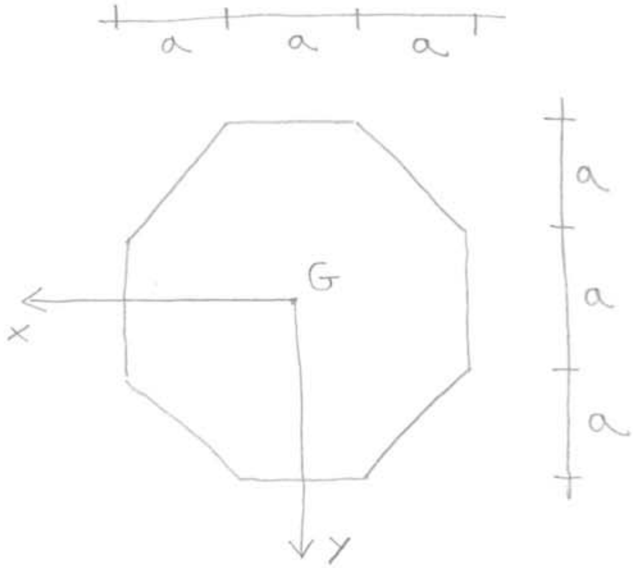


fig. 1

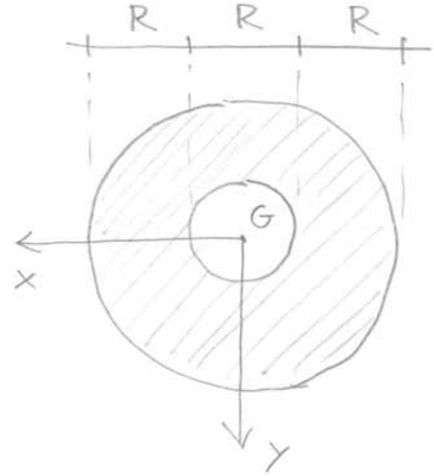
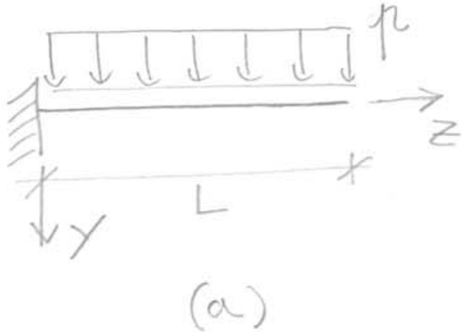


fig. 2



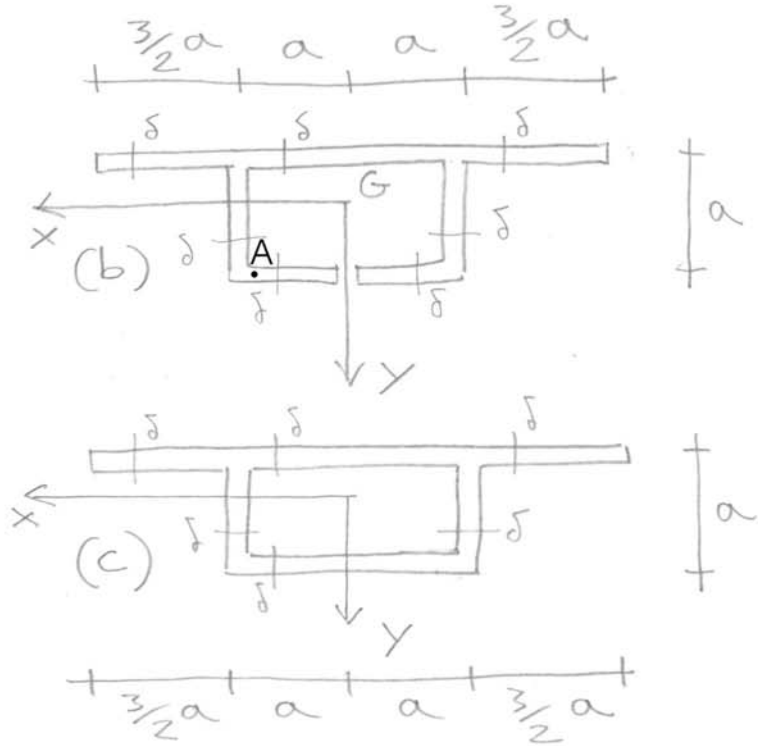


fig. 4

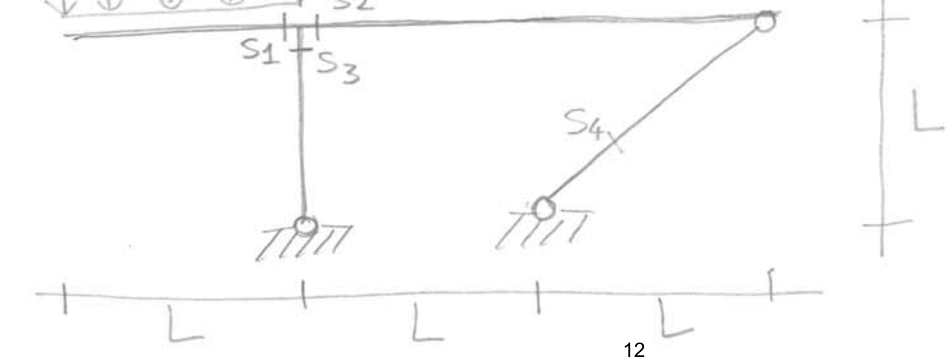


fig. 3

Università degli Studi di Roma "Tor Vergata" - Facoltà di Ingegneria
Scienza delle Costruzioni - Anno Accademico 2008/9
Prova del 13 luglio 2009

SdC1 **A**

COGNOME: .... NOME: .... Matricola: ....

FIRMA: ....

Criterio di valutazione (salvo diversamente specificato): 2 punti per ogni risposta corretta, 0 punti per ogni risposta errata o omessa, -0.5 punti per ogni risposta a scelta multipla errata.

Problema 1. Si consideri la travatura in fig. 1. Tutti i tratti hanno rigidezza flessionale EJ. Le deformazioni estensionali e di scorrimento sono trascurabili.

Q1.1 Tra i parametri di reazione, $r_{A1} = \mathbf{r}_A \cdot \mathbf{e}_1$, $r_{A2} = \mathbf{r}_A \cdot \mathbf{e}_2$, c_A, r_C, qual è quello che non può essere utilizzato come incognita iperstatica?

- ■ r_{A1}
- ☐ r_{A2}
- ☐ c_A
- ☐ r_C

Q1.2 Dopo aver effettuato la scelta del sistema principale e dell'incognita iperstatica corrispondente, si trovi il coefficiente di elasticità η_{11}.

$X = r_C$

$\eta_{11} = \frac{2}{3}(1+\sqrt{2})\frac{\ell^3}{EJ}$

Q1.3 Il momento massimo in valore assoluto vale:

$P\ell$

Q1.4 Trovare lo spostamento verticale del punto B.

$\mathbf{u}_B \cdot \mathbf{e}_2 = -\frac{15+10\sqrt{2}}{12}\frac{P\ell^3}{EJ}$

Q1.5 Tenendo conto delle deformabilità assiale della travatura, con rigidezza EA costante, il coefficiente η_{11} diventa:

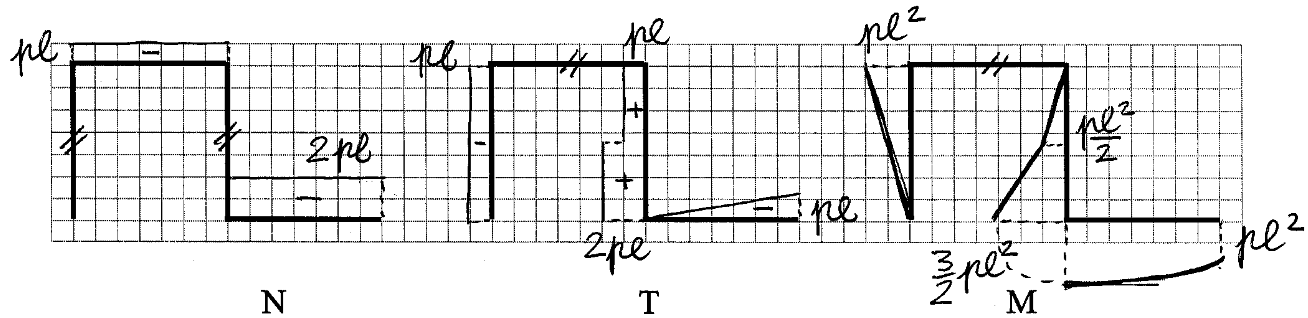
$\eta_{11} = \frac{2}{3}(1+\sqrt{2})\frac{\ell^3}{EJ} + \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\ell}{EA}$

Problema 2. Si consideri la travatura rigida in fig. 2.

Q2.1 Quanto vale lo sforzo normale sul tratto AB?

$N_{AB} = -P\ell$

Q2.2 Si traccino i diagrammi quotati delle caratteristiche di sollecitazione N, T e M sulle linee fondamentali sotto predisposte.



N T M

continua ...

Problema 3. Si considerino le travature reticolari in fig. 3, con r_N costante. In fig. 3(a) le aste hanno tutte lunghezza pari a l, mentre in fig. 3(b) le aste hanno tutte lunghezza pari a l eccetto una delle aste orizzontali, che ha lunghezza pari a $2l$.

Q3.1 Trovare lo sforzo normale nell'asta 1 in fig. 3(a).

$$-\frac{\sqrt{3}}{6}P$$

Q3.2 L'energia elastica immagazzinata dalla struttura in fig. 3(a) è pari a:

$$\frac{P^2 \ell}{6 r_N}$$

Q3.3 In fig. 3(a), l'abbassamento del punto di applicazione del carico vale:

$$\frac{P\ell}{3 r_N}$$

Q3.4 In fig. 3(b), gli sforzi normali sono uguali a quelli in fig. 3(a). ■ V ☐ F

Problema 4. Si consideri il problema flessionale per la trave di Bernoulli-Navier in fig. 4, con r_M ed α costanti lungo la linea d'asse. Siano $v_i(z), \varphi_i(z), T_i(z), M_i(z), i = 1, 2$ le funzioni relative ai tratti 1 e 2.

Q4.1 Scrivere le condizioni di raccordo che queste funzioni devono soddisfare nel punto B.

$$v_1(\ell) = v_2(\ell)$$
$$M_1(\ell) = 0 \quad , M_2(\ell) = 0$$
$$T_2(\ell) - T_1(\ell) = k\, v_1(\ell)$$

Q4.2 Esplicitare tutte le condizioni di raccordo nel punto B rispetto alle sole $v_i(z)$, $i = 1, 2$ e le loro derivate .

$$v_1(\ell) = v_2(\ell)$$
$$v_1''(\ell) = 0$$
$$v_2''(\ell) + \alpha t_1 = 0$$
$$-r_M v_2'''(\ell) + r_M v_1'''(\ell) = k\, v_1(\ell)$$

Problema 5. Si considerino i problemi di carico critico in fig. 5. I due tratti hanno la stessa rigidezza flessionale.

Q5.1 Si confrontino i carichi critici dei due sistemi, si ha:

☐ $P_c^{(a)} < P_c^{(b)}$ ☐ $P_c^{(a)} = P_c^{(b)}$ ■ $P_c^{(a)} > P_c^{(b)}$

Q5.2 Quando $k \to \infty$ il carico critico per la travatura in fig. 5(b) tende a:

$$P_c^{(b)} = \frac{\pi r_M}{\ell^2}$$

TOTALE PUNTI DISPONIBILI: 31

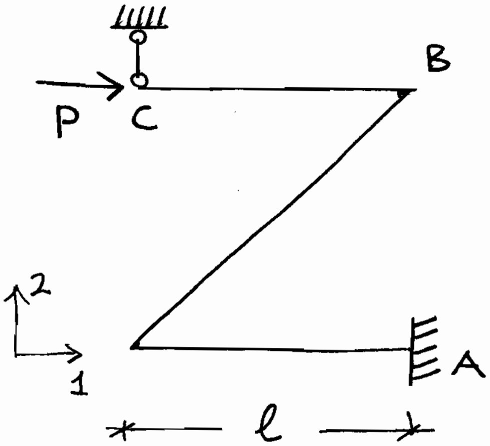


fig. 1

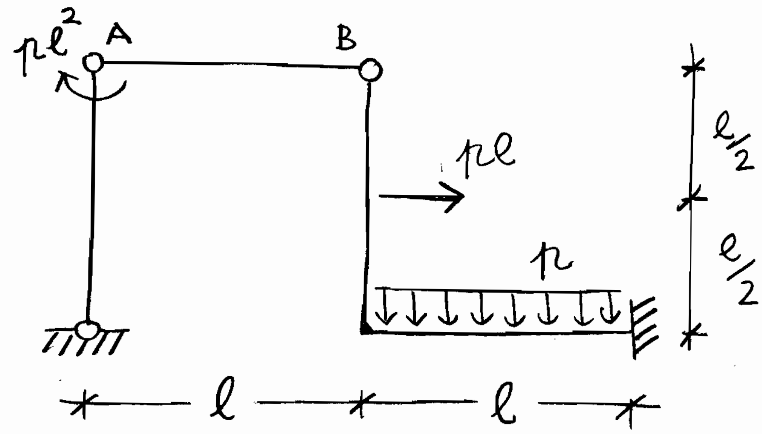


fig. 2

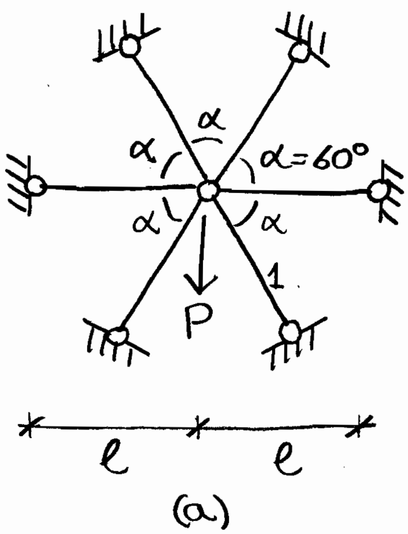
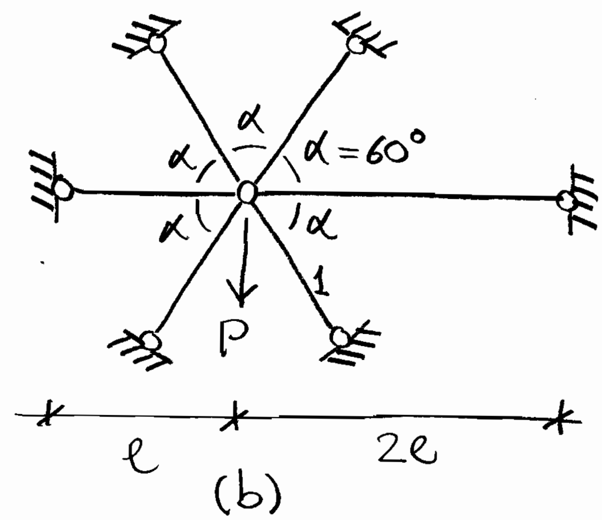


fig. 3



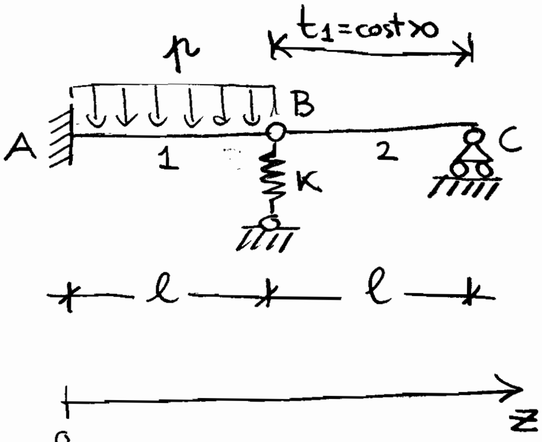


fig. 4

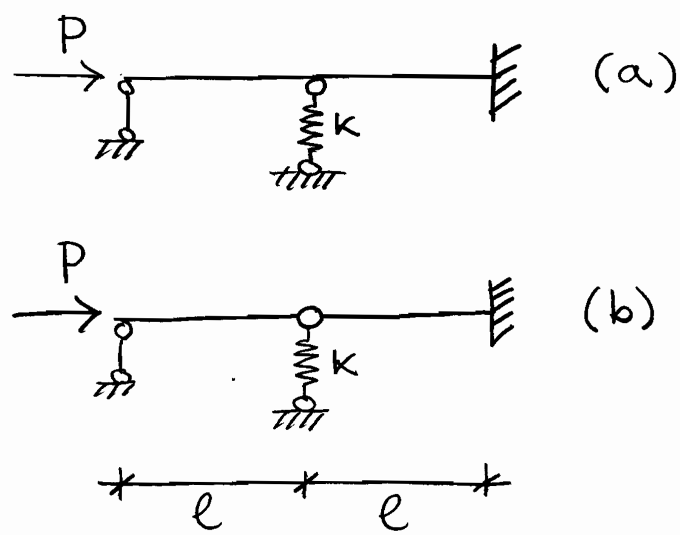


fig. 5

Università degli Studi di Roma "Tor Vergata" - Facoltà di Ingegneria
Scienza delle Costruzioni - Anno Accademico 2008/9
Prova scritta del 13 luglio 2009

SdC2 **B**

COGNOME: .... NOME: .... Matricola: ....

FIRMA: ....

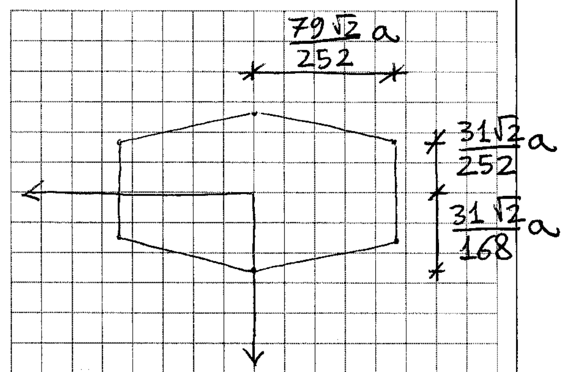
Criterio di valutazione: 2 punti per ogni risposta corretta, 0 punti per ogni risposta errata o omessa, -0.5 punti per ogni risposta a scelta multipla errata.

Problema 1. La sezione in fig. 1 è sottoposta al momento flettente $\boldsymbol{M} = M\boldsymbol{e}_x + 2M\boldsymbol{e}_y$, con $M > 0$.

Q1.1 Il momenti d'inerzia J_x, J_y della sezione valgono:

$J_x = \frac{31}{12} a^4 \qquad J_y = \frac{79}{12} a^4$

Q1.2 Disegnare e quotare il nocciolo centrale d'inerzia nello spazio riportato a fianco.



Q1.3 Trovare l'equzione dell'asse neutro.

$y = \frac{62}{79} x$

Q1.4 La T_{zz} minima (massima tensione di compressione) vale:

$\sqrt{2}\left(\frac{12}{31} + \frac{12}{79}\right)\frac{M}{a^3}$

Problema 2. La mensola ad L in fig. 2(a) ha una sezione quadrata compatta di lato pari ad a, fig. 2(b).

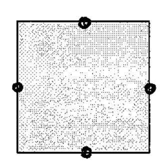
Q2.1 Sulla sezione d'incastro, determinare la tensione tangenziale massima dovuta alla sola sollecitazione di torsione.

$\tau \cong 4{,}8 \frac{P\ell}{a^3}$ (oppure $4\frac{P\ell}{a^3}$ usando la formula di Bredt)

Q2.2 Sulla sezione d'incastro, determinare la tensione tangenziale massima dovuta alla sola sollecitazione di taglio.

$\tau = \frac{3}{2}\frac{P}{a^2}$

Q2.3 Sulla sezione di incastro, indicare i punti più significativi ai fini delle verifiche di sicurezza.



Q2.4 Sulla sezione d'incastro, trovare la tensione ideale massima secondo tresca, assumendo $\ell = 10a$.

$\sqrt{120^2 + 4 \cdot 48^2}\,\frac{P}{a^2} = 153{,}77\,\frac{P}{a^2}$

$\left(144{,}22\,\frac{P}{a^2}\right)$

continua ...

Problema 3. La sezione sottile in fig. 3 ha uno spessore costante pari a δ ed è sottoposta a una forza di taglio T_y. Si assumano noti i momenti d'inerzia J_x e J_y.

Q3.1 Determinare la massima tensione tangenziale.

$$\frac{121}{392}\,\frac{T_y a^2}{J_x}$$

Q3.2 Calcolare la tensione tangenziale sulla corda c in figura.

$$\frac{1}{7}\,\frac{T_y a^2}{J_x}$$

Problema 4. Due travi di lunghezza l hanno le sezioni sottili in fig. 4 e sono entrambe sottoposte a un momento torcente M_t.

Q4.1 Calcolare la massima tensione tangenziale sulla sezione in fig. 4(a).

$$\frac{M_t}{6a^2\delta}$$

Q4.2 Trovare la rotazione relativa tra le basi per il caso di fig. 4(a):

$$\frac{5}{27}\,\frac{M_t \ell}{G a^3 \delta}$$

Q4.3 Rispetto al caso di fig. 4(a), la rotazione relativa tra le basi nel caso di fig. 4(b) è

☐ maggiore. ■ minore. ☐ uguale.

Problema 5. In un punto di un continuo di Cauchy, elastico lineare e isotropo, si conoscono le tensioni e direzioni principali nella base $\{e_1, e_2, e_3\}$:

$$\lambda_1 = 2\sigma\ , \qquad \lambda_2 = \sigma\ , \qquad \lambda_3 = -2\sigma\,;$$

$$n_1 = e_3\ , \qquad n_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2}e_1 + \frac{\sqrt{2}}{2}e_2\ , \qquad n_3 = \frac{\sqrt{2}}{2}e_1 + \frac{\sqrt{2}}{2}e_2\,.$$

Q5.1 Calcolare la quota di energia elastica associata alla variazione di volume.

$$\frac{1-2\nu}{E}$$

Q5.2 Trovare la rappresentazione in componenti del tensore degli sforzi nella base data.

$$[T] = \begin{bmatrix} -\frac{\sigma}{2} & -\frac{3}{2}\sigma & 0 \\ -\frac{3}{2}\sigma & -\frac{\sigma}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 2\sigma \end{bmatrix}$$

TOTALE PUNTI DISPONIBILI: 30

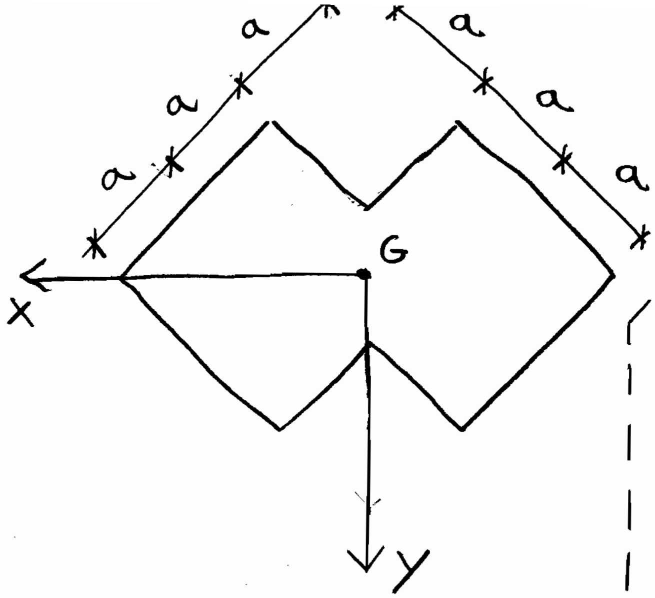
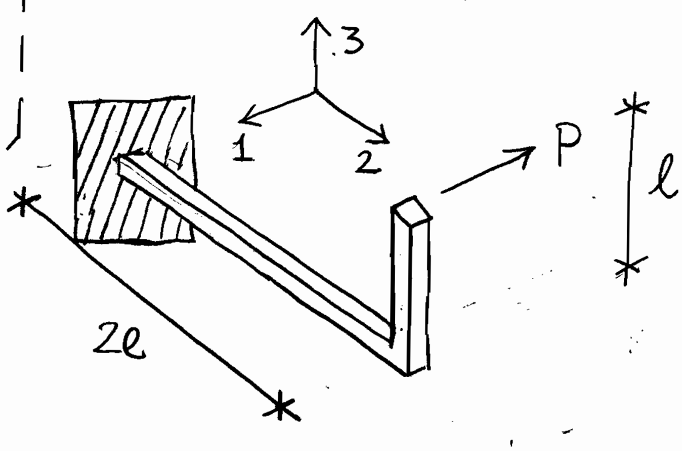
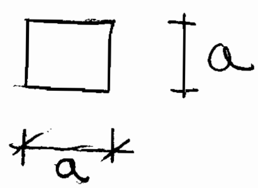


fig. 1



(a)

fig. 2



(b)

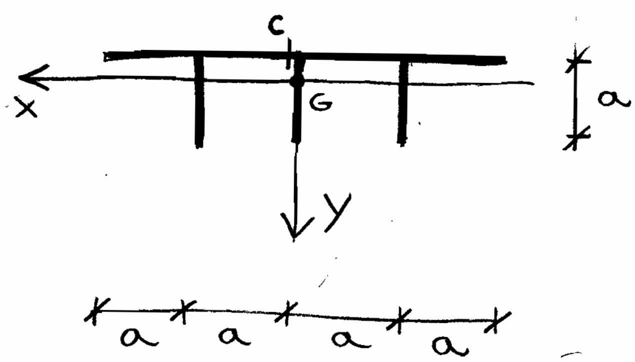
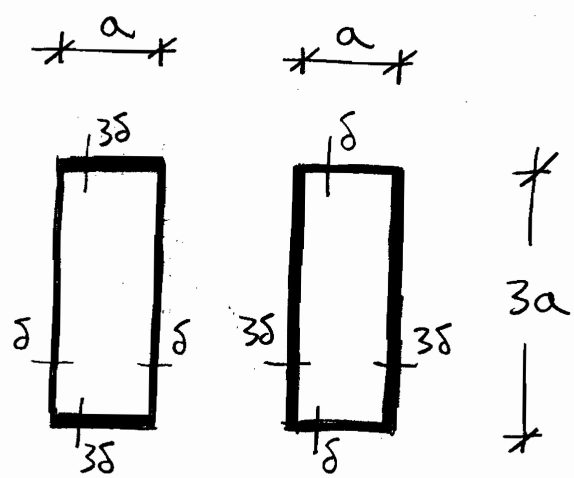


fig. 3



(a) (b)

fig. 4

Università degli Studi di Roma "Tor Vergata" - Facoltà di Ingegneria
Scienza delle Costruzioni - Anno Accademico 2008/9
Prova del 2 settembre 2009

SdC1**A**

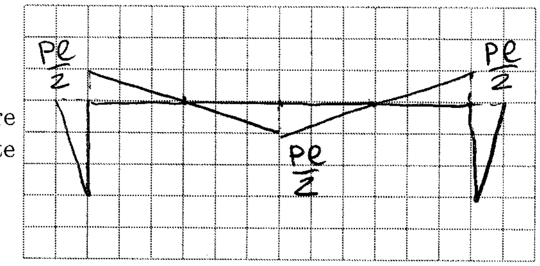
COGNOME: .... NOME: .... Matricola: ....

FIRMA: ....

Criterio di valutazione: 2 punti per ogni risposta corretta, 0 punti per ogni risposta errata o omessa, -0.5 punti per ogni risposta a scelta multipla errata.

Problema 1. Si consideri la travatura in fig. 1. Tutti i tratti hanno rigidezza flessionale EJ. Le deformazioni estensionali e di scorrimento sono trascurabili.

Q1.1 Dopo aver effettuato la scelta del sistema principale, tracciare nello spazio a fianco il diagramma quotato del momento flettente nello schema "0". Scegliendo $X = C_B = -C_A$



Q1.2 Considerando lo schema "1", calcolare il coefficiente di elasticità η_{11}.

$\eta_{11} = \frac{2}{3}\frac{\ell}{EJ}$

Q1.3 Calcolare l'incognita iperstatica.

$X = \frac{P\ell}{4}$

Q1.4 Calcolare la rotazione in E (positiva se antioraria).

$\varphi(E) = \frac{P\ell^2}{8EJ}$

Q1.5 Si effettui il calcolo dell'incognita iperstatica considerando questa volta anche le deformazioni estensionali dell'asta CD, con rigidezza EA costante.

$X = \left(\frac{P\ell^2}{12EJ} - \frac{P}{2EA}\right)\left(\frac{\ell}{3EJ} + \frac{1}{\ell EA}\right)^{-1}$

Problema 2. Si consideri la trave ad anello aperto in fig. 4.

Q2.1 Tra le sezioni indicate in figura, quali sono quelle dove il momento flettente è nullo?

A, B, D

Q2.2 Trovare l'espressione del momento flettente sul tratto BD in funzione dell'angolo θ.

$M(\theta) = PR\sin\theta$

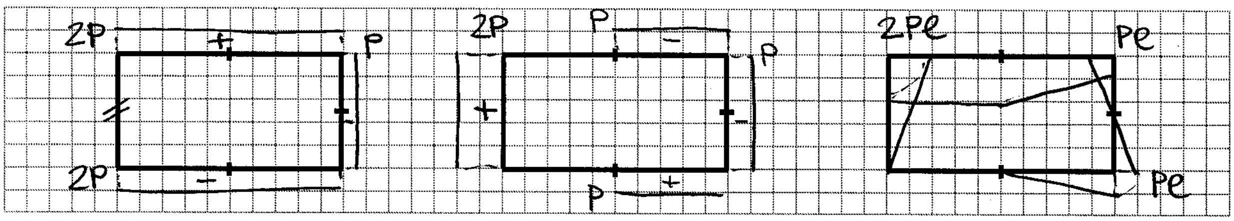
continua ...

Problema 3. Si consideri la travatura con sezione trasversale costante in fig. 2.

Q3.1 Lo sforzo normale sul tratto AB è nullo. ■ V ☐ F

Q3.2 Lo sforzo normale sulla sezione S vale: $N_S = -2P$

Q3.3 Si traccino i diagrammi quotati delle caratteristiche di sollecitazione N, T e M sulle linee fondamentali sotto predisposte. Ogni diagramma vale 1 punto se corretto, -0.5 punti se errato o omesso.



N T M

Problema 4. Si consideri il problema estensionale in fig. 3. La trave è sottoposta al carico assiale $q(z) = \overline{q}(1+\frac{z}{L})$. Sia $w(z) = az+b+w_p(z)$ l'espressione della linea elastica, dove $w_p(z)$ è un integrale particolare dell'equazione differenziale che governa il problema.

Q4.1 Trovare una espressione di $w_p(z)$. $w_p(z) = -\frac{1}{2}\frac{\bar{q}z^2}{r_N} - \frac{1}{6}\frac{\bar{q}z^3}{r_N}$

Q4.2 L'espressione della linea elastica è: $w(z) = \frac{\bar{q}}{r_N}\left(\frac{2}{3}z\ell - \frac{z^2}{2} - \frac{z^3}{6\ell}\right)$

Q4.3 Determinare lo spostamento assiale massimo. $\max w(z) = \frac{\bar{q}\ell^2}{r_N}\left(\frac{4}{3} + \frac{7}{9}\sqrt{\frac{7}{3}}\right)$

Problema 5. Si considerino i problemi di carico critico in fig. 5. Tutte le travi hanno rigidezza flessionale EJ costante. Siano $p_c^{(a)}$, $p_c^{(b)}$, $p_c^{(c)}$ i valori dei carichi critici nei tre sistemi.

Q5.1 Ordinare dal più piccolo al più grande i carichi critici dei tre sistemi. $P_c^{(c)} < P_c^{(b)} = P_c^{(a)}$

Q5.2 Si determini il valore del carico critico per il problema in fig. 5(b) $\frac{4\pi^2 EJ}{\ell^2}$

TOTALE PUNTI DISPONIBILI: 31

SdC 1

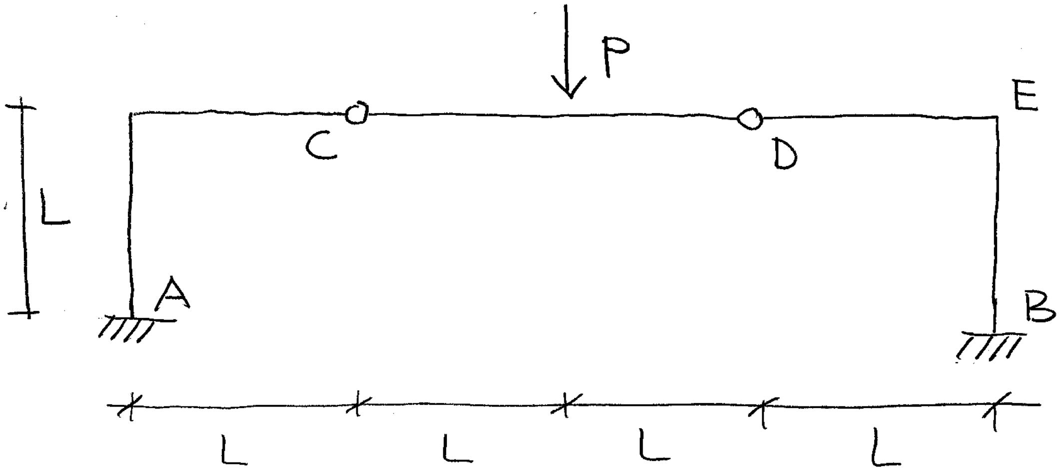


fig. 1

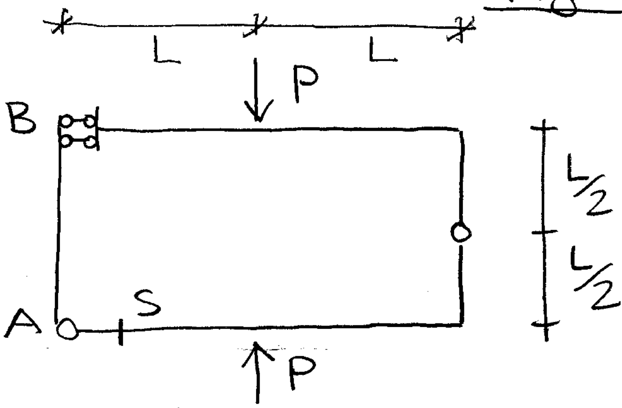


fig. 2

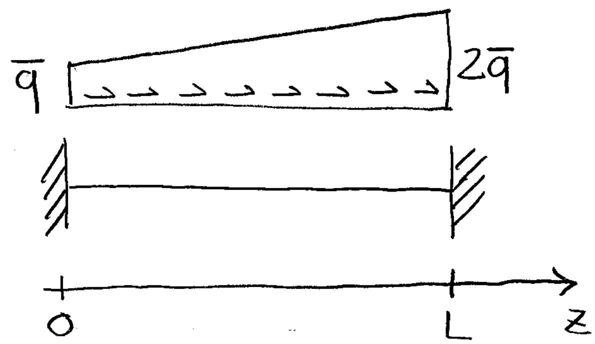


fig. 3

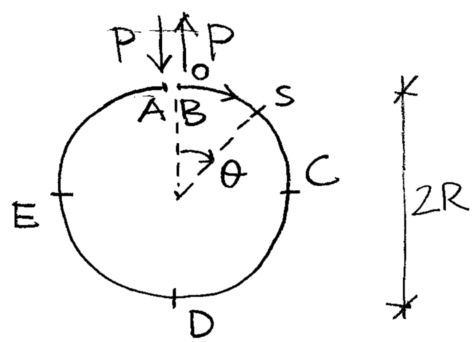


fig. 4

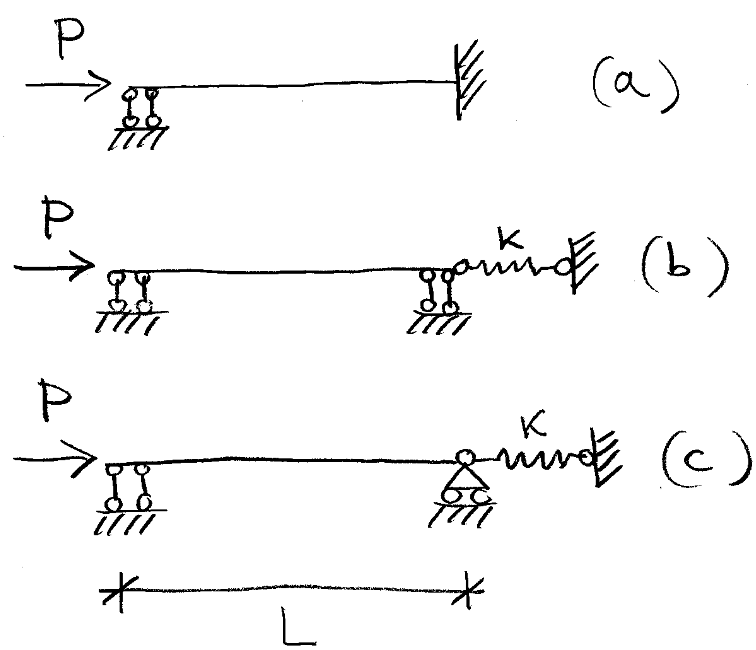


fig. ~~2~~ 5

Università degli Studi di Roma "Tor Vergata" - Facoltà di Ingegneria
Scienza delle Costruzioni - Anno Accademico 2008/9
Prova scritta del 2 settembre 2009

SdC2 **B**

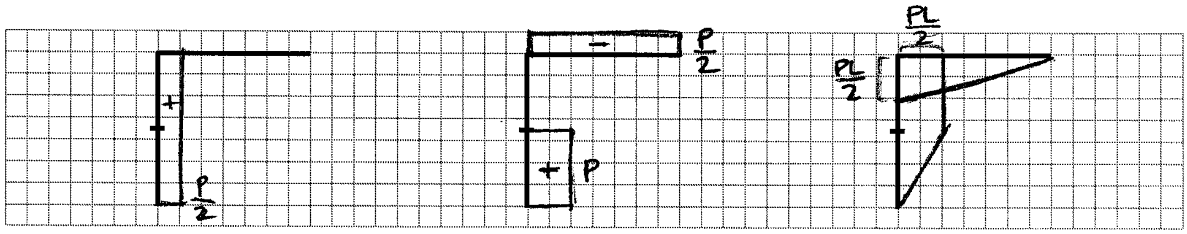
COGNOME: NOME: Matricola:

FIRMA:

Criterio di valutazione: 2 punti per ogni risposta corretta, 0 punti per ogni risposta errata o omessa, -0.5 punti per ogni risposta a scelta multipla errata.

Problema 1. Si consideri la travatura in fig. 1(a), i cui due tratti hanno una sezione sottile come in fig. 1(b) ($\delta << a$).

Q1.1 Si traccino i diagrammi quotati delle caratteristiche di sollecitazione N, T e M sulle linee fondamentali sotto predisposte. (Un punto per ogni diagramma corretto, -0,5 punti per ogni diagramma errato o omesso.)



N T M

Q1.2 Tra le sezioni di controllo indicate in fig. 1(a), qual'è la più significativa ai fini delle verifiche di resistenza? ....S_2..................

Q1.3 Calcolare la distanza d del baricentro dall'anima della sezione (fig. 1(b)) e il momento d'inerzia J_x.

$d = \frac{a}{3}$ $J_x = \frac{\delta a^3}{3}$

Q1.4 Determinare la massima tensione normale sulla sezione considerata al punto **Q1.2**.

$T_{zz} = \frac{P}{a\delta}\left(\frac{1}{6} + \frac{L}{a}\right)$

Q1.5 Determinare la massima tensione tangenziale sulla sezione considerata al punto **Q1.2**.

$\tau = \frac{2}{3}\frac{P}{a\delta}$

Q1.6 Sia σ_{am} la tensione ammissibile del materiale costituente la travatura.
Ponendo $L = 8a$, determinare il minimo spessore della sezione che assicuri la resistenza della travatura sotto il carico dato, secondo il criterio di von Mises.

$\delta = \frac{49}{6}\frac{P}{a\sigma_L}$

Problema 2. La sezione circolare cava in fig. 2 è sottoposta ad una forza normale eccentrica di compressione di modulo F con eccentricità $e = R$.

Q2.1 Determinare il raggio d'inerzia della sezione.

$\rho = \frac{\sqrt{13}}{2}R$

Q2.2 La sezione è parzializzata. ☐ V ☒ F

Q2.3 Determinare la tensione normale massima in valore assoluto.

$|T_{zz}| = \frac{5}{13}\frac{F}{\pi R^2}$

continua ...

Problema 3. Le sezioni sottili in fig. 3 sono entrambe sottoposte alla forza di taglio T_y. Si assumano noti i momenti d'inerzia J_x e J_y.

Q3.1 Per la sezione in fig. 3(a), determinare la massima tensione tangenziale.

$\tau_{\max}^{(a)} = \frac{7}{6}\frac{T_y a^2}{J_x}$

Q3.2 Confrontando le tensioni tangenziali massime delle due sezioni, si ha:

☐ $\tau_{\max}^{(a)} < \tau_{\max}^{(b)}$ ☒ $\tau_{\max}^{(a)} = \tau_{\max}^{(b)}$ ☐ $\tau_{\max}^{(a)} > \tau_{\max}^{(b)}$

Problema 4. Una trave di lunghezza L, di materiale lineare elastico e isotropo, ha una sezione sottile circolare cava di raggio R e spessore δ ($\delta << R$).

Q4.1 Quando la trave è sottoposta a due coppie torcenti uguali e opposte, applicate alle basi, di entità pari a $\overline{C}$, si misura una rotazione relativa tra le basi pari a $\overline{\theta}$. Determinare il modulo di scorrimento G del materiale.

$G = \frac{\overline{C} L}{\overline{\theta} J_0} = \frac{\overline{C} L}{2\pi R^3 \delta \overline{\theta}}$

Q4.2 La trave raggiunge il limite elastico quando vengono applicate coppie di entità pari a C_L. Calcolare la tensione limite del materiale secondo il criterio di Tresca.

$\sigma_L = \frac{C_L}{\pi R^2 \delta}$

Problema 5. In un punto di un continuo di Cauchy, elastico lineare e isotropo, il tensore di sforzo ha la forma $\boldsymbol{T} = \sigma_a(\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}_2) + \sigma_b \boldsymbol{e}_3 \otimes \boldsymbol{e}_3$, con $\sigma_b > \sigma_a$.

Q5.1 Determinare σ_a e σ_b sapendo che la tensione tangenziale massima vale $\sigma_T = \overline{\sigma}$ e che la tensione normale sulla faccia di normale $\boldsymbol{n} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_3)$ vale $2\overline{\sigma}$.

$\sigma_a = \overline{\sigma}$ $\qquad \sigma_b = 3\overline{\sigma}$

Q5.2 Calcolare la variazione locale di volume nel punto dato.

$\Delta V = \frac{1-2\nu}{E}(2\sigma_a + \sigma_b) = 5(1-2\nu)\frac{\overline{\sigma}}{E}$

TOTALE PUNTI DISPONIBILI: 31

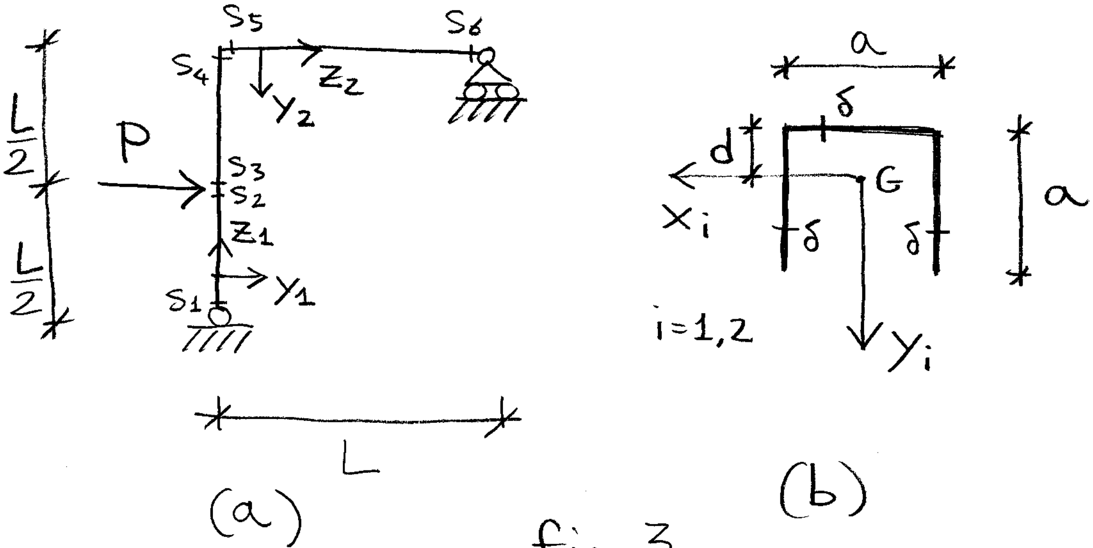


fig. 3

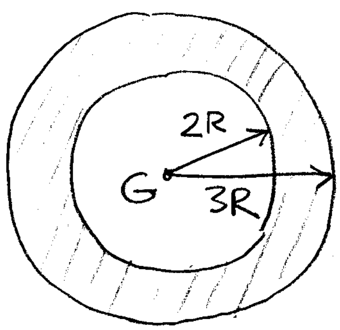


fig. 2

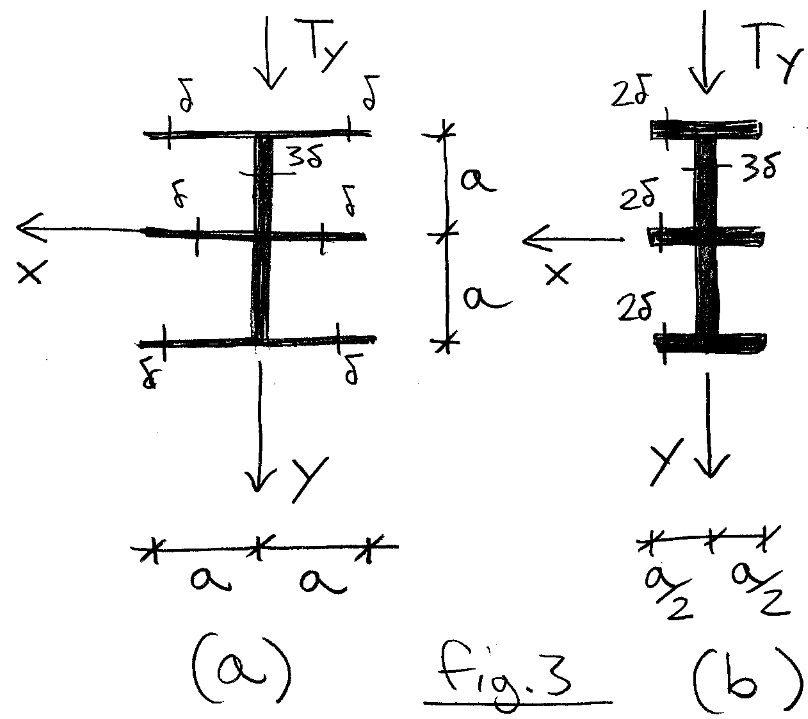


fig.3

Università degli Studi di Roma "Tor Vergata" - Facoltà di Ingegneria
Scienza delle Costruzioni - Anno Accademico 2009/10
Prova del 24 novembre 2009

SdC1 **A**

COGNOME: .... NOME: .... Matricola: ....

FIRMA: ....

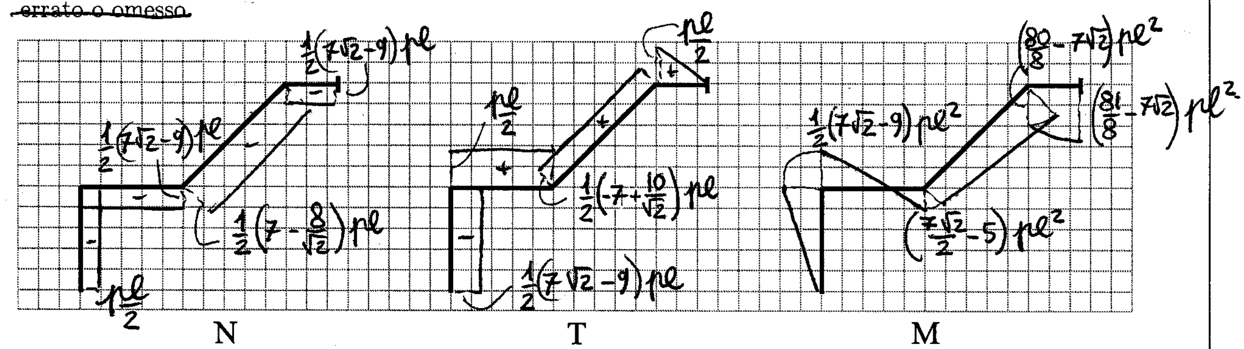
Criterio di valutazione (esame da 5 crediti): 2 punti per ogni risposta corretta, 0 punti per ogni risposta errata o omessa, salvo diversamente specificato.

Problema 1. Si consideri la travatura in fig. 1. Tutti i tratti hanno rigidezza flessionale EJ. Le deformazioni estensionali e di scorrimento sono trascurabili.

Q1.1 Determinare lo sforzo normale sulla sezione F.

$\frac{1}{2}(7\sqrt{2}-9)p\ell$

Q1.2 Si traccino i diagrammi quotati delle caratteristiche di sollecitazione N, T e M sul tratto $ABCDE$ utilizzando le linee fondamentali sotto predisposte. ~~Ogni diagramma vale 1 punto se corretto, -0.5 punti se errato o omesso.~~



Q1.3 Determinare la rotazione della sezione D.

$\left(\frac{7\sqrt{2}}{2}-\frac{239}{48}\right)\frac{p\ell^3}{EJ}$

Problema 2. Si consideri la trave in fig. 2(a), si supponga costante la rigidezza flessionale lungo l'asse e si trascurino le deformazioni estensionali e di scorrimento.

Q2.1 Scrivere l'espressione della linea elastica per $z \in [0, L]$.

$\frac{\alpha t_1}{\ell}\left(\frac{1}{8}\ell^2 z+\frac{1}{16}\ell z^2-\frac{3}{16}z^3\right)$

Q2.2 Calcolare il momento massimo in valore assoluto.

$\frac{9}{8}\alpha t_1 r_F$

Q2.3 Trovare lo spostamento massimo in valore assoluto e l'ascissa corrispondente.

$|v|_{max}=\frac{1}{16}\alpha t_1 \ell^2$ in $z=-\ell$

Si consideri ora la trave in fig.2(b).

Q2.4 Quali sono le condizioni di raccordo che la funzione $v(z)$ deve soddisfare nel punto B?

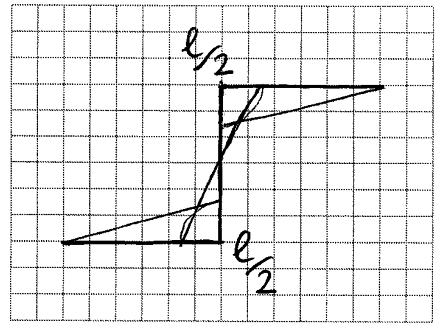
$v(0^+)=0\;,\; v(0^-)=0\;;\; M(0^+)=M(0^-) \Rightarrow$
$v''(0^+)=v''(0^-)\;;\; M(0^+)=\lambda[\![\varphi]\!]_{z=0} \Rightarrow$
$(-v''(0^+)-\alpha t_1)r_F=-\lambda[\![v']\!]_{z=0}$

continua ...

Problema 3. Si consideri la travatura in fig. 3. Tutti i tratti hanno rigidezza flessionale EJ. Le deformazioni estensionali e di scorrimento sono trascurabili.

Q3.1 Dopo aver effettuato la scelta del sistema principale e dell'incognita iperstatica corrispondente, si tracci il diagramma quotato del momento flettente nel sistema "1".

Scegliendo $X = \underset{\sim}{r}_B \cdot \underset{\sim}{e}_1$



Q3.2 Si trovi il coefficiente di elasticità η_{11}.

$\eta_{11} = \frac{1}{4} \frac{\ell^3}{EJ}$

Q3.3 L'incognita iperstatica vale:

$X = 12 \frac{EJ}{\ell^3} \delta$

Q3.4 Trovare lo spostamento verticale del punto C.

0

Si consideri una travatura come in fig. 3, con la differenza di avere il tratto AC rigido.

Q3.5 Lo spostamento verticale del punto C vale ora:

$\frac{3}{2} \delta$ verso l'alto

Problema 4. Si consideri la trave reticolare in fig. 4. Tutte le aste hanno rigidezza estensionale pari a r_E.

Q4.1 Determinare lo sforzo normale dell'asta AB.

$-P$

Q4.2 Calcolare lo spostamento verticale del punto B (positivo verso il basso).

$-\frac{P\ell}{EA}$

Q4.3 Calcolare lo spostamento relativo orizzontale tra i punti B e C (positivo se di allontanamento).

$-\frac{P\ell}{EA}$

TOTALE PUNTI DISPONIBILI: 31

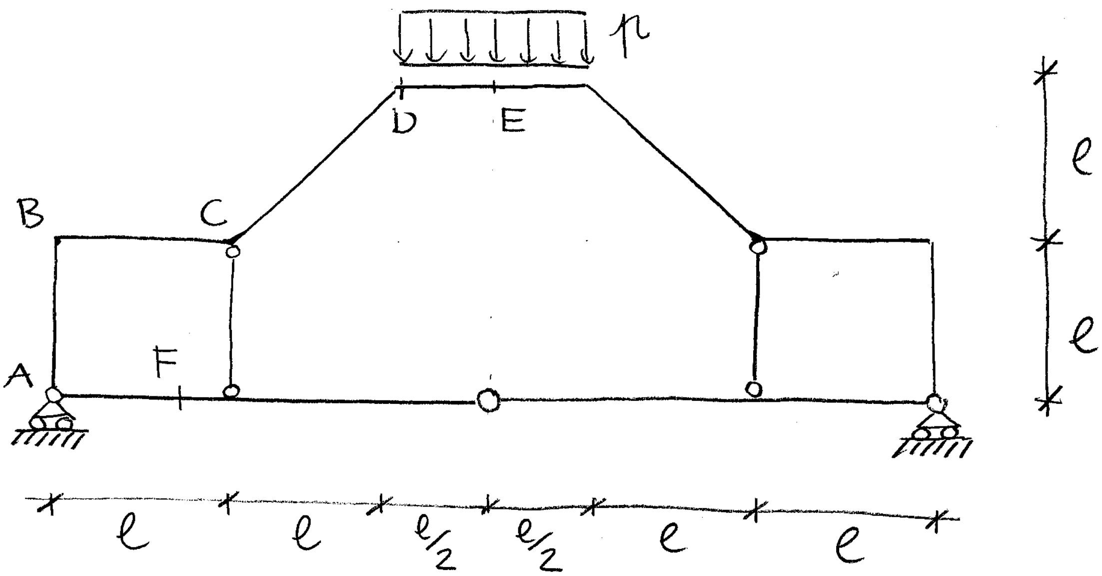


fig. 1

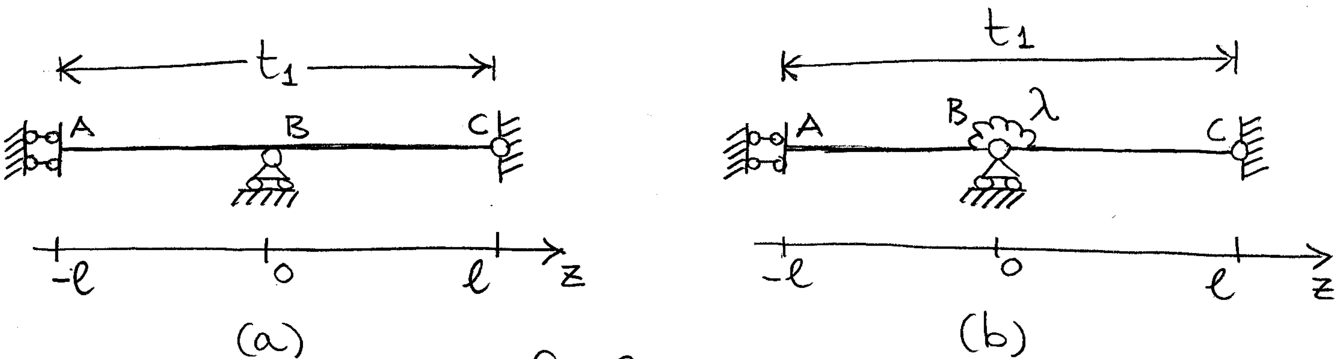


fig. 2

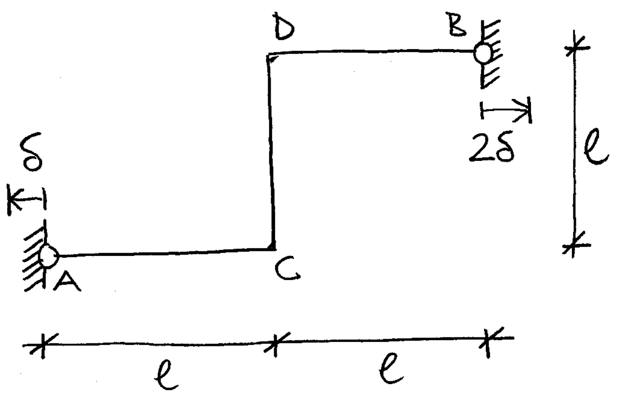


fig. 3

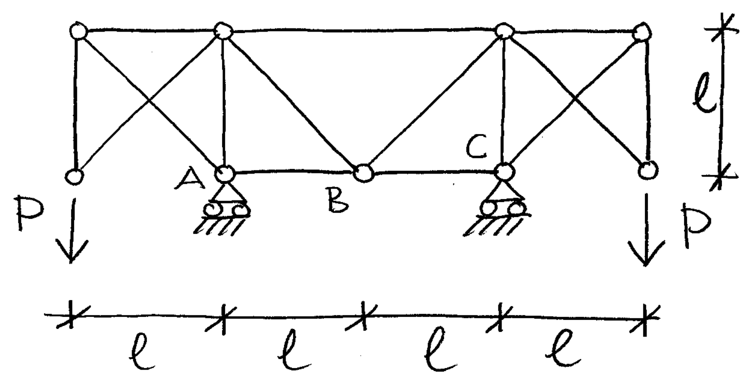


fig. 4

Università degli Studi di Roma "Tor Vergata" - Facoltà di Ingegneria
Scienza delle Costruzioni - Anno Accademico 2008/9
Prova scritta del 24 novembre 2009

SdC2 B

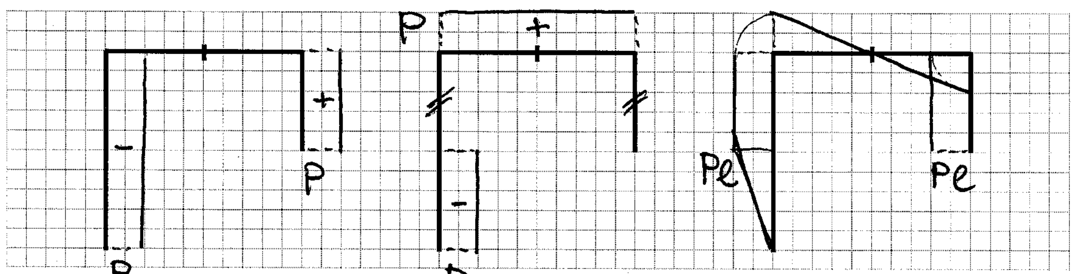
COGNOME: .... NOME: .... Matricola: ....

FIRMA: ....

Criterio di valutazione: 2 punti per ogni risposta corretta, 0 punti per ogni risposta errata o omessa, -0.5 punti per ogni risposta a scelta multipla errata.

Problema 1. Si consideri la travatura in fig. 1(a), i tratti hanno una sezione sottile come in fig. 1(b) ($\delta << a$). La linea d'asse e il vettore $\boldsymbol{n}$ sono orientati come in figura.

Q1.1 Si traccino i diagrammi quotati delle caratteristiche di sollecitazione N, T e M sulle linee fondamentali sotto predisposte. (Un punto per ogni diagramma corretto, -0,5 punti per ogni diagramma errato o omesso.)



N T M

Q1.2 Tra le sezioni di controllo indicate in fig. 1(a), qual è la più significativa ai fini delle verifiche di resistenza? S_2 e S_5 (S_8)

Q1.3 Calcolare la distanza d del baricentro G dall'ala della sezione (fig. 1(b)) e il momento d'inerzia J_x.

$d = \frac{a}{2}$ $J_x = \frac{5}{3} a^3 \delta$

Q1.4 Determinare la massima tensione normale sulla sezione considerata al punto **Q1.2**.

$\max\{T_{zz}\} = \frac{9}{10} \frac{Pe}{a^2 \delta}$

Q1.5 Determinare la massima tensione tangenziale sulla sezione considerata al punto **Q1.2**.

$\max\{\tau\} = \frac{27}{40} \frac{P}{a\delta}$

Q1.6 Ponendo $L = 10a$, determinare la tensione ideale nel punto G secondo il criterio di resistenza di von Mises.

$\sigma_{\mathrm{id}}^{(M)} \simeq 1{,}2 \frac{P}{a\delta}$

Problema 2. Si consideri la sezione sottile in fig. 2. Si assumano noti i momenti d'inerzia J_x e J_y.

Q2.1 Determinare la massima tensione tangenzale causata dalla forza di taglio T_y.

$\max\{\tau\} = \frac{5}{4} \frac{T_y}{J_x} a^2$

Q2.2 Determinare la massima tensione tangenzale causata dalla forza di taglio T_x.

$\max\{\tau\} = \frac{17}{8} \frac{T_x}{J_y} a^2$

continua ...

Problema 3. la trave ad asse rettilineo in fig. 3 è sottoposta alle coppie torcenti di figura. La trave e composta da tre tratti a sezione costante, come mostrato in figura.

Q3.1 Determinare la tensione tangenziale massima secondo Saint–Venant.

$\tau_{\max} = \dfrac{2C}{\pi R^3}$

Q3.2 Trovare la rotazione relativa tra le sezioni b e c.

$\theta_{bc} = \dfrac{17}{15} \dfrac{C\ell}{G\pi R^4}$

Q3.3 Determinare l'energia elastica immagazzinata in tutta la trave.

$W \cong 0{,}8 \dfrac{C^2\ell}{G\pi R^4}$

Q3.4 Sia σ_L la tensione limite del materiale. Determinare il massimo momento torcente che la trave può sopportare secondo il criterio di Tresca.

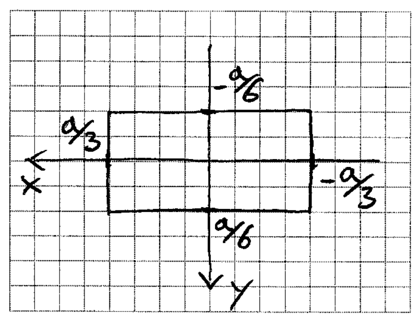
$(M_t)_L = \dfrac{\sigma_L \pi R^3}{4}$

Problema 4. Si consideri la sezione in fig. 4.

Q4.1 Determinare i momenti principali d'inerzia.

$J_x = \dfrac{2}{3} a^4$, $J_y = \dfrac{8}{3} a^4$

Q4.2 Disegnare e quotare il nocciolo d'inerzia nello spazio riportato a fianco.



Sia ora la sezione sottoposta ad una forza normale eccentrica di compressione applicata nel punto di coordinate $(x, y) = (\frac{a}{2}, \frac{a}{2})$.

Q4.3 Trovare la tensione normale massima in valore e segno.

$\max\{T_{zz}\} = \dfrac{P}{2a^2}$

TOTALE PUNTI DISPONIBILI: 31

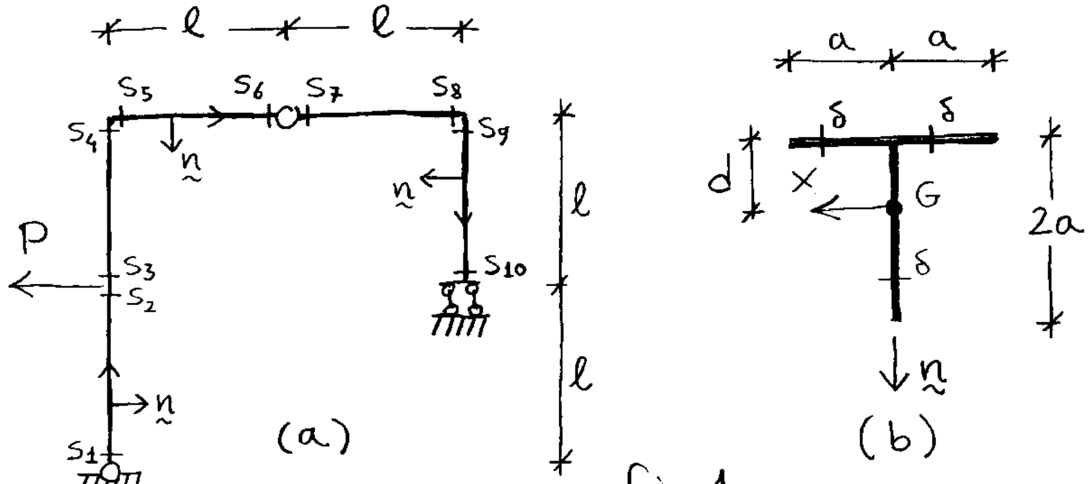


fig. 1

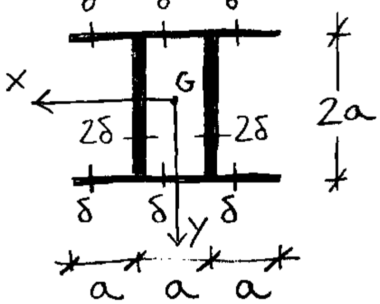


fig. 2

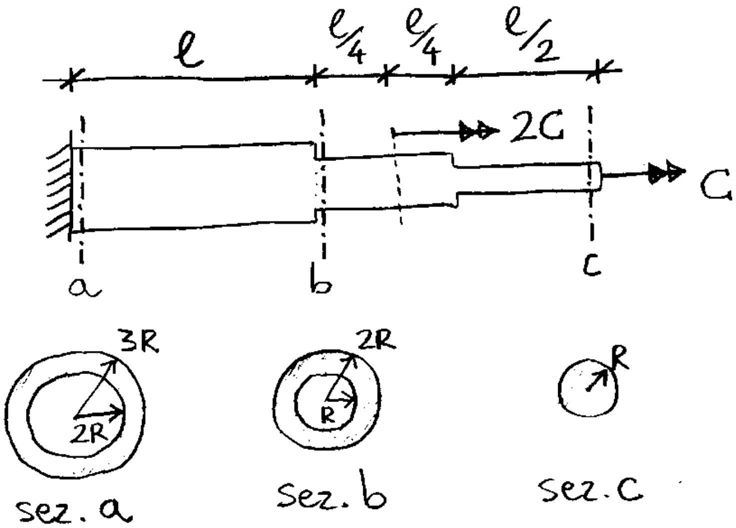


fig. 3

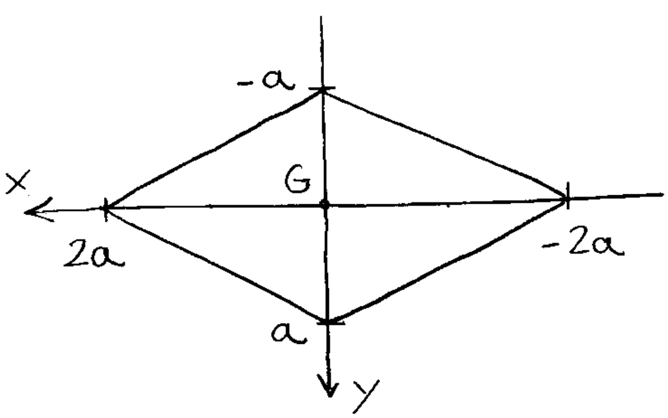


fig. 4

Università degli Studi di Roma "Tor Vergata" - Facoltà di Ingegneria
Scienza delle Costruzioni - Anno Accademico 2009/10
Prova scritta del 9 febbraio 2010

SdC **C**

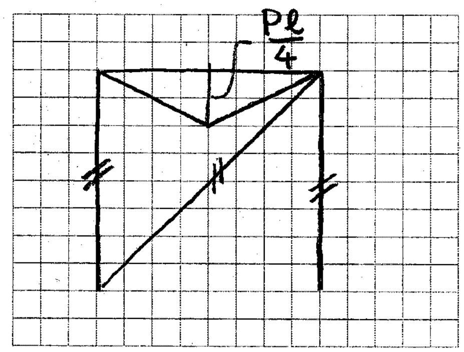
COGNOME: .... NOME: .... Matricola: ....

FIRMA: ....

Nota sui criteri di valutazione: diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione errati o omessi comportano una forte penalizzazione nella valutazione complessiva della prova.

Problema 1. Si consideri la travatura in fig. 1. Tutti i tratti hanno rigidezza flessionale r_F. Le deformazioni estensionali e di scorrimento sono trascurabili.

(SCEGLIENDO LO SFORZO NORMALE DEL PENDOLO COME INCOGNITA IPERSTATICA)



Q1.1 Dopo aver effettuato la scelta del sistema principale e dell'incognita iperstatica corrispondente, si tracci il diagramma quotato del momento flettente nel sistema "0".

Q1.2 Si trovi il coefficiente di elasticità η_{11}.

$\eta_{11} = \frac{\ell^3}{3 r_F}$

Q1.3 L'incognita iperstatica vale:

$X = \frac{3\sqrt{2}}{32} p$

Q1.4 Trovare lo spostamento verticale del punto A in cui è applicato il carico.

$-\frac{29}{1536} \frac{p\ell^3}{r_F} \underset{\sim}{e}_2$

Q1.5 Calcolare l'energia elastica della travatura.

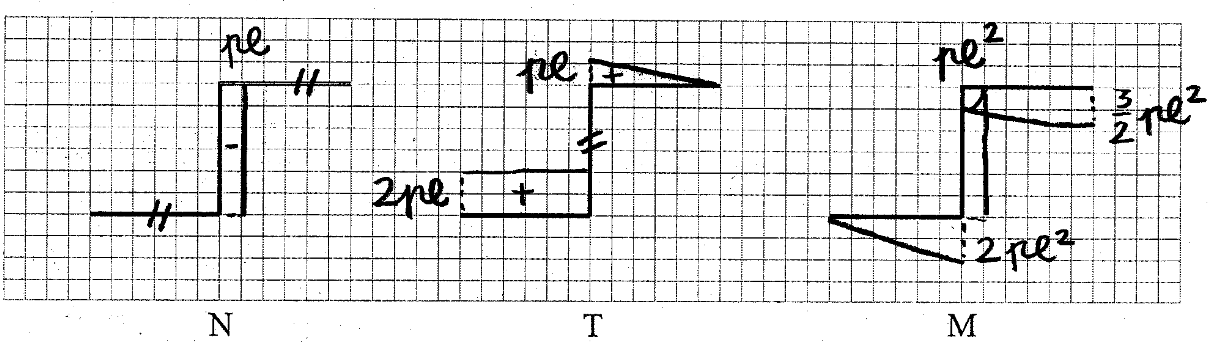
$W = \frac{L}{2} = \frac{29}{3072} \frac{p^2\ell^3}{r_F}$

Problema 2. Si consideri la travatura in fig. 2, tutti i tratti hanno la stessa rigidezza estensionale, flessionale e allo scorrimento.

Q2.1 Scrivere le condizioni di raccordo in corrispondenza del doppio pendolo in A, senza considerare le simmetrie della struttura.

$N^+ = N^- = 0$, $[\![T]\!] = 0$, $[\![M]\!] = 0$, $[\![v]\!] = 0$, $[\![\varphi]\!] = 0$

Q2.2 Si traccino i diagrammi quotati delle caratteristiche di sollecitazione N, T e M sul tratto ACD utilizzando le linee fondamentali sotto predisposte.



continua ...

Problema 3. Si consideri la sezione sottile in fig. 3(I) sottoposta ad una sollecitazione di taglio $T_y = P$ e momento $M_x = 4Pa$.

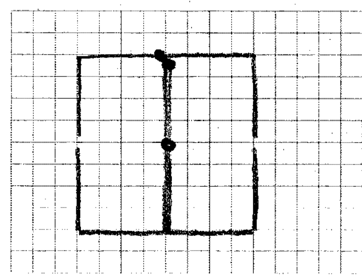
Q3.1 Calcolare il momento d'inerzia J_x.

$$\frac{20}{3}\delta a^3$$

Q3.2 Determinare la massima tensione normale e la massima tensione tangenziale.

$$\max\{T_{zz}\} = \frac{3}{5}\frac{P}{\delta a}, \quad \max\{\tau\} = \frac{3}{10}\frac{P}{\delta a}$$

Q3.3 Nello spazio riportato a fianco, indicare i punti di controllo sulla sezione da considerare ai fini delle verifiche di resistenza.



Q3.4 Sia σ_L la tensione limite del materiale. Determinare il minimo spessore δ che la sezione deve avere per resistere alle sollecitazioni date secondo il criterio di Tresca.

$$\delta = \frac{3}{4}\frac{P}{a\sigma_L}$$

Q3.5 Si confronti il risultato ottenuto al punto precedente con quello che si otterrebbe considerando la sezione in fig.3(II).

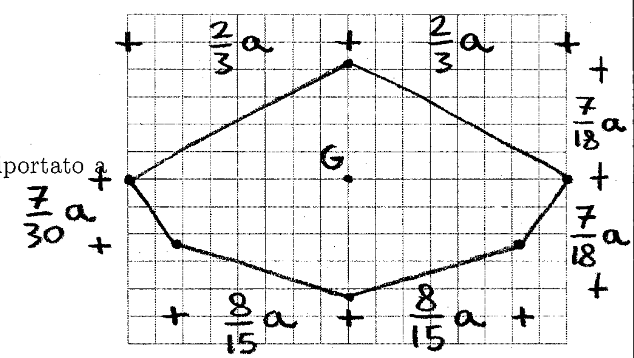
$$\delta^{I} = \delta^{II}$$

Problema 4. Si consideri la sezione in fig. 4.

Q4.1 Determinare i momenti principali d'inerzia.

$$J_x = \frac{14}{3}a^4, \quad J_y = \frac{32}{3}a^4$$

Q4.2 Disegnare e quotare il nocciolo d'inerzia nello spazio riportato a fianco.



Sia la sezione sottoposta ad un momento flettente $\boldsymbol{M} = -M(\boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y)$, con $M > 0$.

Q4.3 Trovare la tensione normale massima in valore e segno.

$$\max\{T_{zz}\} = \frac{93}{224}\frac{M}{a^3} \simeq 0{,}415\frac{M}{a^3}$$

Q4.4 Determinare la forza normale N da considerare agente insieme a M affinché la sezione sia tutta compressa.

$$N \leq -\frac{93}{28}\frac{M}{a} = -(\max T_{zz})A$$

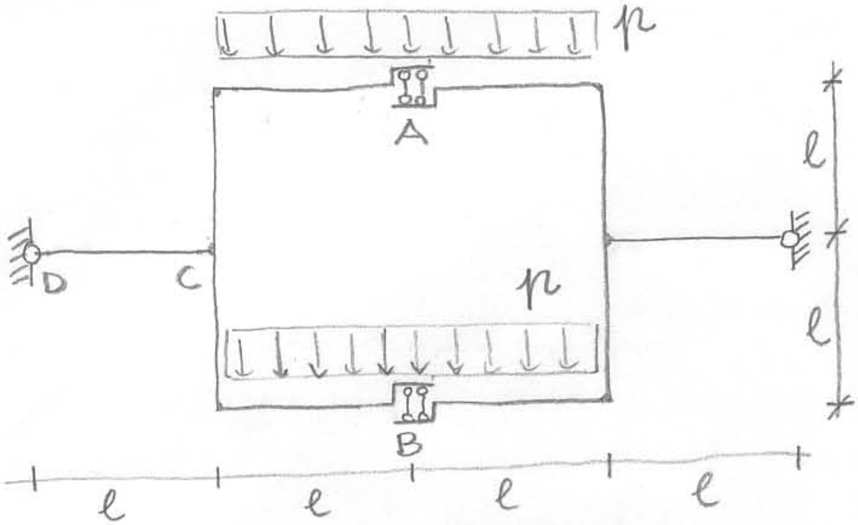


Fig.2

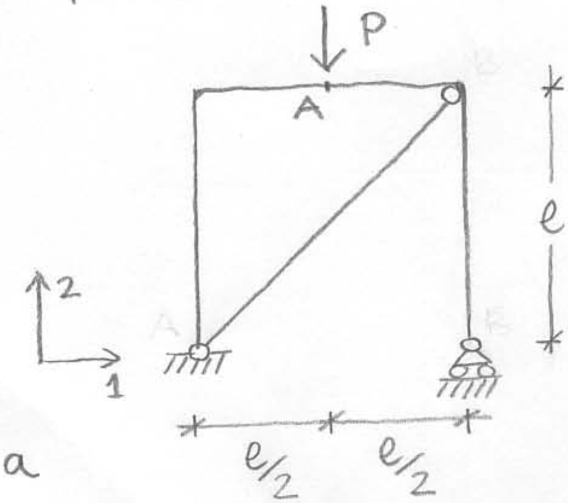


fig 1

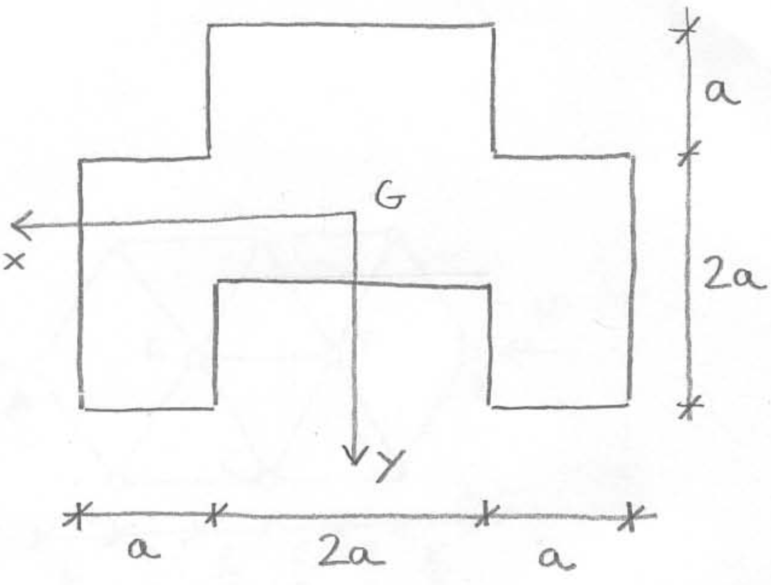
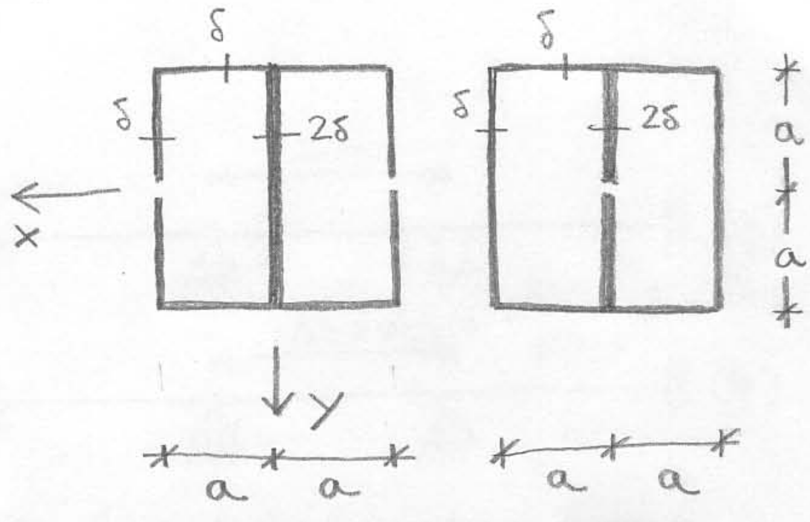


Fig.4



(I) (II)

fig.3

Università degli Studi di Roma "Tor Vergata" - Facoltà di Ingegneria
Scienza delle Costruzioni - Anno Accademico 2009/10
Prova scritta del 9 febbraio 2010

SdC1 **A**

COGNOME: .... NOME: .... Matricola: ....

FIRMA: ....

Nota sui criteri di valutazione: diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione errati o omessi comportano una forte penalizzazione nella valutazione complessiva della prova.

Problema 1. Si consideri la travatura in fig. 1. Tutti i tratti hanno rigidezza flessionale r_F. Le deformazioni estensionali e di scorrimento sono trascurabili.

Q1.1 Dopo aver effettuato la scelta del sistema principale e dell'incognita iperstatica corrispondente, si tracci il diagramma quotato del momento flettente nel sistema "0".

VEDERE COMPITO C

Q1.2 Si trovi il coefficiente di elasticità η_{11}.

$\eta_{11} =$

Q1.3 L'incognita iperstatica vale:

$X =$

Q1.4 Trovare lo spostamento verticale del punto A in cui è applicato il carico.

Q1.5 Calcolare l'energia elastica della travatura.

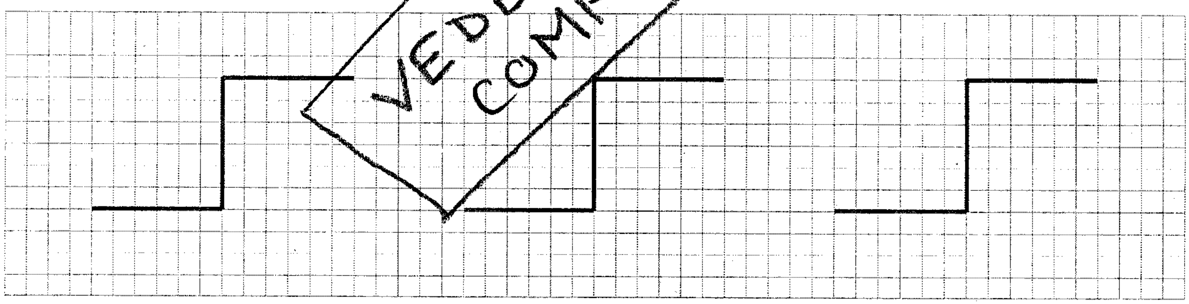
continua ...

Problema 2. Si consideri la travatura in fig. 2, tutti i tratti hanno la stessa rigidezza estensionale, flessionale e allo scorrimento.

Q2.1 Scrivere le condizioni di raccordo in corrispondenza del doppio pendolo in A, senza considerare le simmetrie della struttura.

Q2.2 Si traccino i diagrammi quotati delle caratteristiche di sollecitazione N, T e M sul tratto ACD utilizzando le linee fondamentali sotto predisposte.

VEDERE COMPITO C



Problema 3. Si consideri la trave reticolare in fig. 3. Tutte le aste hanno lunghezza l e rigidezza estensionale pari a r_E.

Q3.1 Determinare lo sforzo normale dell'asta EF.

P

Q3.2 Calcolare lo spostamento relativo orizzontale tra i punti A e B (positivo se di allontananamento).

$-\frac{13 P l}{r_E}$

Q3.3 Calcolare lo spostamento relativo verticale tra i punti C e D (positivo se di allontanamento).

$-\frac{\sqrt{3}}{3} \frac{P l}{r_E}$

Problema 4. Si consideri la travatura in fig. 4(a) sottoposta alla variazione di temperatura Δt costante e positiva. Si suppongano costanti le proprietà deformative lungo l'asse.

Q4.1 Calcolare lo sforzo normale nella travatura.

$\frac{1}{3} \alpha \Delta t \, r_E$

Q4.2 Trovare la variazione di temperatura critica per la travatura.

$\frac{3\pi r_F}{\alpha r_E l^2}$

Q4.3 Sostituendo il doppio pendolo con un carrello, come in fig. 4(b), come cambia la variazione di temperatura critica?

Rimane invariata

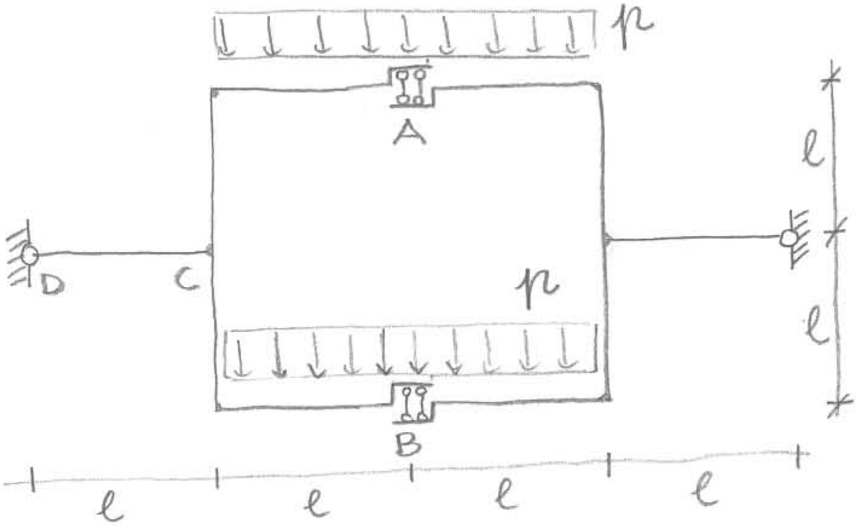


fig.2

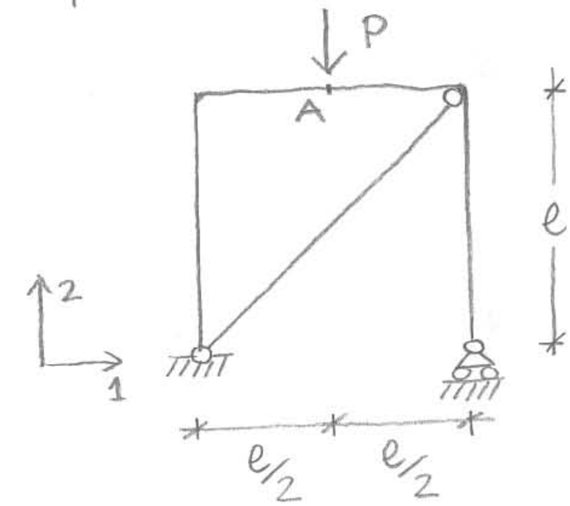


fig 1

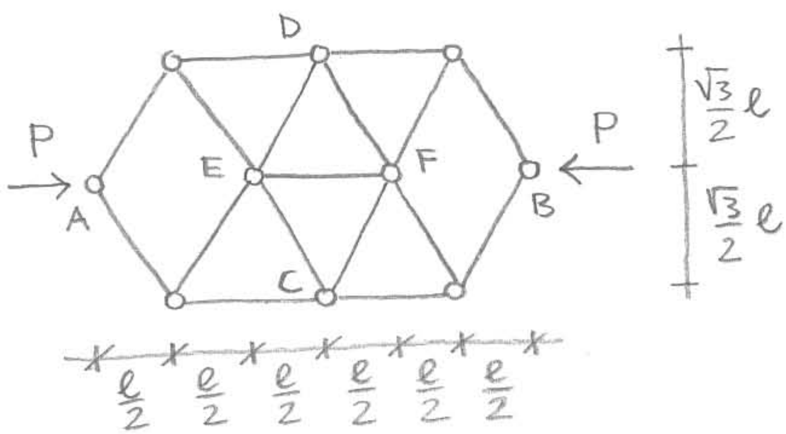


fig.3

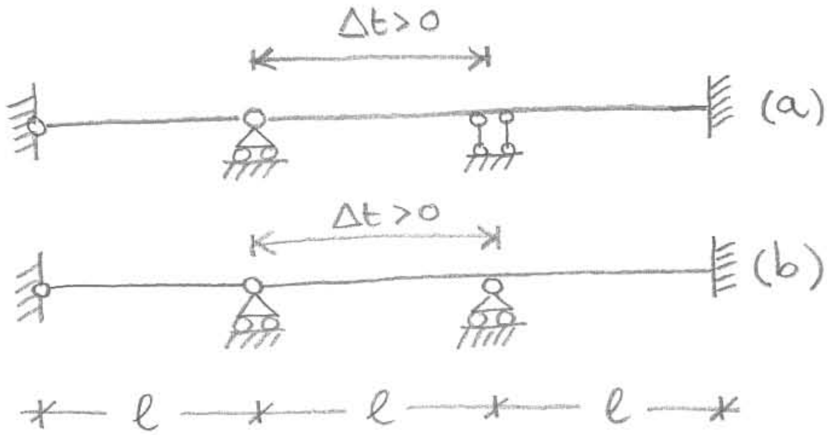


fig.4

Università degli Studi di Roma "Tor Vergata" - Facoltà di Ingegneria
Scienza delle Costruzioni - Anno Accademico 2009/10
Prova scritta del 9 febbraio 2010

SdC2 B

COGNOME: .... NOME: .... Matricola: ....

FIRMA: ....

Nota sui criteri di valutazione: diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione errati o omessi comportano una forte penalizzazione nella valutazione complessiva della prova.

Problema 1. Si consideri la sezione in fig. 1.

Q1.1 Determinare i momenti principali d'inerzia. | $J_x =$, $J_y =$

Q1.2 Disegnare e quotare il nocciolo d'inerzia nello spazio riportato a fianco.

VEDERE COMPITO C

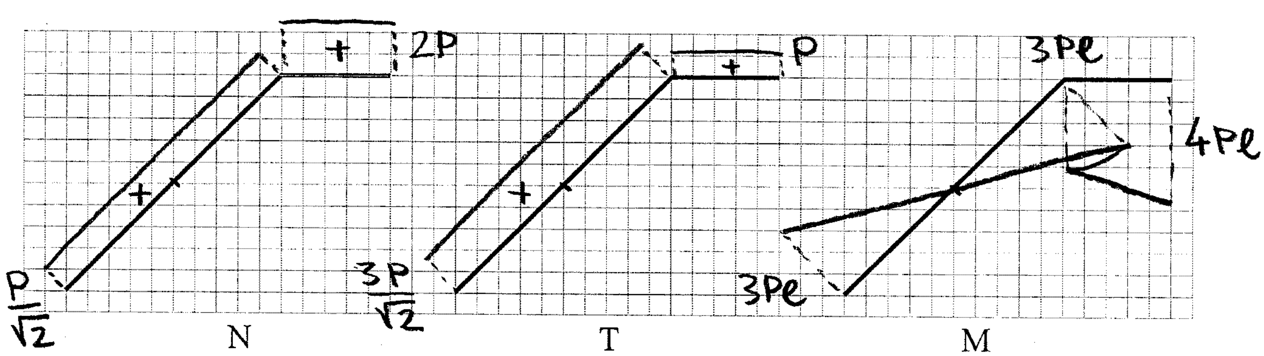
Sia la sezione sottoposta ad un momento flettente $\boldsymbol{M} = -M(\boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y)$, con $M > 0$.

Q1.3 Trovare la tensione normale massima in valore e segno. | $\max\{T_{zz}\} =$

Q1.4 Determinare la forza normale N da considerare agente insieme a $\boldsymbol{M}$ affinché la sezione sia tutta compressa. | $N =$

Problema 2. Si consideri la travatura in fig. 2.

Q2.1 Si traccino i diagrammi quotati delle caratteristiche di sollecitazione N, T e M sulle linee fondamentali sotto predisposte.



N T M

Q2.2 Tra le sezioni di controllo indicate in fig. 1(a), quali sono le più significative ai fini delle verifiche di resistenza? S5, S6

continua ...

Problema 3. Si consideri la sezione sottile in fig. 3(I) sottoposta ad una sollecitazione di taglio $T_y = P$ e momento $M_x = 4Pa$.

Q3.1 Calcolare il momento d'inerzia J_x.

Q3.2 Determinare la massima tensione normale e la massima tensione tangenziale.

$\max\{T_{zz}\} =$, $\max\{\tau\} =$

VEDERE COMPITO C

Q3.3 Nello spazio riportato a fianco, indicare i punti di controllo sulla sezione da considerare ai fini delle verifiche di resistenza.

Q3.4 Sia σ_L la tensione limite del materiale. Determinare il minimo spessore δ che la sezione deve avere per resistere alle sollecitazioni date secondo il criterio di Tresca.

Q3.5 Si confronti il risultato ottenuto al punto precedente con quello che si otterrebbe considerando la sezione in fig.3(II).

Problema 4. Nei punti del cubo di spigolo L in fig. 4 lo stato tensionale è dato dal tensore di sforzo

$$T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2a \\ 0 & a & 0 \\ -2a & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

con a costante.

Q4.1 Determinare le tensioni principali.

$\lambda_1 = 2a$, $\lambda_2 = a$, $\lambda_3 = -2a$

Q4.2 Determinare le direzioni principali.

$\underset{\sim}{n}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\underset{\sim}{e}_1 - \underset{\sim}{e}_3)$

$\underset{\sim}{n}_2 = \underset{\sim}{e}_2$

$\underset{\sim}{n}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\underset{\sim}{e}_1 + \underset{\sim}{e}_3)$

Q4.3 Trovare il risultante sulla sezione del cubo individuata dal piano di normale $\frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 + e_2 + e_3)$, che interseca gli assi nei punti indicati in figura.

$aL^2(-2\underset{\sim}{e}_1 + \underset{\sim}{e}_2 - 2e_3)$

SdC2 B

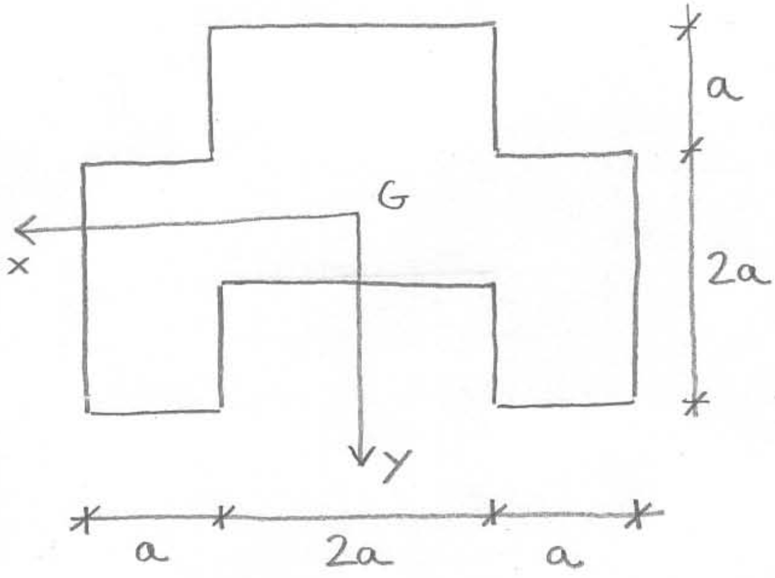


fig.1

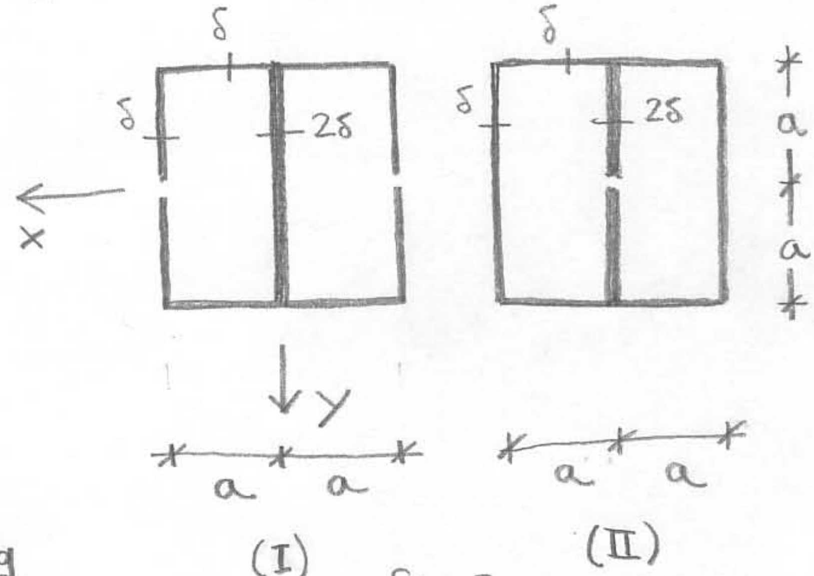


fig.3

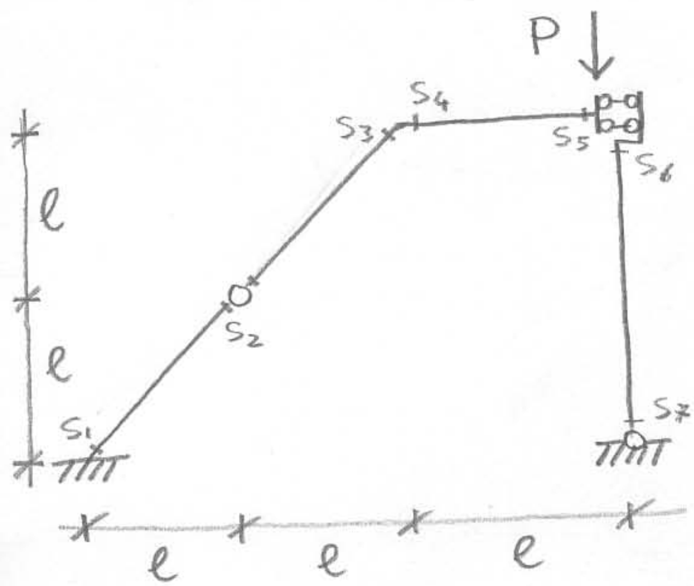


fig.2

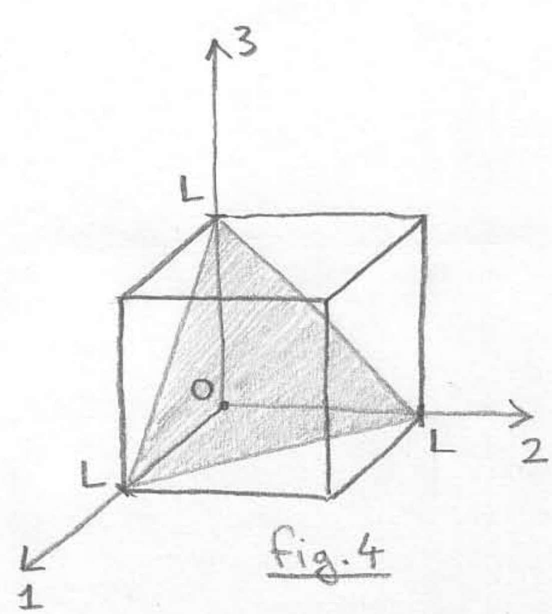


fig.4

Università degli Studi di Roma "Tor Vergata" - Facoltà di Ingegneria
Scienza delle Costruzioni - Anno Accademico 2009/10
Prova scritta del 1° marzo 2010

SdC1 **A**

COGNOME: .... NOME: .... Matricola: ....

FIRMA: ....

Nota sui criteri di valutazione: diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione errati o omessi comportano una forte penalizzazione nella valutazione complessiva della prova.

Problema 1. Si consideri la travatura in fig. 1. Ogni tratto ha lo stesso comportamento deformativo, costante lungo l'asse.

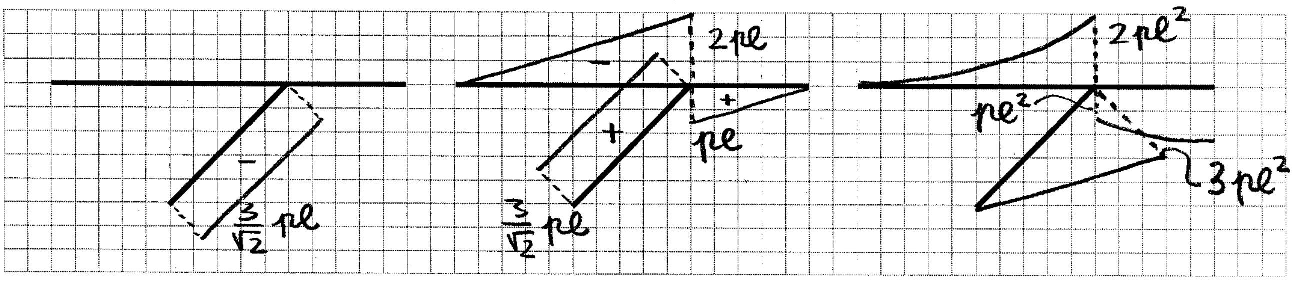
Q1.1 Siano N_i, T_i, M_i, $i = 1, 2, 3$ le caratteristiche della sollecitazione sulle sezioni a ridosso del nodo A in figura. Scrivere le condizioni di equilibrio al nodo.

$$-N_1 + N_2 - \frac{N_3}{\sqrt{2}} - \frac{T_3}{\sqrt{2}} = 0$$

$$T_1 - T_2 + \frac{T_3}{\sqrt{2}} - \frac{N_3}{\sqrt{2}} = 0$$

$$\sum_{i=1}^{3} M_i = 0$$

Q1.2 Si traccino i diagrammi quotati delle caratteristiche di sollecitazione N, T e M sulla parte di travatura alla sinistra del punto B utilizzando le linee fondamentali sotto predisposte.



N T M

Q1.3 Calcolare la rotazione del nodo A tenendo conto della sola deformabilità flessionale.

$$-\frac{4}{3}\frac{p\ell^3}{r_F}$$

Q1.4 Si consideri ora la stessa travatura sottoposta solamente a una deformazione termica di tipo t_1 sul tratto orizzontale. Quanto vale la rotazione del nodo A?

$$-\alpha t_1 \ell$$

Problema 2. Si consideri travatura reticolare in fig. 2. Tutte la aste hanno stessa area, momento d'inerzia e modulo di Young.

Q2.1 Dopo aver effettuato la scelta del sistema principale e della corrispondente incognita iperstatica, trovare gli sforzi normali nel sistema "1" (Riempire la tabella con i valori degli sforzi indicati).

N_{AB}	N_{AF}	N_{AC}	N_{CF}	N_{CE}	N_{FG}	N_{FE}
1	$-\sqrt{2}$	1	$-\sqrt{2}$	1	-2	0

Q2.2 Calcolare il coefficiente di elasticità η_{11} e l'incognita iperstatica.

$$\eta_{11} = 4(5+2\sqrt{2})\frac{\ell}{EA}, \quad X = \frac{4+\sqrt{2}}{2(5+2\sqrt{2})}P = \frac{16-3\sqrt{2}}{34}P$$

Q2.3 Trovare l'abbassamento del punto E.

$$\frac{10(1+3\sqrt{2})}{17}\frac{P\ell}{EA} = \frac{10(1+\sqrt{2})}{5+2\sqrt{2}}\frac{P\ell}{EA}$$

Q2.4 Calcolare il valore critico del carico.

$$\frac{\sqrt{2}}{2}\pi^2\frac{EJ}{\ell^2}$$

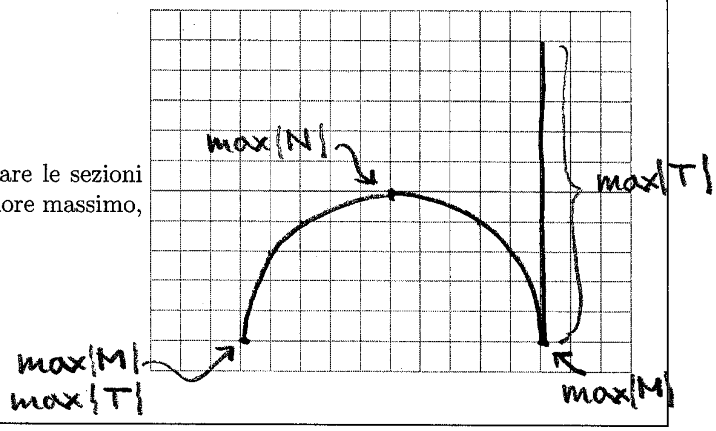
continua ...

Problema 3. La travatura in fig. 3 è composta da un tratto a forma di semicirconferenza ed un tratto rettilineo.

Q3.1 Determinare l'espressione delle caratteristiche di sollecitazione sul tratto curvilineo in funzione di θ.

$$N = P\cos\theta$$
$$T = -P\sin\theta$$
$$M = -PR(2-\cos\theta)$$

Q3.2 Nello spazio a fianco, riportare la travatura e indicare le sezioni dove le caratteristiche di sollecitazione assumono valore massimo, specificando quali.



Problema 4. Si consideri il problema estensionale in fig. 4. La trave è composta da un tratto BD rigido, caricato in C, e da un tratto DE deformabile, caricato uniformemente.

Q4.1 Scrivere l'espressione del lavoro virtuale interno.

$$\sigma_{AB}\,\bar{\varepsilon}_{AB} + \sigma_{EF}\,\bar{\varepsilon}_{EF} + \int_{DE} N\,\bar{\varepsilon}$$

Q4.2 Determinare lo sforzo normale in D.

$$\frac{q\ell}{2\left(\frac{2r_E}{k\ell}+1\right)}$$

Q4.3 Trovare lo spostamento di D.

$$\frac{q\ell}{K}\,\frac{\frac{2r_E}{k\ell}+\frac{3}{2}}{\frac{2r_E}{k\ell}+1}$$

SdC1 A

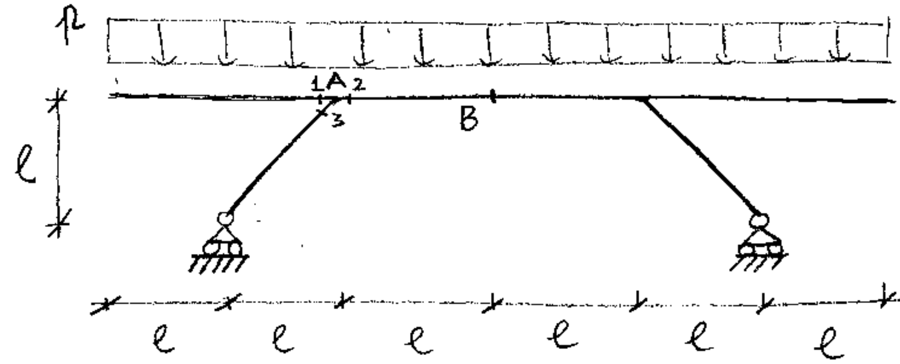


fig. 1

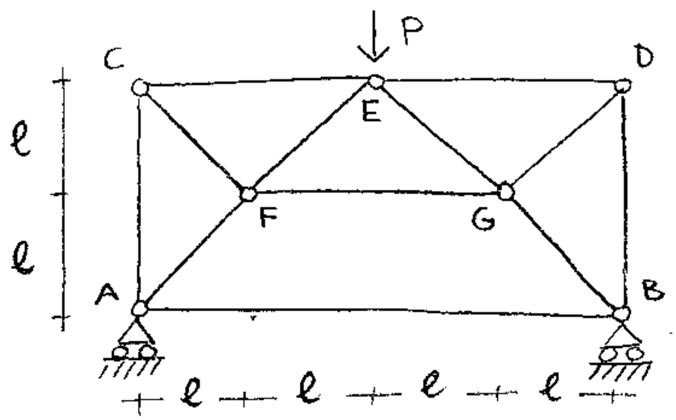


fig. 2

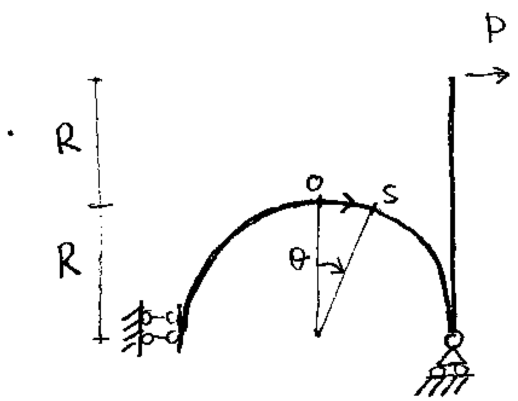


fig. 3

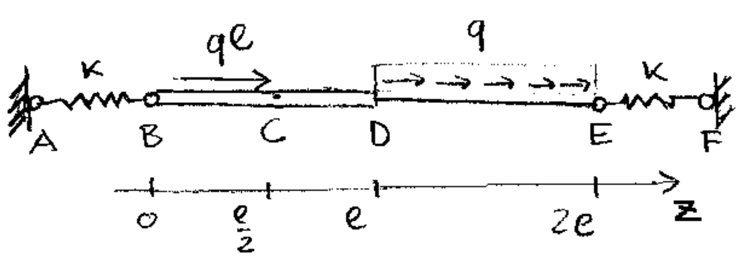


fig. 4

Università degli Studi di Roma "Tor Vergata" - Facoltà di Ingegneria
Scienza delle Costruzioni - Anno Accademico 2009/10
Prova scritta del 1° marzo 2010

SdC2 B

COGNOME: .... NOME: .... Matricola: ....

FIRMA: ....

Nota sui criteri di valutazione: diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione errati o omessi comportano una forte penalizzazione nella valutazione complessiva della prova.

Problema 1. Si consideri la mensola a due gomiti in fig. 1(a). La mensola è composta da tre tratti rettilinei paralleli ai versori e_1 ed e_2 ed è caricata all'estremità dalla forza $p = -Pe_3$, con $P > 0$. La mensola ha una sezione rettangolare come in fig. 1(b).

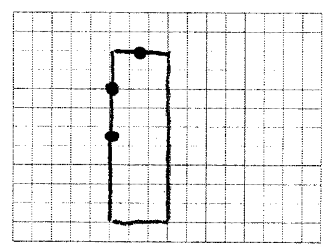
Q1.1 Trovare le caratteristiche della sollecitazione all'incastro.

N	T_n	T_b	M_t	M_n	M_b
0	P	0	Pℓ	0	−Pℓ

Q1.2 Tra le sezioni di controllo indicate in figura, elencare quelle più significative ai fini della verifica di resistenza della travatura.

S_2, S_3

Q1.3 Nello spazio a fianco, riportare la sezione indicando i punti di controllo più significativi ai fini delle verifiche di resistenza.



Q1.4 Calcolare la tensione ideale secondo von Mises nel punto A di una delle sezioni significative, specificando quale. Si assuma $l = 8a$.

in S_3:
$$\left(3.802 \cdot \frac{16}{3} + \frac{1}{2}\right)\sqrt{3}\,\frac{P}{a^2} \cong 36\,\frac{P}{a^2}$$

Problema 2. Si consideri la sezione in fig. 2 è sottoposta ad una forza di taglio.

Q2.1 Calcolare il momento d'inerzia J_x.

$$\frac{\delta a^3}{2}$$

Q2.2 Calcolare la tensione tangenziale massima dovuta a T_y.

$$\frac{T_y}{\delta a}$$

Q2.3 Calcolare la tensione tangenziale massima dovuta a T_x.

$$\frac{\sqrt{3}}{2}\,\frac{T_x}{\delta a}$$

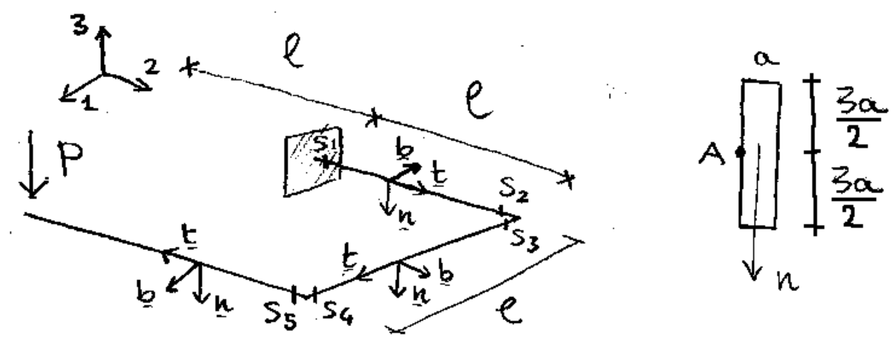
continua ...

Problema 3. Le sezioni sottili in fig. 3 sono entrambe sottoposte al momento torcente M_t.

Q3.1	Se le due sezioni hanno la stessa area, che relazione c'è tra a_t e a_q?	$a_t = \frac{4}{3} a_q$
Q3.2	A parità di area, quale delle due sezioni presenta la tensione tangenziale τ maggiore? E quanto vale?	sez. triangolare $\tau = \frac{3\sqrt{3}}{8} \frac{M_t}{a_q^2 \delta} = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{M_t}{a_t^2 \delta}$
Q3.3	Calcolare l'energia elastica di un tratto di trave di lunghezza l nel caso della sezione triangolare.	$2 \frac{M_t^2 \ell}{G a_t^3 \delta}$
Q3.4	Calcolare il momento d'inerzia polare ed il fattore di torsione della sezione triangolare.	$J_o = \frac{a_t^3 \delta}{2}$, $\chi_t = 2$

Problema 4. La sezione in fig. 4 è sottoposta ad una forza normale di trazione applicata nel punto C.

Q4.1	Trovare la distanza del baricentro dal lembo superiore della sezione.	$\frac{17}{15} a$
Q4.2	Determinare i momenti principali d'inerzia.	$J_x = \frac{157}{180} a^4$, $J_y = \frac{19}{48} a^4$
Q4.3	Tra i punti 1, 2, 3, 4, 5, 6 indicati in figura, quale è quello in cui si ha la massima tensione di compressione.	3
Q4.4	Siano σ'_L e $\sigma''_L = 10\,\sigma'_L$ le tensioni limite del materiale rispettivamente a trazione e compressione. Trovare il valore massimo che la forza normale può assumere secondo il criterio di Galileo.	$\max\{N\} = \frac{\sigma'_L a^2}{\frac{286}{785} + \frac{24}{19}} \cong 0{,}6 \sigma'_L a^2$



(a) (b)

fig. 1

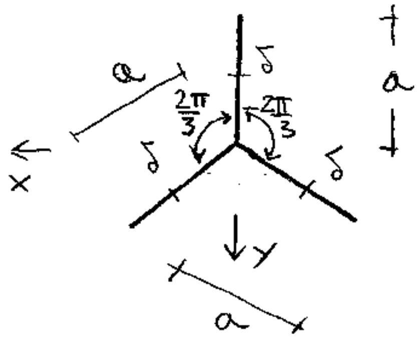


fig. 2

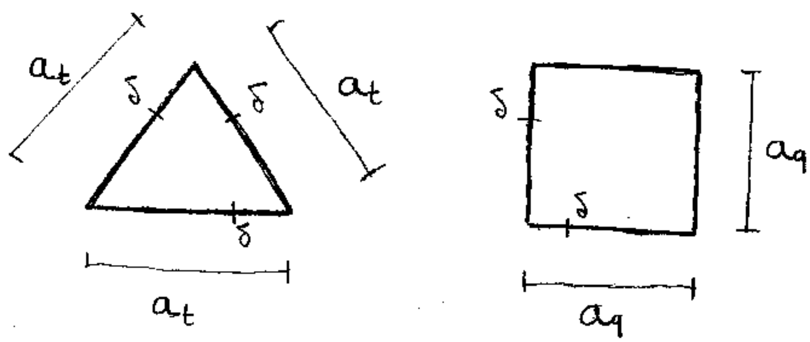


fig. 3

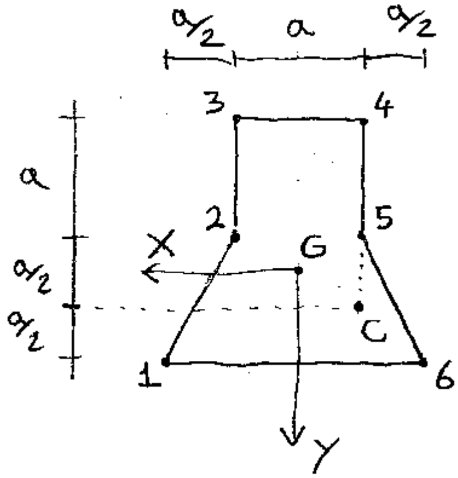


fig. 4

Università degli Studi di Roma "Tor Vergata" - Facoltà di Ingegneria
Scienza delle Costruzioni - Anno Accademico 2009/10
Prova scritta del 14 luglio 2010

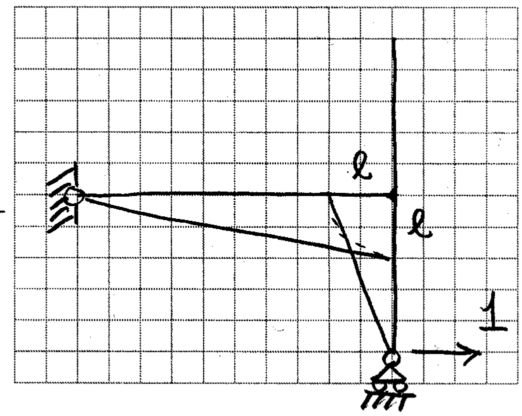
SdC 1A

COGNOME: .... NOME: .... Matricola: ....

FIRMA: ....

Nota sui criteri di valutazione: diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione errati o omessi comportano una forte penalizzazione nella valutazione complessiva della prova.

Problema 1. Si consideri la travatura in fig. 1. Tutti i tratti hanno rigidezza flessionale r_F. Le deformazioni estensionali e di scorrimento sono trascurabili.



Q1.1 Dopo aver effettuato la scelta del sistema principale e indicato l'incognita iperstatica corrispondente, si tracci il diagramma quotato del momento flettente nel sistema "1".

Q1.2 Si trovi il coefficiente di elasticità η_{11}.

$\eta_{11} = \dfrac{\ell^3}{r_F}$

Q1.3 L'incognita iperstatica vale:

$X = \dfrac{2}{3} P$

Q1.4 Il momento massimo in valore assoluto vale:

$P\ell$

Q1.5 Trovare la rotazione in A.

$\dfrac{1}{9}\dfrac{P\ell^2}{r_F}$

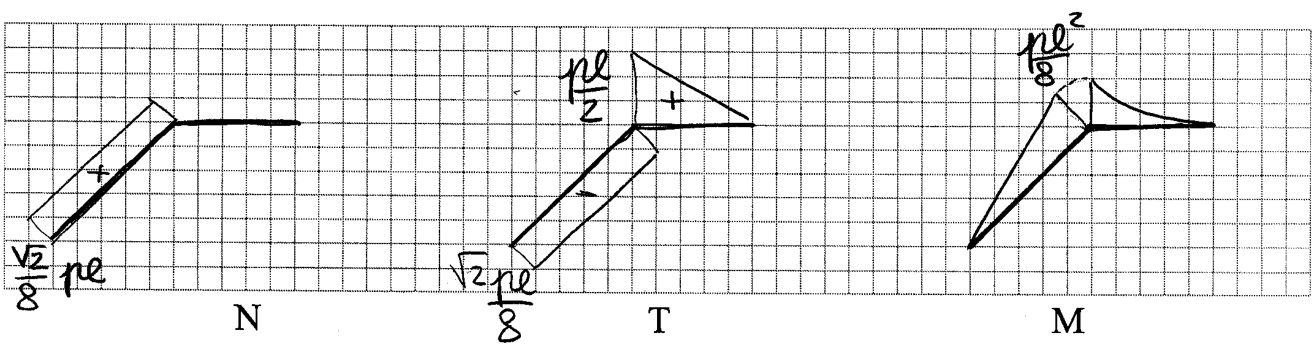
continua ...

Problema 2. Si consideri la travatura rigida in fig. 2.

Q2.1 Calcolare lo sforzo nella molla CD.

$-\frac{3}{4} pl$

Q2.2 Si traccino i diagrammi quotati delle caratteristiche di sollecitazione N, T e M sul tratto ACB .



Q2.3 Calcolare lo spostamento relativo orizzontale tra i punti A e E (positivo se di allontanamento).

$\frac{3}{4} \frac{pl}{K}$

Problema 3. Si consideri la trave di Bernoulli-Navier in fig. 3(a).

Q3.1 Trovare l'espressione della linea elastica in $z \in (0, l)$.

$v(z) = \frac{P}{r_F}\left(\frac{z^3}{6} - \frac{l^2 z}{2} + \frac{l^3}{3}\right)$

Q3.2 Trovare la rotazione massima.

$\frac{Pl^2}{2 r_F}$

Si consideri ora la stessa trave di fig. 3(a) su cui viene imposta anche la variazione termica t_1, come mostrato in fig. 3(b).

Q3.3 Trovare il valore di t_1 affinché l'abbassamento in $z = -l$ sia nullo.

$t_1 = -\frac{2}{3} \frac{Pl}{r_F \alpha}$

Problema 4. Si consideri il problema di carico critico in fig. 4.

Q4.1 Trovare il valore dello sforzo normale nell'asta AB.

$-\frac{\sqrt{5}}{4} P$

Q4.2 Trovare il valore dello sforzo normale nell'asta BD.

$-\frac{3}{2} P$

Q4.3 Calcolare il valore critico del parametro di carico P.

$\frac{1}{6} \pi \frac{r_F}{a^2}$

A

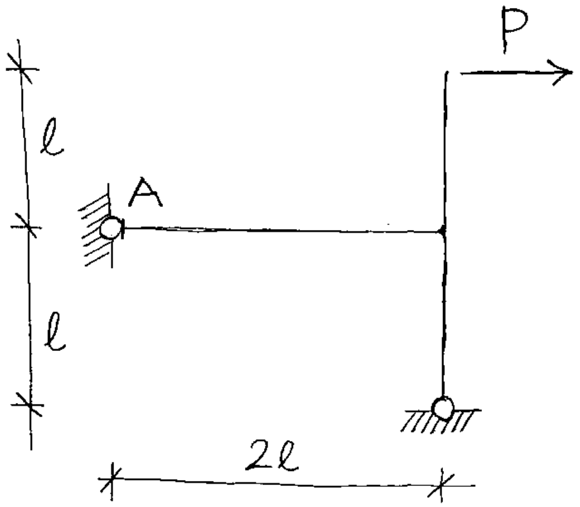


fig. 1

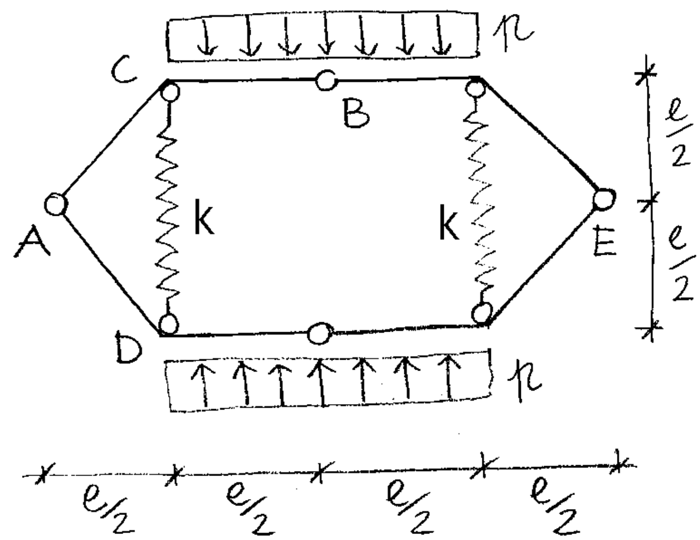


fig. 2

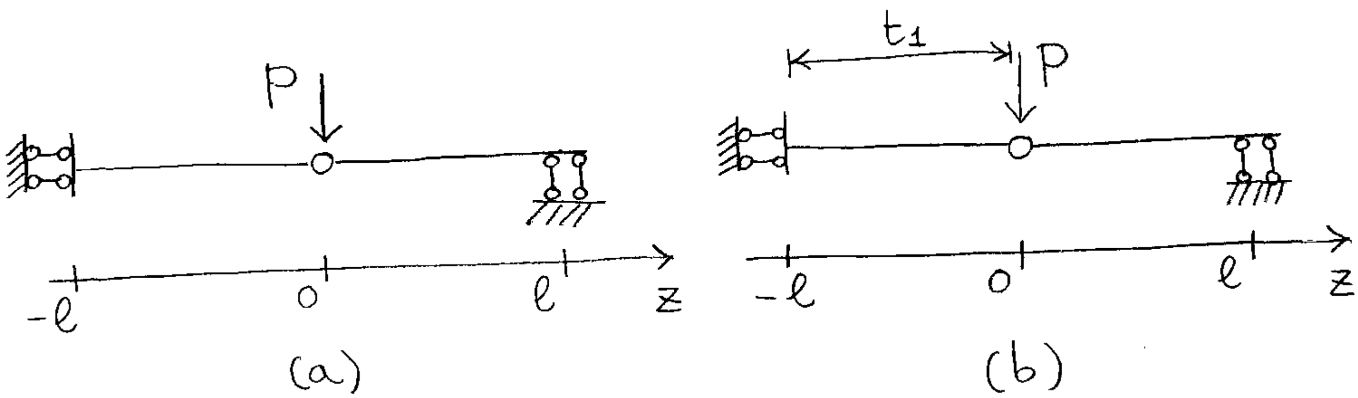


fig. 3

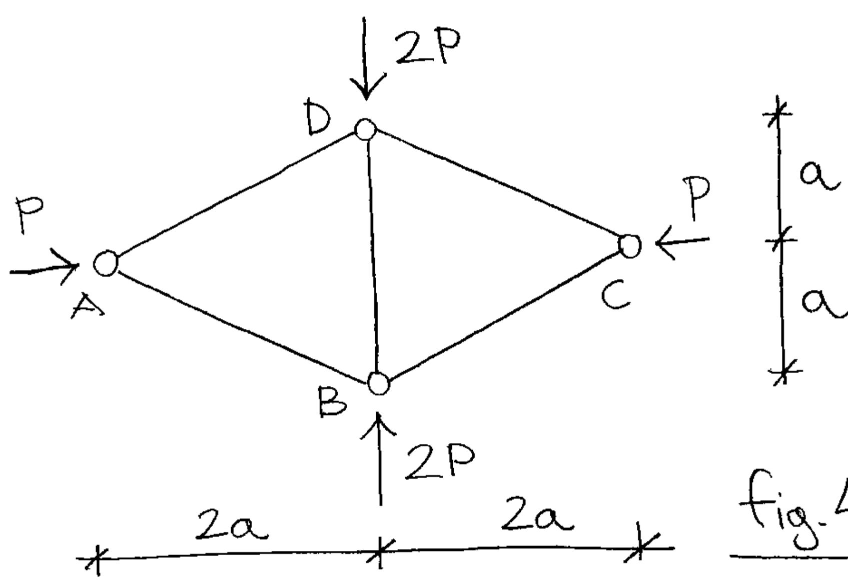


fig. 4

Università degli Studi di Roma "Tor Vergata" - Facoltà di Ingegneria
Scienza delle Costruzioni - Anno Accademico 2009/10
Prova scritta del 14 luglio 2010

SdC 2**B**

COGNOME: .... NOME: .... Matricola: ....

FIRMA: ....

Nota sui criteri di valutazione: diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione errati o omessi comportano una forte penalizzazione nella valutazione complessiva della prova.

Problema 1. La sezione cava in fig. 1 è sottoposta a una forza normale eccentrica di compressione pari a P, applicata nel punto C.

Q1.1 Il momenti d'inerzia J_x, J_y della sezione valgono:

$J_x = \frac{40}{3} a^4$ $\qquad$ $J_y = \frac{10}{3} a^4$

Q1.2 Trovare l'equazione dell'asse neutro.

$y = -4x + \frac{5}{3} a$

Q1.3 Trovare le coordinate del punto dove si ha la massima tensione normale di trazione.

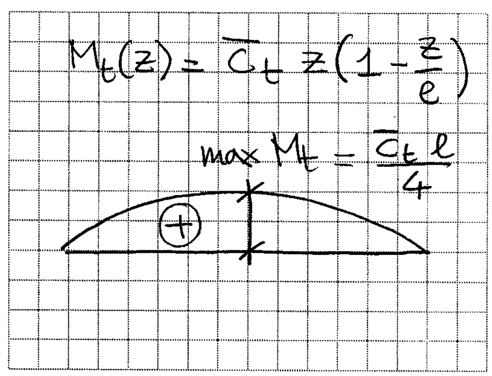
$\left(\frac{3}{2} a, 0\right)$

Q1.4 Se σ'_L e $\sigma''_L = -10\,\sigma'_L$ sono le tensioni limite, rispettivamente a trazione e compressione, qual è il valore massimo del carico P sopportabile dalla sezione?

$P_L = \frac{40}{13} \sigma'_L a^2$

Problema 2. La mensola in fig. 2a è sottoposta al sistema di coppie torcenti distribuite $c_t(z) = \bar{c}_t \left(-1 + 2\frac{z}{l}\right)$. La mensola ha la sezione sottile a T mostrata in fig. 2b. Si assuma $a = 10\,\delta$ e $l = 200\,\delta$.

Q2.1 Tracciare il diagramma quotato del momento torcente, indicandone anche il massimo in valore assoluto.



Q2.2 Quanto vale la tensione tangenziale massima?

$\frac{15}{4} \frac{\bar{c}_t}{\delta^2}$

Q2.3 Determinare l'angolo unitario di torsione in funzione di un momento torcente generico M_t.

$\frac{3}{40} \frac{M_t}{G \delta^4}$

Q2.4 Determinare la rotazione relativa tra le sezioni terminali della mensola.

$500 \frac{\bar{c}_t}{G \delta^2}$

continua ...

Problema 3. Si consideri la sezione a parete sottile in fig. 3a, di spessore costante pari a δ_1, sottoposta alla forza di taglio $T_y = P$.

Q3.1 Calcolare il momento d'inerzia J_x.

$\frac{10}{3} a^3 \delta_1$

Q3.2 Calcolare la tensione tangenziale massima sulla sezione.

$\frac{3}{10} \frac{P}{a\delta_1}$

Si consideri ora la sezione in fig. 3b, anch'essa di spessore costante pari a δ_2 e sottoposta alla forza di taglio $T_y = P$.

Q3.3 Trovare il valore dello spessore δ_2 affinché la tensione tangenziale massima sia la stessa nei due casi.

$\delta_2 = \frac{25}{14} \delta_1$

Problema 4. In un punto di un continuo di Cauchy, lineare elastico, omogeneo e isotropo, lo stato tensionale è dato dal tensore di sforzo

$$T = \sigma \begin{bmatrix} -60 & -40 & 0 \\ -40 & 90 & 0 \\ 0 & 0 & 50 \end{bmatrix},$$

espresso nella base ortonormale $\{e_1, e_2, e_3\}$.

Q4.1 Determinare le tensioni principali.

$\lambda_1 = 100\sigma$, $\lambda_2 = 50\sigma$, $\lambda_3 = -70$

Q4.2 Calcolare le tensioni ideali secondo von Mises e secondo Tresca.

$\sigma_{\text{id}}^M = 10\sqrt{229}\,\sigma$, $\sigma_{\text{id}}^T = 170\,\sigma$

Q4.3 Trovare le normali alle giaciture sulle quali si ha la tensione tangenziale massima.

$\frac{1}{\sqrt{34}}(5\underset{\sim}{e}_1 - 3\underset{\sim}{e}_2)$, $\frac{1}{\sqrt{34}}(3\underset{\sim}{e}_1 + 5\underset{\sim}{e}_2)$

Q4.4 Determinare la variazione locale di volume.

$80\frac{\sigma}{E}(1-2\nu)$

B

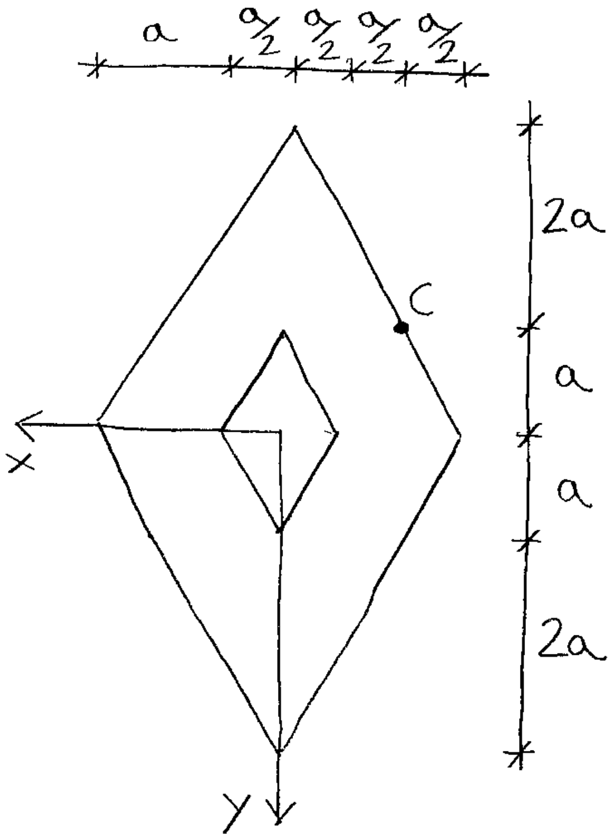


fig. 1

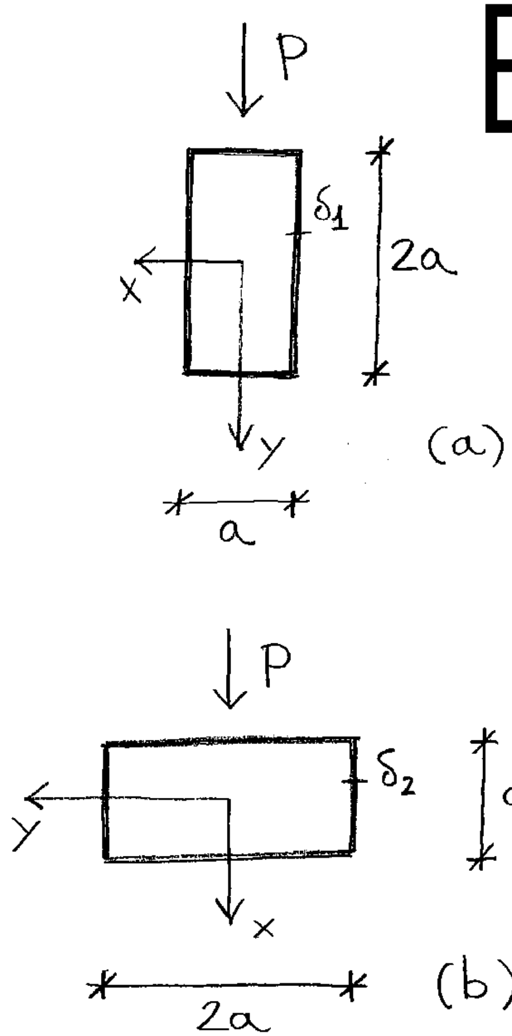


fig 3

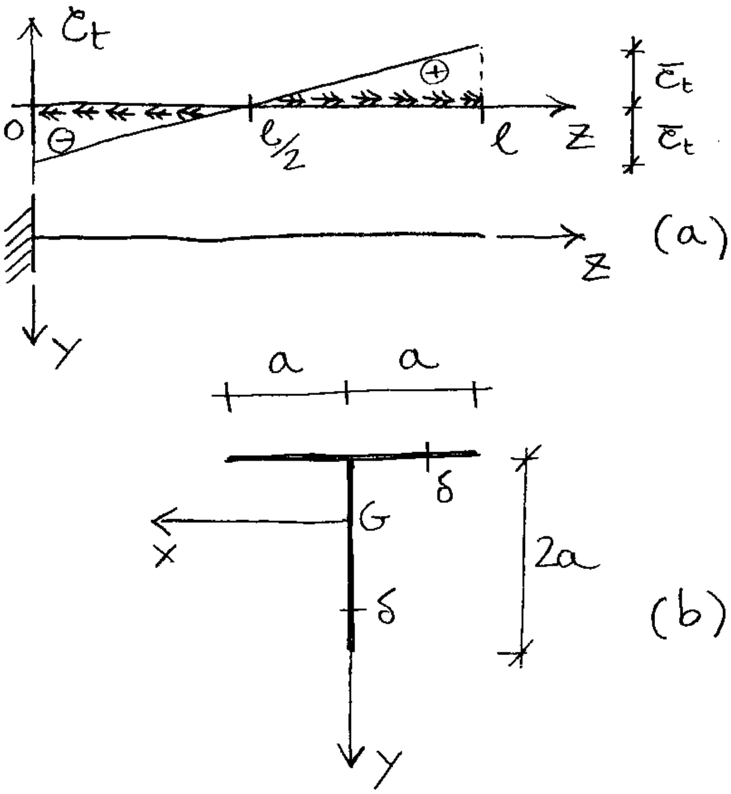


fig. 2

Università degli Studi di Roma "Tor Vergata" - Facoltà di Ingegneria
Scienza delle Costruzioni - Anno Accademico 2009/10
Prova scritta del 2 settembre 2010

SdC 1A

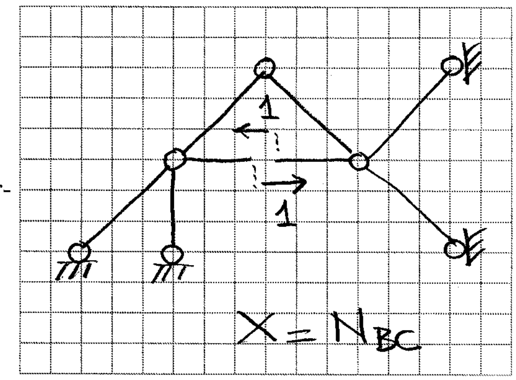
COGNOME: .... NOME: .... Matricola: ....

FIRMA: ....

Nota sui criteri di valutazione: diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione errati o omessi comportano una forte penalizzazione nella valutazione complessiva della prova.

Problema 1. Si consideri il sistema reticolare in fig. 1. Tutte le aste hanno la stessa rigidezza estensionale r_E.

Q1.1 Disegnare il sistema principale scelto, indicando l'incognita iperstatica corrispondente.



Q1.2 Trovare gli sforzi normali nel sistema "1".

N_{AB}	N_{AC}	N_{BC}	N_{BE}	N_{BF}	N_{CD}	N_{CG}
0	0	1	$\sqrt{2}$	-1	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$

Q1.3 Calcolare il coefficiente di elasticità η_{11}.

$$\eta_{11} = 3\left(1+\sqrt{2}\right)\frac{\ell}{EA}$$

Q1.4 L'incognita iperstatica vale:

$$\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{1}{1+\sqrt{2}}P = \left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)P$$

Q1.5 Trovare il valore critico del carico.

$$\frac{\sqrt{2}}{2}\pi^2\frac{EJ}{\ell^2}$$

Q1.6 Trovare lo spostamento orizzontale del nodo B.

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}-1\right)\frac{P\ell}{EA}$$

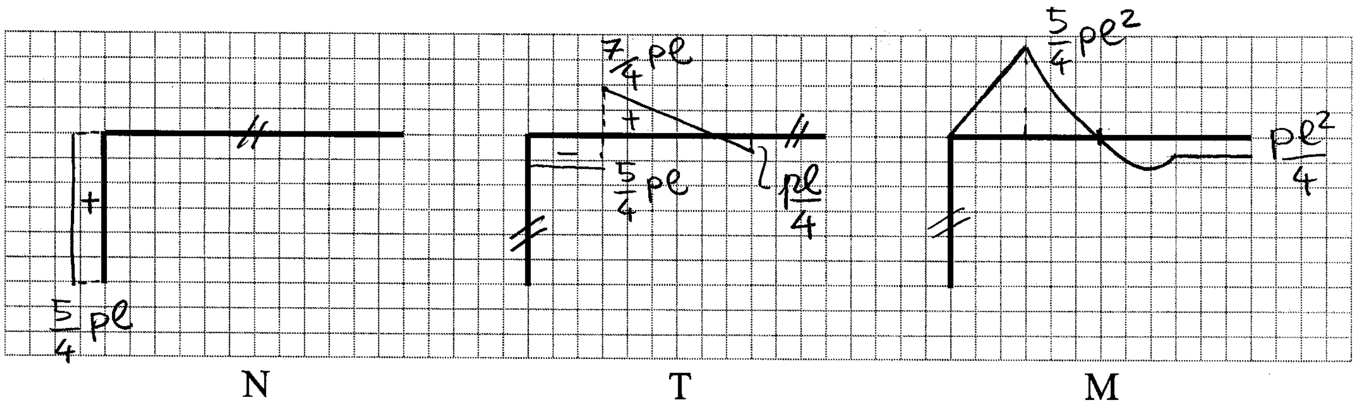
continua ...

Problema 2. Si consideri la travatura in fig. 2.

Q2.1 Calcolare la reazione del carrello in A.

$3p\ell$

Q2.2 Si traccino i diagrammi quotati delle caratteristiche di sollecitazione N, T e M utilizzando le linee fondamentali sotto predisposte .



Problema 3. Si consideri la trave ad anello circolare in fig. 3.

Q3.1 Trovare il valore dello sforzo normale in O.

$\frac{P}{2}$

Q3.2 Trovare il valore del momento flettente in O.

$\frac{PR}{2}$

Q3.3 Calcolare l'espressione del momento flettente sul tratto OA in funzione dell'angolo θ.

$\frac{PR}{2}(\cos\theta - \sin\theta)$

Problema 4. Si consideri la travatura in fig.4. Si trascurino le deformazione estensionali e di scorrimento.

Q4.1 Calcolare lo spostamento verticale del punto A.

$2\alpha t_1 \ell^2$

Q4.2 Calcolare la rotazione in A.

$-2\alpha t_1 \ell$

SdC1 A

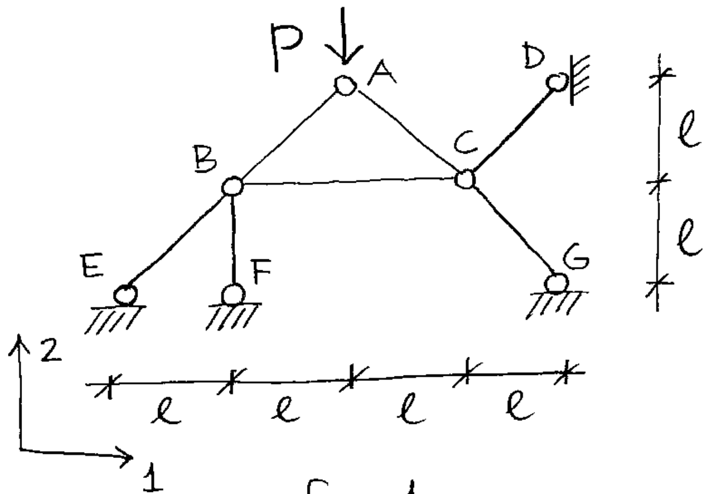


fig. 1

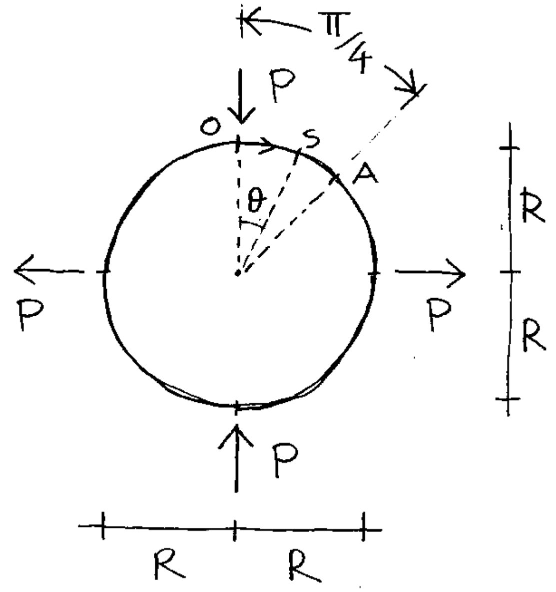


fig. 3

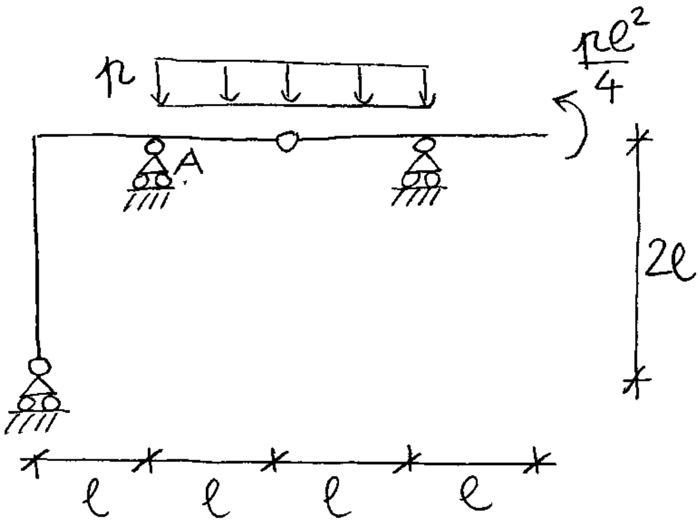


fig. 2

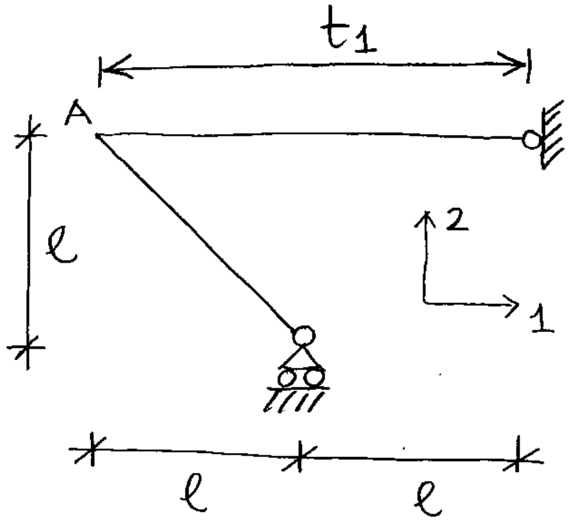


fig. 4

Università degli Studi di Roma "Tor Vergata" - Facoltà di Ingegneria
Scienza delle Costruzioni - Anno Accademico 2009/10
Prova scritta del 2 settembre 2010

SdC 2**B**

COGNOME: NOME: Matricola:

FIRMA:

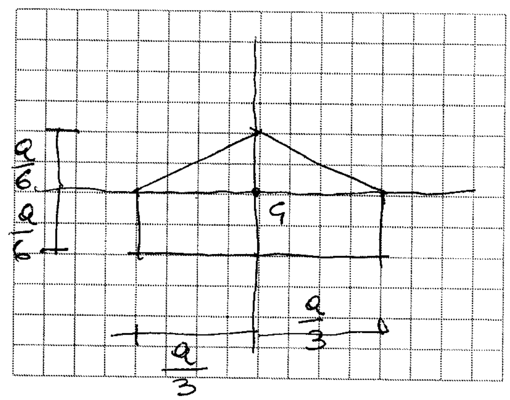
Nota sui criteri di valutazione: diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione errati o omessi comportano una forte penalizzazione nella valutazione complessiva della prova.

Problema 1. La sezione in fig. 1 è sottoposta a una forza normale eccentrica di trazione pari a P, applicata nel punto C.

Q1.1 Dopo aver determinato la posizione del baricentro, e di conseguenza la posizione dell'asse x, si trovino i momenti d'inerzia J_x, J_y della sezione.

$J_x = \frac{a^4}{3}$ $\qquad$ $J_y = \frac{2}{3} a^4$

Q1.2 Disegnare e quotare il nocciolo centrale d'inerzia nello spazio riportato a fianco.



Q1.3 Trovare l'equazione dell'asse neutro.

$y = x - \frac{a}{3}$

Q1.4 Trovare le coordinate del punto dove si ha la massima tensione normale di compressione.

$P \equiv (0, -a)$
ma è una retta

Q1.5 Se σ'_L e $\sigma''_L = -10\,\sigma'_L$ sono le tensioni limite, rispettivamente a trazione e compressione, qual è il valore massimo del carico P sopportabile dalla sezione?

$P = \frac{2}{7} a^2 \sigma'_L$

Problema 2. Una trave di lunghezza l è sollecitata solamente da un momento torcente costante M_t. La trave ha una sezione sottile come in figura fig. 2.

Q2.1 Calcolare la tensione tangenziale.

$\tau = \frac{M_t}{8 a^2 \delta}$

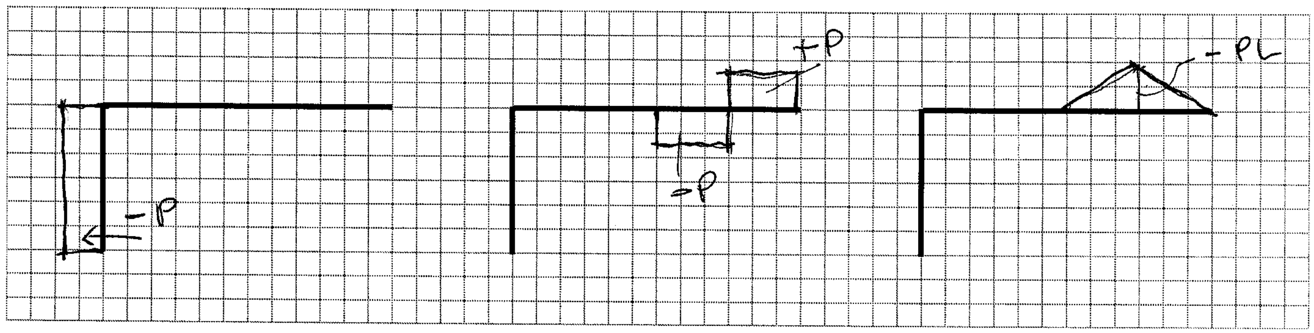
Q2.2 Determinare la rotazione relativa tra le sezioni terminali della trave.

$\Theta = \frac{M_t\, l}{32\, G\, a^3 \delta} (1 + 2\sqrt{2})$

continua ...

Problema 3. Si consideri la travatura in fig. 3(a), la cui sezione retta (sottile con spessore costante) è mostrata in fig. 3(b). Si assuma $a = 10\,\delta$ e $l = 100\,\delta$.

Q3.1 Si traccino i diagrammi quotati delle caratteristiche di sollecitazione N, T e M sulle linee fondamentali sotto predisposte.



N T M

Q3.2 Tra le sezioni di controllo indicate in fig. 3(a), quali sono le più significative ai fini delle verifiche di resistenza? S6, S7

Q3.3 Calcolare il momento d'inerzia J_x della sezione.

$$J_x = \frac{8}{3}\delta a^3 = \frac{8000}{3}\delta^4$$

Q3.4 Specificando una sezione di controllo tra quelle significative, si calcoli la tensione ideale secondo Tresca nel punto A (fig. 3(b)).

SEZIONE S7

$$\sigma_{id}^T = \sqrt{\sigma_N^2 + 4\tau_T^2}$$

$$\sigma_{id}^T = \frac{3}{40}\frac{P}{\delta^2}\sqrt{26}$$

Problema 4. In un punto di un continuo di Cauchy si conoscono le tensioni e direzioni principali nella base $\{e_1, e_2, e_3\}$:

$$\lambda_1 = 4\sigma\,, \qquad \lambda_2 = 2\sigma\,, \qquad \lambda_3 = -\sigma\,;$$

$$n_1 = -\frac{\sqrt{2}}{2}e_1 + \frac{\sqrt{2}}{2}e_2\,, \qquad n_2 = e_3\,, \qquad n_3 = \frac{\sqrt{2}}{2}e_1 + \frac{\sqrt{2}}{2}e_2\,.$$

Q4.1 Trovare la rappresentazione in componenti del tensore degli sforzi nella base data.

$$[\boldsymbol{T}] = \begin{bmatrix} \frac{3}{2}\sigma & -\frac{5}{2}\sigma & 0 \\ -\frac{5}{2}\sigma & \frac{3}{2}\sigma & 0 \\ 0 & 0 & 2\sigma \end{bmatrix}$$

Q4.2 Determinare la tensione normale sulla giacitura di normale $\boldsymbol{n} = \frac{\sqrt{3}}{3}(e_1 + e_2 + e_3)$.

$$\sigma_N = 0$$

Q4.3 Determinare il vettore tensione tangenziale sulla stessa giacitura di normale $\boldsymbol{n}$.

$$\underline{t}_T = \frac{\sigma}{\sqrt{3}}\left(-e_1, -e_2, 2e_3\right)$$

SdC2 B

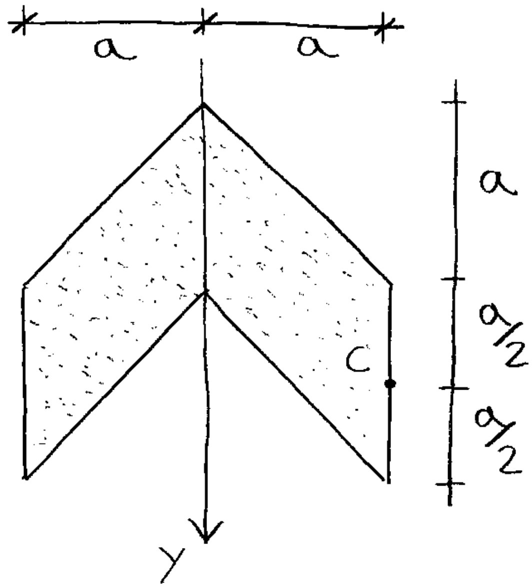


fig. 1

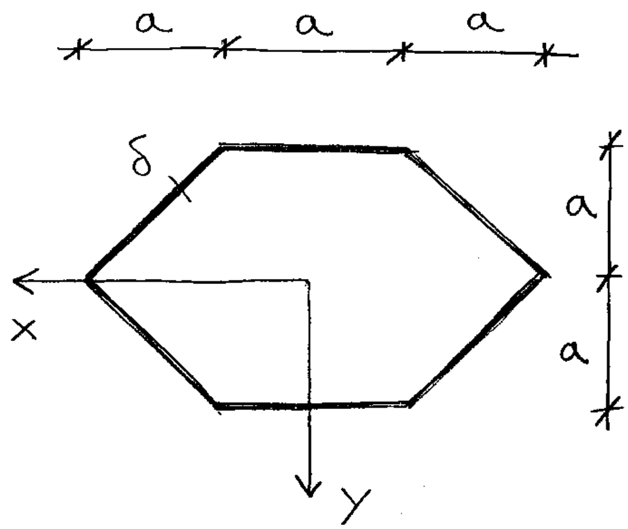
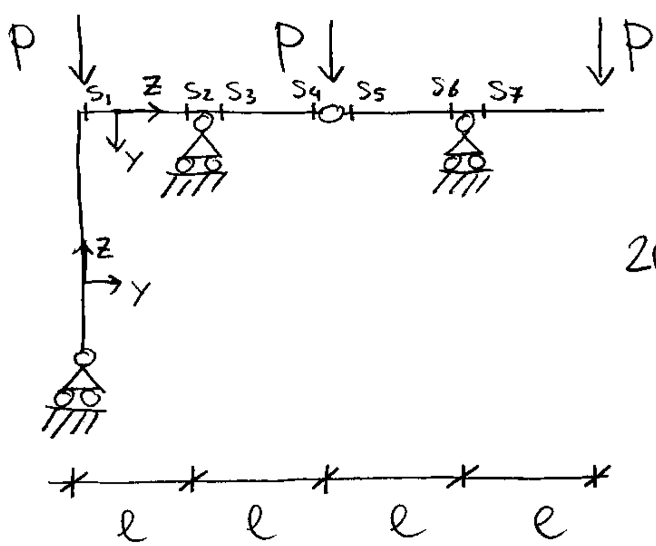
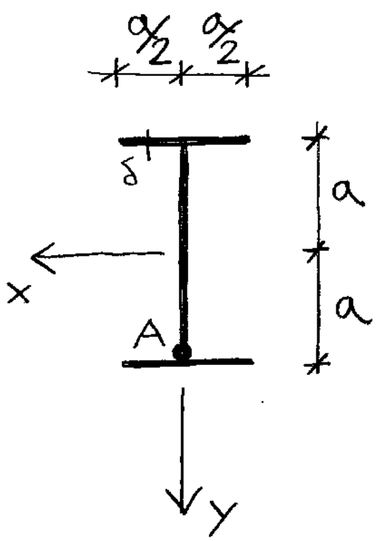


fig. 2



(a)



(b)

fig. 3

Università degli Studi di Roma "Tor Vergata" - Facoltà di Ingegneria
Scienza delle Costruzioni - Anno Accademico 2009/10
Prova scritta del 21 settembre 2010

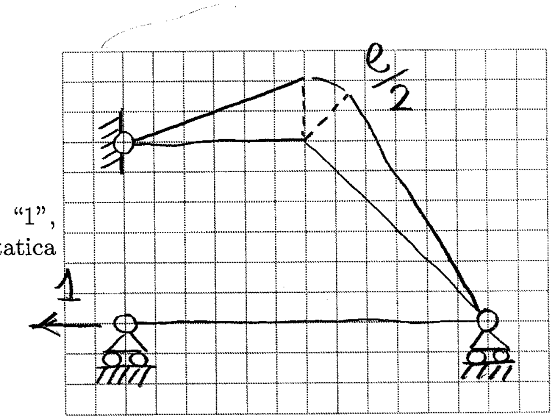
SdC 1A

COGNOME: .... NOME: .... Matricola: ....

FIRMA: ....

Nota sui criteri di valutazione: diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione errati o omessi comportano una forte penalizzazione nella valutazione complessiva della prova.

Problema 1. Si consideri il sistema in fig. 1. Si trascurino le deformazioni estensionali e di scorrimento. Tutti i tratti hanno la stessa rigidezza flessionale r_F.



Q1.1 Tracciare il diagramma del momento flettente nel sistema "1", indicando il sistema principale scelto e/o l'incognita iperstatica corrispondente.

Q1.2 Calcolare il coefficiente di elasticità η_{11}.

$$\frac{1+\sqrt{2}}{12}\,\frac{\ell^3}{r_F}$$

Q1.3 L'incognita iperstatica vale:

$$\frac{\sqrt{2}}{2}\,p$$

Q1.4 Trovare la rotazione in A (positiva se antioraria).

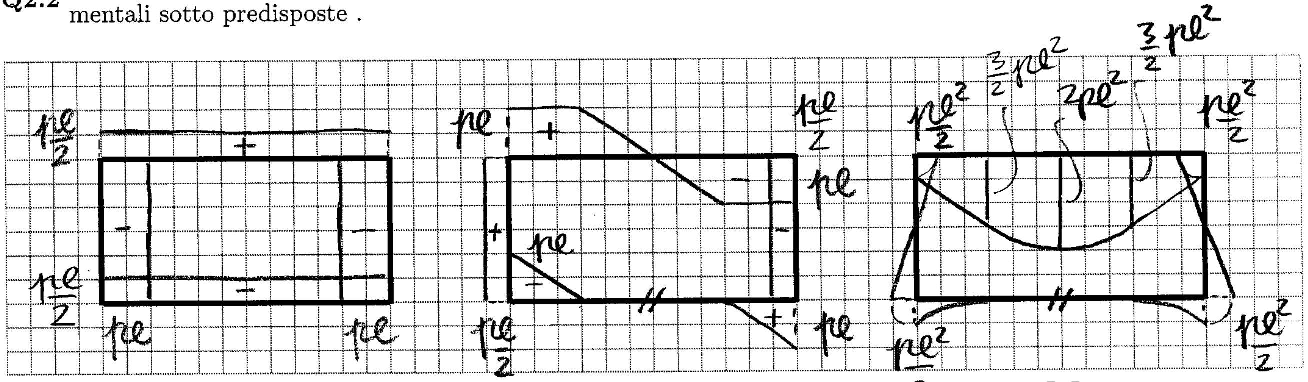
$$0$$

Problema 2. Si consideri la travatura in fig. 2.

Q2.1 Calcolare il valore del taglio in B.

$$\frac{p\ell}{2}$$

Q2.2 Si traccino i diagrammi quotati delle caratteristiche di sollecitazione N, T e M utilizzando le linee fondamentali sotto predisposte .



N T M

continua ...

Problema 3. Si consideri la trave in fig. 3. Le rigidezze estensionale e flessionale sono costanti lungo la trave e valgono rispettivamente r_E e r_F; le deformazioni di scorrimento sono trascurabili. La molla rotazionale in B ha costante elastica pari a λ.

Q3.1 Scrivere tutte le condizioni al contorno in A in termini delle funzioni w, v e delle loro derivate.

$$v''(2\ell) = 0$$

$$v(2\ell) = -w(2\ell)$$

$$r_E w'(2\ell) = -r_F v'''(2\ell)$$

Q3.2 Scrivere tutte le condizioni di raccordo in B in termini delle funzioni w, v e delle loro derivate.

$$[\![v'']\!]_{z=\ell} = 0 \;, \quad [\![v']\!]_{z=\ell} = \frac{r_F}{\lambda} v''(\ell^+)$$

$$[\![w]\!]_{z=\ell} = 0 \;, \quad [\![w']\!]_{z=\ell} = \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{P}{r_E}$$

$$[\![v]\!]_{z=\ell} = 0 \;, \quad [\![v''']\!]_{z=\ell} = \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{P}{r_F}$$

Q3.3 Scrivere l'espressione dell'energia elastica per la trave.

$$\frac{1}{2}\int_0^{2\ell}\left(\frac{N^2}{r_E} + \frac{M^2}{r_F}\right) + \frac{1}{2}\frac{M^2(\ell)}{\lambda}$$

Problema 4. Si consideri il problema di carico critico in fig. 4(a).

Q4.1 Calcolare lo sforzo normale dovuto a t_o. *(Suggerimento: utilizzare le equazioni di Müller-Breslau.)*

$$-\frac{2}{5} r_E \alpha t_o$$

Q4.2 Trovare il valore critico di t_o.

$$\frac{5}{8}\pi^2 \frac{r_F}{\ell r_E}\frac{1}{\alpha}$$

Si consideri ora il problema di carico critico in fig. 4(b).

Q4.3 Trovare il valore della costante elastica della molla affinché il valore critico di t_o sia lo stesso di quello trovato per il sistema in fig. 4(a).

$$\frac{2}{3}\frac{r_E}{\ell}$$

SdC1 A

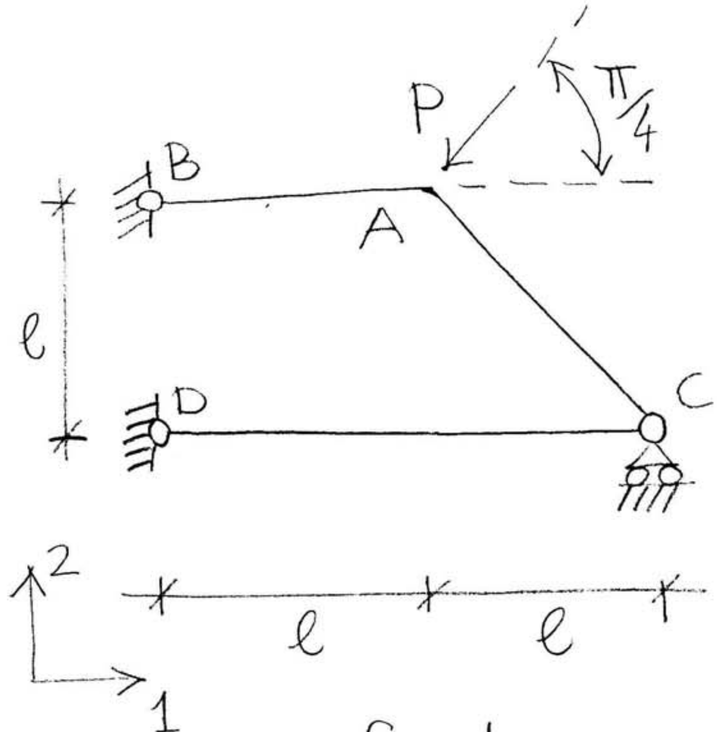


fig. 1

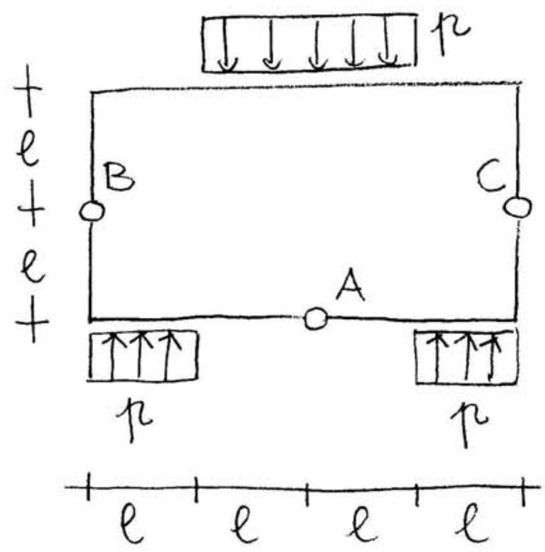


fig. 2

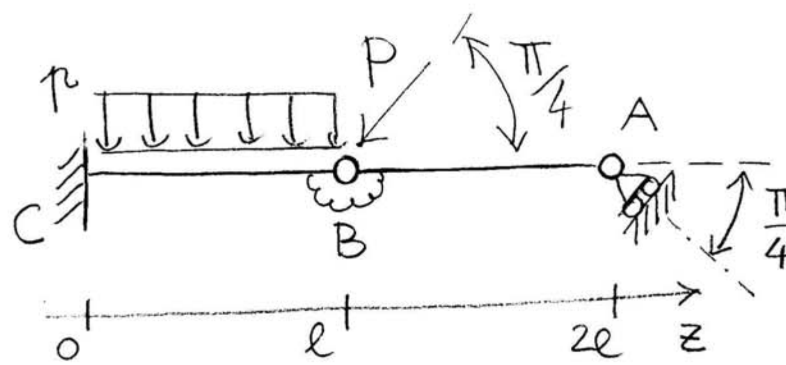


fig. 3

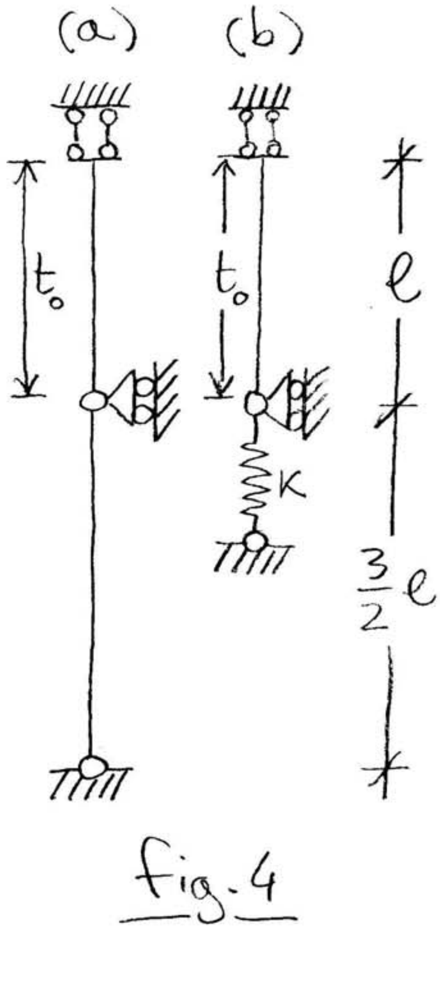


fig. 4

Università degli Studi di Roma "Tor Vergata" - Facoltà di Ingegneria
Scienza delle Costruzioni - Anno Accademico 2009/10
Prova scritta del 21 settembre 2010

SdC 2B

COGNOME: .... NOME: .... Matricola: ....

FIRMA: ....

Nota sui criteri di valutazione: diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione errati o omessi comportano una forte penalizzazione nella valutazione complessiva della prova.

Problema 1. Si consideri la sezione in fig. 1. Siano $N \neq 0$ e $M_x \neq 0$ le uniche caratteristiche della sollecitazione non nulle.

Q1.1 Determinare la coordinata y'_G del baricentro nel sistema di riferimento $O'x'y'$.	$y'_G = -\frac{1}{3}a$
Q1.2 Calcolare J_x (momento d'inerzia assiale principale centrale).	$J_x = \frac{44}{3}a^4$
Q1.3 Assumendo $M_x = -\overline{M}$, con $\overline{M} > 0$, quanto deve valere lo sforzo normale N affinché la sezione sia tutta compressa?	$N \leq -\frac{15}{11}\frac{\overline{M}}{a}$
Q1.4 Trovare la tensione normale minima considerando i valori di N e di M_x del quesito precedente.	$\min\{T_{zz}\} \leq -\frac{3}{11}\frac{\overline{M}}{a^3}$

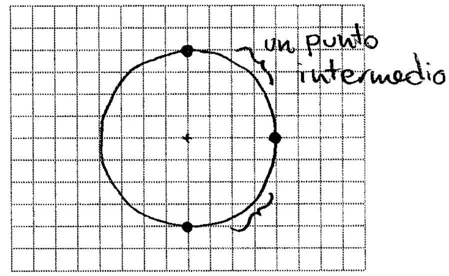
continua ...

Problema 2. Si consideri la travatura incastrata in D in fig. 2(a), giacente nel piano 1-2. In B e C sono applicate due forze parallele all'asse 3. Tutti i tratti hanno una sezione circolare sottile di raggio R e spessore δ come in fig. 2(b). I tratti AB, AC, AD hanno la stessa lunghezza, pari a $L = 10R$. La linea d'asse è orientata come in figura, il vettore normale è orientato sempre verso il basso e il vettore binormale di conseguenza.

Q2.1 Determinare le caratteristiche della sollecitazione non nulle all'incastro.

$T_n = 3P$, $M_b = 3P\ell$, $M_t = -P\ell$

Q2.2 Considerando la sezione d'incastro, indicare nello spazio riportato a fianco i punti di controllo più significativi ai fini delle verifiche di resistenza.



Q2.3 Considerando la sezione d'incastro, si calcoli la tensione ideale secondo Tresca nel punto dove si ha la massima tensione tangenziale τ.

$22 \dfrac{P}{\pi R \delta}$

Q2.4 Considerando la sezione d'incastro, si calcoli la tensione ideale secondo Tresca nel punto dove si ha la massima tensione normale T_{zz}.

$10\sqrt{10}\, \dfrac{P}{\pi R \delta}$

Q2.5 Assumendo che il materiale di cui è composta la travatura sia elastico lineare, omogeneo e isotropo, calcolare lo spostamento del punto C secondo l'asse 3.

$P\ell^3\left(\dfrac{5}{3}\dfrac{1}{r_F} + \dfrac{1}{r_T}\right) + \dfrac{5P\ell}{r_S}$

Problema 3. La sezione sottile in fig. 3 è sottoposta alla forza di taglio T_y.

Q3.1 Calcolare la distanza d del baricentro dalla parete superiore.

$\dfrac{5}{12} a$

Q3.2 Assumendo noto il valore dei momenti d'inerzia principali, determinare la massima tensione tangenziale.

$\dfrac{5}{6}\dfrac{T_y a^2}{J_x}$

Problema 4. La sezione sottile in fig. 4 è sollecitata da un momento torcente costante M_t.

Q4.1 Calcolare la massima tensione tangenziale.

$\dfrac{M_t}{(4+\pi)R^2\delta}$

Q4.2 Determinare l'angolo unitario di torsione.

$\dfrac{6+\pi}{2(4+\pi)^2}\dfrac{M_t}{G R^3 \delta}$

SdC2 B

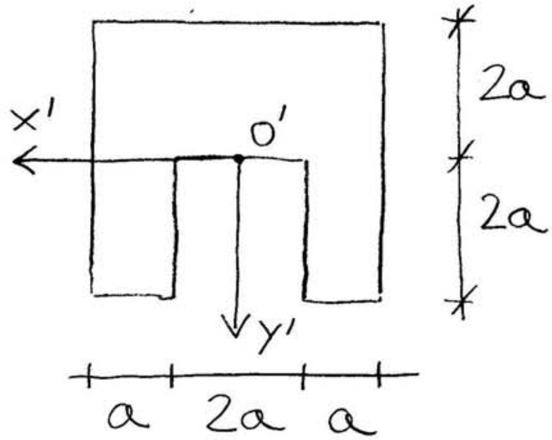


fig. 1

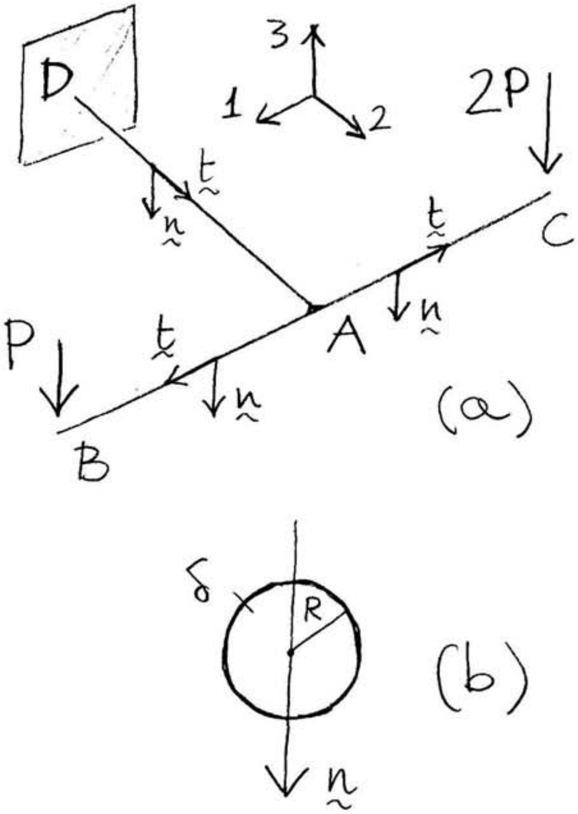


fig. 2

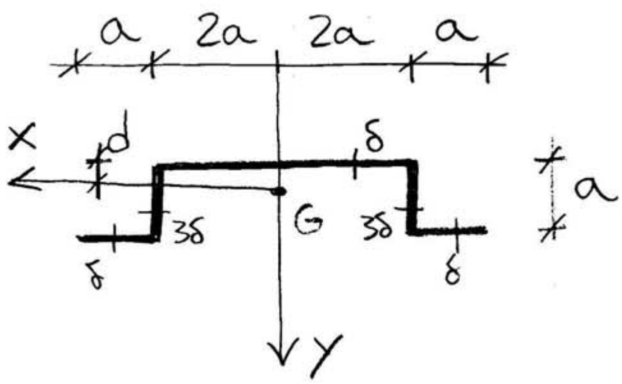


fig. 3

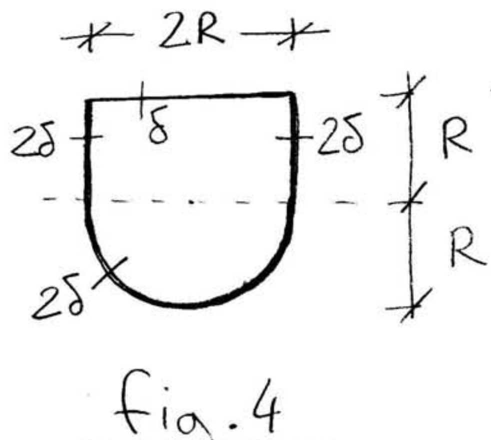


fig. 4

SdC 1A

COGNOME: .... NOME: .... Matricola: ....

FIRMA: ....

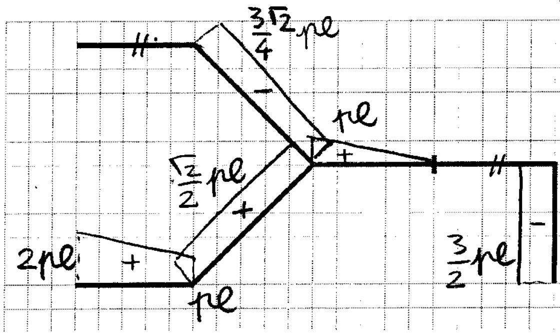
Nota sui criteri di valutazione: diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione errati o omessi comportano una forte penalizzazione nella valutazione complessiva della prova.

Problema 1. Si consideri la travatura in fig. 1.

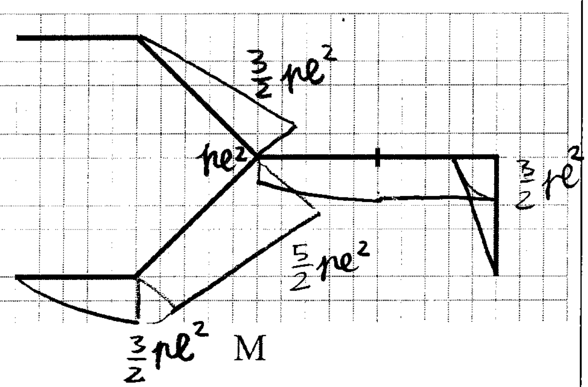
Q1.1 Calcolare la reazione orizzontale della cerniera in A (positiva verso destra).

$\frac{3}{2} p\ell$

Q1.2 Si traccino i diagrammi quotati del taglio e del momento utilizzando le linee fondamentali sotto predisposte.

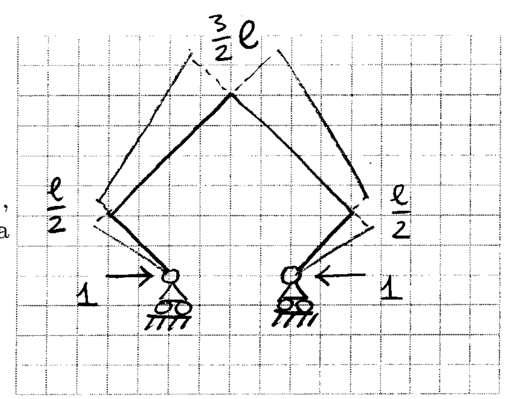


T



Problema 2. Si consideri il sistema in fig. 2(a). Si trascurino le deformazioni estensionali e di scorrimento. Tutti i tratti hanno la stessa rigidezza flessionale r_F, costante lungo l'asse.

Q2.1 Tracciare il diagramma del momento flettente nel sistema "1", indicando il sistema principale scelto e/o l'incognita iperstatica corrispondente.



Q2.2 Calcolare il coefficiente di elasticità η_{11}.

$\frac{9}{4}\sqrt{2}\,\frac{\ell^3}{r_F}$

Q2.3 L'incognita iperstatica vale:

$\frac{P}{54}$

Q2.4 Trovare la rotazione in A (positiva se antioraria).

$-\frac{\sqrt{2}}{54}\,\frac{P\ell^2}{r_F}$

Q2.5 Si consideri ora il sistema in fig. 2(b), identico a quello in fig. 2(a) eccetto per i carichi applicati. Quanto vale l'abbassamento del punto B?

$-\frac{\sqrt{2}}{27}\,\frac{C\ell^2}{r_F}$

continua ...

Problema 3. Si consideri la trave in fig. 3, sottoposta alla variazione di temperatura t_1 = cost > 0. Si trascurino le deformazioni estensionali e di scorrimento. La rigidezza flessionale è costante lungo l'asse della trave. L'asse della trave è orientato come in figura.

Q3.1 Trovare il massimo del valore assoluto del momento flettente.

$\max\{|M|\} = \frac{1}{2}\alpha t_1 r_F$

Q3.2 Trovare il massimo del valore assoluto dell'abbassamento.

$\max\{|v|\} = \frac{1}{2}\alpha t_1 \ell^2$

Q3.3 Trovare il massimo del valore assoluto della rotazione della sezione.

$\max\{|\varphi|\} = \frac{1}{2}\alpha t_1 \ell$

Si consideri ora la trave data senza trascurare le deformazioni estensionali e di scorrimento.

Q3.4 Quanto vale il massimo del valore assoluto del momento flettente?

$\max\{|M|\} = \frac{1}{2}\alpha t_1 r_F$

Problema 4. Si consideri il problema di carico critico in fig. 4(a).

Q4.1 Scrivere le condizioni al contorno in $z = -\frac{l}{2}$ in termini della funzione $v(z)$ e delle sue derivate.

$r_F v''(-\frac{\ell}{2}) = \lambda v'(\frac{\ell}{2})\ ;\ v(-\frac{\ell}{2}) = 0$

Q4.2 Trovare l'equazione trascendente in P dalla quale si può ricavare il carico critico.

$\mathrm{tg}\left(\omega \frac{\ell}{2}\right) = \frac{r_F \omega}{\lambda}$

Q4.3 Trovare la forma della linea elastica $v(z)$.

$v(z) = b\left(\cos \omega z - \cos \omega \frac{\ell}{2}\right)$

Q4.4 Si confrontino i carichi critici dei sistemi in fig.4(a) e in fig.4(b).

$P_c^{(a)} > P_c^{(b)}$

Q4.5 Si confrontino i carichi critici dei sistemi in fig.4(a) e in fig.4(c).

$P_c^{(a)} > P_c^{(c)}$

SdC1 A

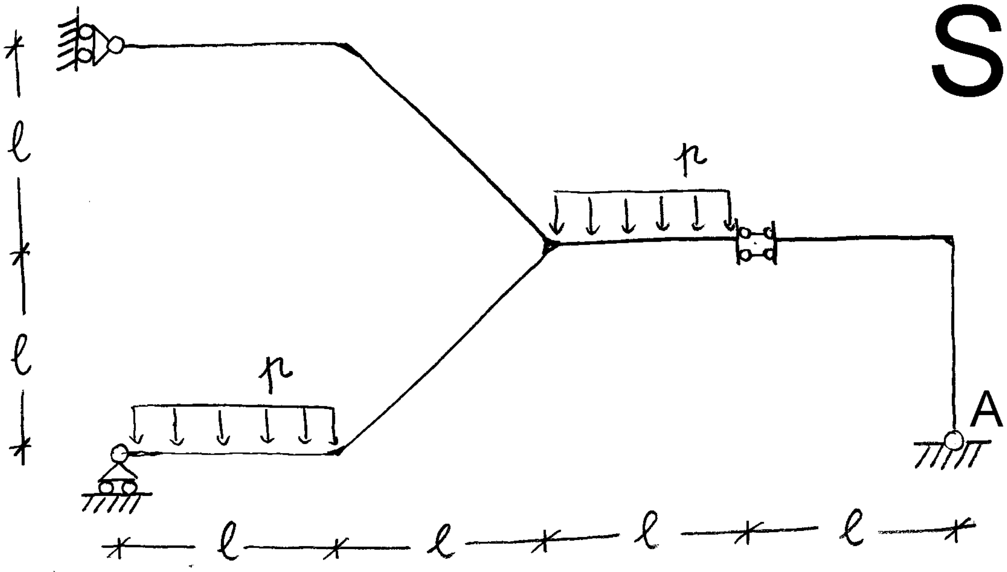


fig. 1

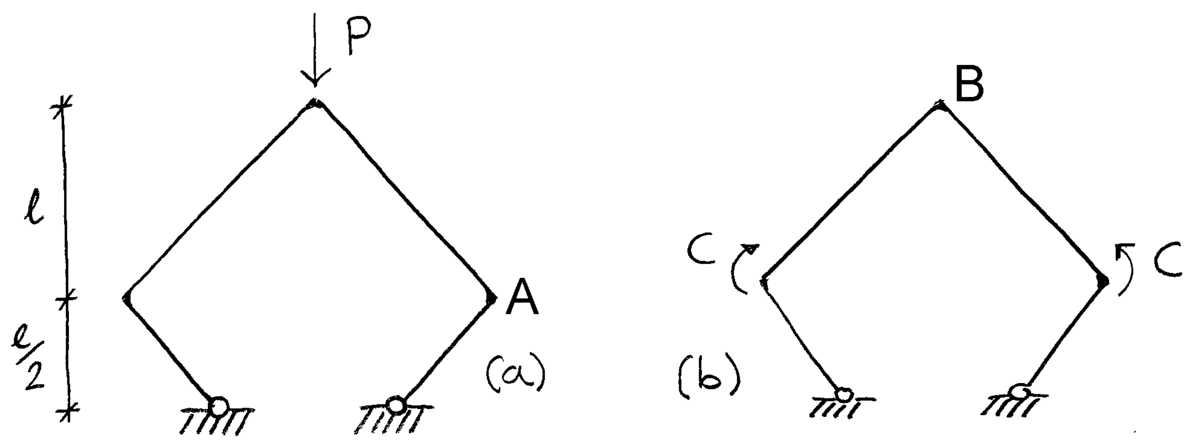


fig. 2

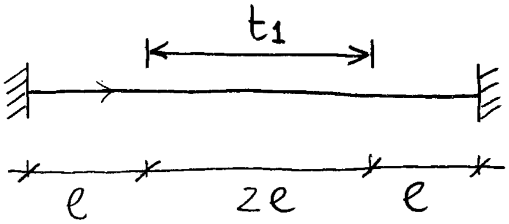


fig. 3

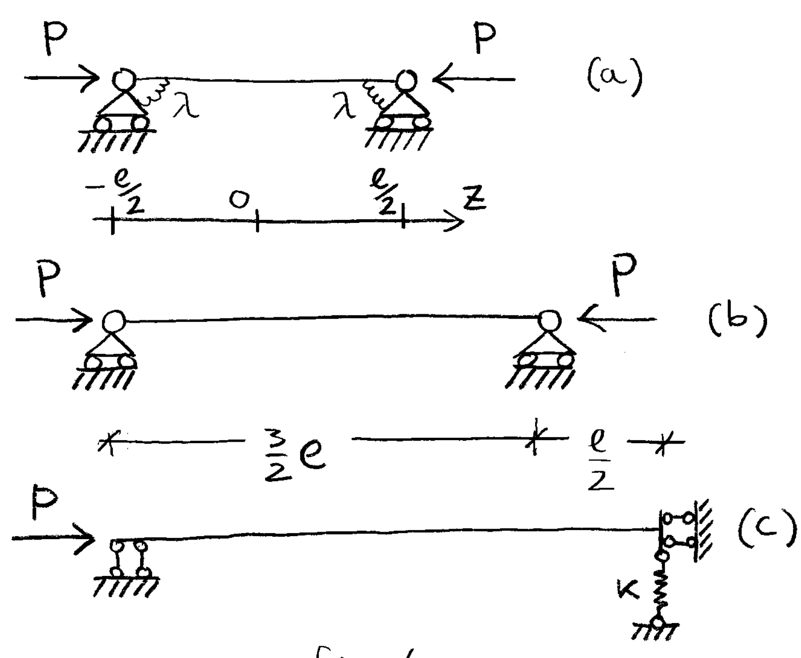


fig. 4

SdC **A**

COGNOME: .... NOME: .... Matricola: ....

FIRMA: ....

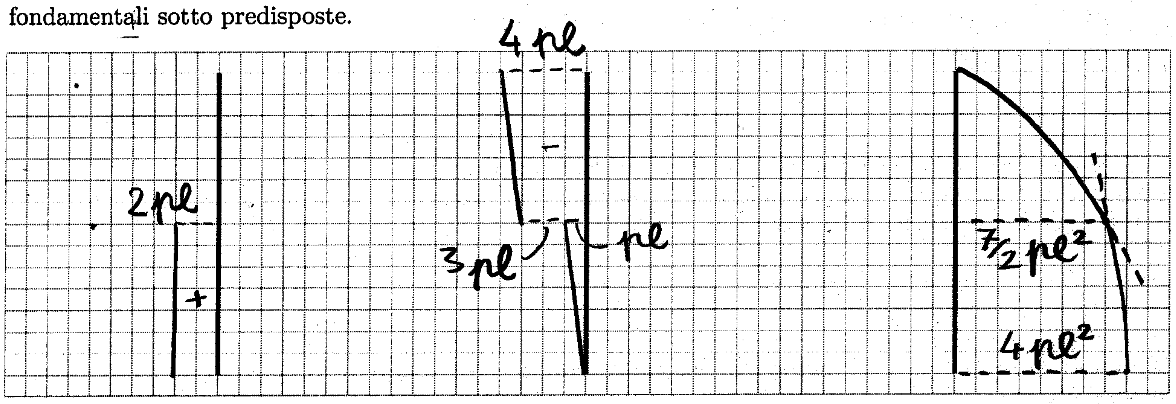
Nota sui criteri di valutazione: diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione errati o omessi comportano una forte penalizzazione nella valutazione complessiva della prova.

Problema 1. Si consideri la travatura in fig. 1.

Q1.1 Calcolare la coppia reattiva in A (positiva antioraria) e lo sforzo normale nel pendolo CD.

$C_A = -4p\ell^2 \qquad N_{CD} = 2\sqrt{2}\, p\ell$

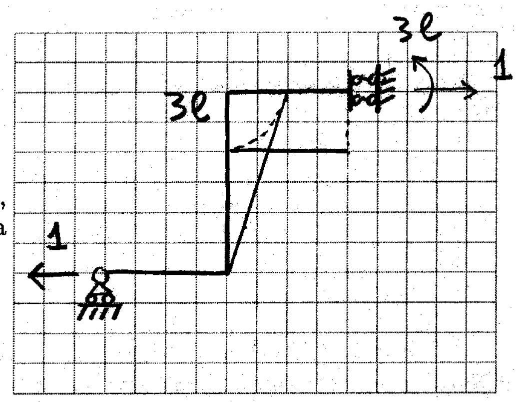
Q1.2 Si traccino i diagrammi quotati delle caratteristiche di sollecitazione sul solo tratto AB utilizzando le linee fondamentali sotto predisposte.



N T M

Problema 2. Si consideri il sistema in fig. 2. Si trascurino le deformazioni estensionali e di scorrimento. Tutti i tratti hanno la stessa rigidezza flessionale r_F, costante lungo l'asse.

Q2.1 Tracciare il diagramma del momento flettente nel sistema "1", indicando il sistema principale scelto e/o l'incognita iperstatica corrispondente.



Q2.2 Calcolare il coefficiente di elasticità η_{11}.

$\dfrac{27\ell^3}{r_F}$

Q2.3 L'incognita iperstatica vale:

$X = \dfrac{11}{8} p\ell$

Q2.4 Trovare la rotazione in A (positiva se antioraria).

$\dfrac{3}{4}\dfrac{p\ell^3}{r_F}$

Q2.5 Calcolare l'incognita iperstatica senza trascurare le deformazioni di scorrimento (rigidezza allo scorrimento pari a r_s).

$p\ell \, \dfrac{11/8 + \frac{1}{3}\frac{r_F}{r_s \ell^2}}{1 + \frac{1}{9}\frac{r_F}{r_s \ell^2}}$

continua ...

Problema 3. Si consideri la sezione in fig. 3. Siano $N = -P$ $(P > 0)$ e $M_x = C$ $(C > 0)$ le uniche caratteristiche della sollecitazione non nulle.

Q3.1 Determinare la distanza d del baricentro dal lembo superiore della sezione e il momento d'inerzia J_x.

$d = \frac{4}{3} a \qquad J_x = \frac{39}{4} a^4$

Q3.2 Fissato P, quanto può valere al massimo C mantenendo la sezione tutta compressa?

$C = \frac{13}{30} Pa$

Q3.3 Trovare la tensione normale minima considerando il valore di C del quesito precedente.

$\min\{T_{zz}\} = -\frac{2}{15}\frac{P}{a^2}$

Q3.4 Siano σ'_L e $\sigma''_L = -10\sigma'_L$ la tensioni limite a trazione e compressione. Per P fissato, quanto può valere al massimo C senza compromettere la resistenza della sezione.

$C = \min\left\{\left(\sigma'_L + \frac{P}{A}\right)\frac{J_x}{a}\frac{3}{5}, \left(10\sigma'_L - \frac{P}{A}\right)\frac{J_x}{a}\frac{3}{4}\right\}$
$A = 27a^2/2$

Problema 4. In un punto di un continuo di Cauchy, lineare elastico, omogeneo e isotropo, lo stato tensionale è dato dal tensore di sforzo

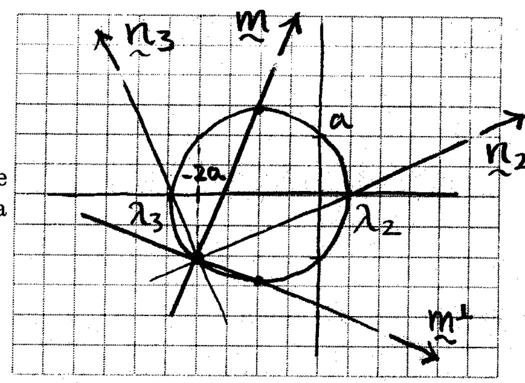
$$T = \begin{bmatrix} 0 & a & 0 \\ a & -2a & 0 \\ 0 & 0 & 3a \end{bmatrix},$$

espresso nella base ortonormale $\{e_1, e_2, e_3\}$.

Q4.1 Determinare le tensioni principali.

$\lambda_1 = 3a, \quad \lambda_2 = (-1+\sqrt{2})a, \quad \lambda_3 = (-1-\sqrt{2})a$

Q4.2 Tracciare il cerchio di Mohr nel piano $1-2$ e riportare sia le direzioni principali che le direzioni per le quali sia ha la massima tensione tangenziale sullo stesso piano.



Q4.3 Sia σ_L la tensione limite del materiale. Trovare il massimo valore di a tale che la verifica di resistenza secondo Tresca sia soddisfatta.

$a \leq \frac{\sigma_L}{4+\sqrt{2}}$

Q4.4 Calcolare la densità di energia elastica.

$\frac{1}{2}\frac{15+14\nu}{E}a^2$

SdC A

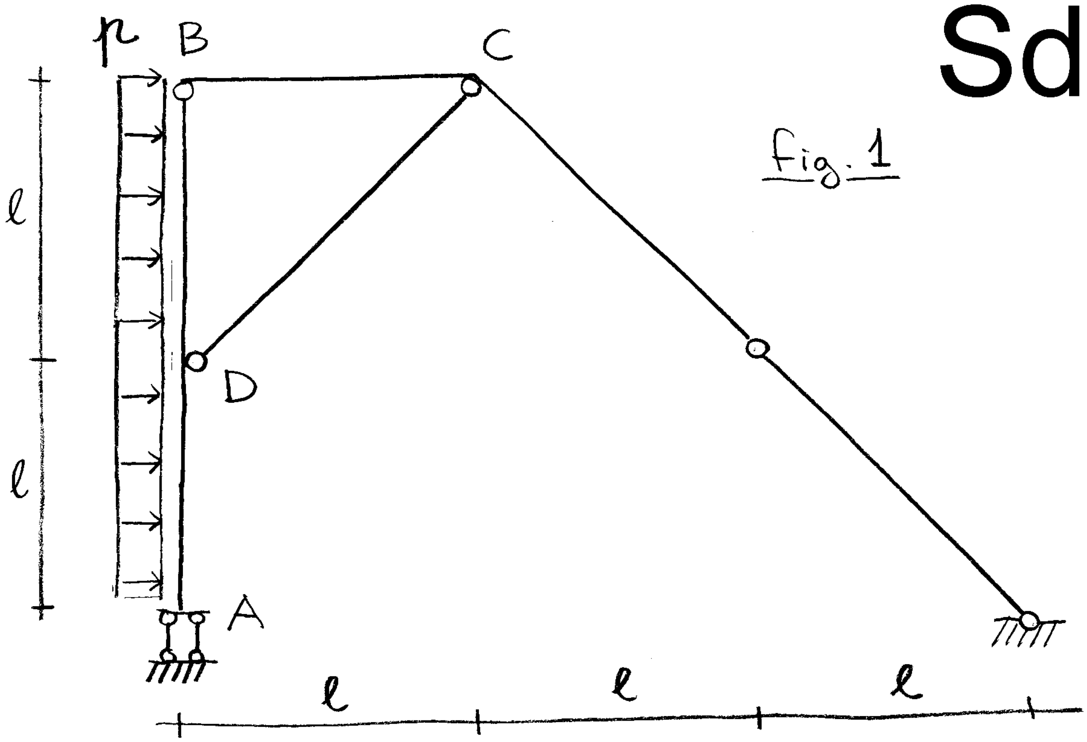


fig. 1

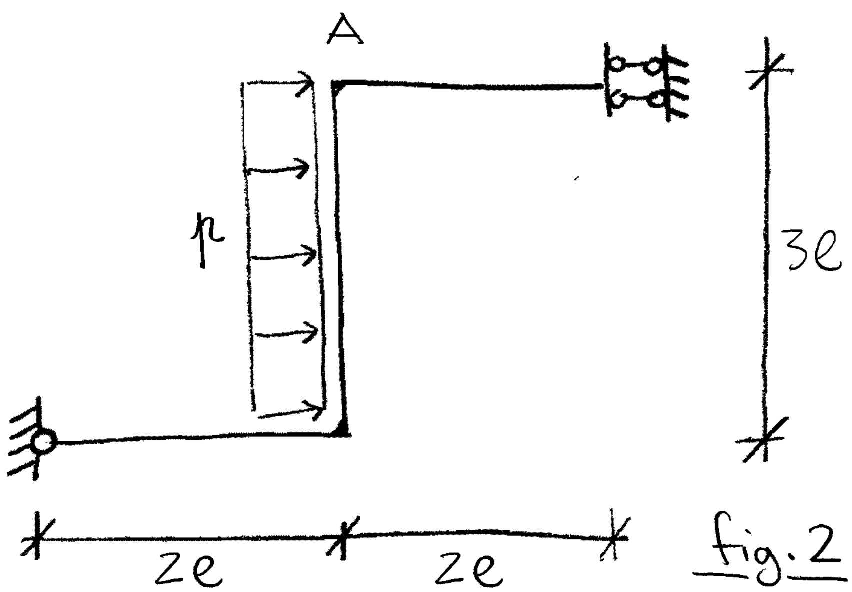


fig. 2

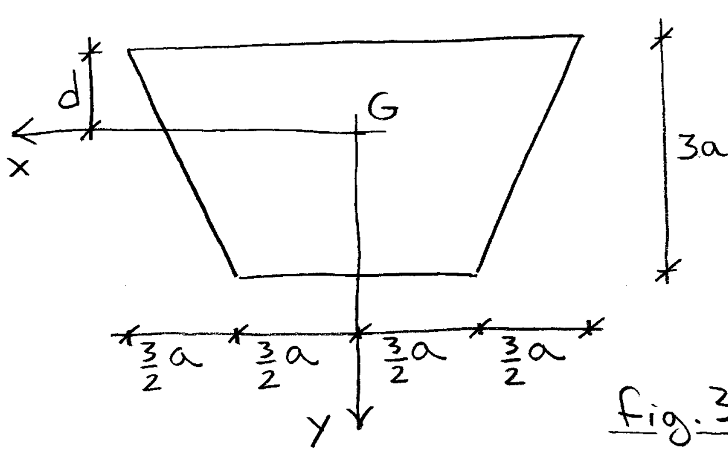


fig. 3

Università degli Studi di Roma "Tor Vergata" - Facoltà di Ingegneria
Scienza delle Costruzioni - Anno Accademico 2010/11
Prova scritta del 1º febbraio 2011

SdC **B**

COGNOME: .... NOME: .... Matricola: ....

FIRMA: ....

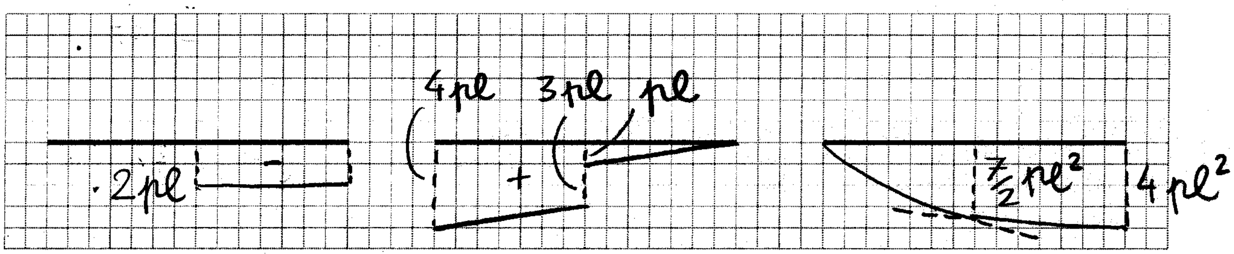
Nota sui criteri di valutazione: diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione errati o omessi comportano una forte penalizzazione nella valutazione complessiva della prova.

Problema 1. Si consideri la travatura in fig. 1.

Q1.1 Calcolare la coppia reattiva in B (positiva antioraria) e lo sforzo normale nel pendolo CD.

$C_B = 4p\ell^2 \qquad N_{CD} = -2\sqrt{2}\,p\ell$

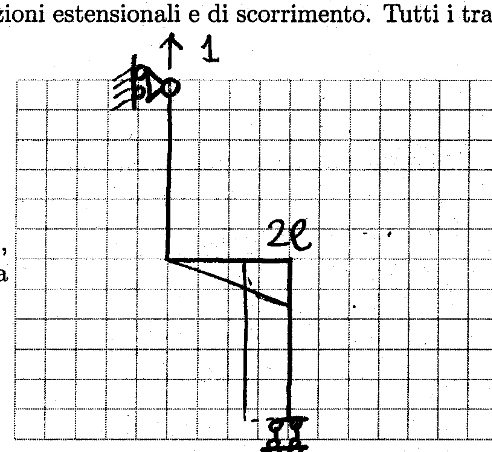
Q1.2 Si traccino i diagrammi quotati delle caratteristiche di sollecitazione sul solo tratto AB utilizzando le linee fondamentali sotto predisposte.



N T M

Problema 2. Si consideri il sistema in fig. 2. Si trascurino le deformazioni estensionali e di scorrimento. Tutti i tratti hanno la stessa rigidezza flessionale r_F, costante lungo l'asse.

Q2.1 Tracciare il diagramma del momento flettente nel sistema "1", indicando il sistema principale scelto e/o l'incognita iperstatica corrispondente.



Q2.2 Calcolare il coefficiente di elasticità η_{11}.

$\frac{44}{3}\frac{\ell^3}{r_F}$

Q2.3 L'incognita iperstatica vale:

$X = \frac{21}{22}\,p\ell$

Q2.4 Trovare la rotazione in A (positiva se antioraria).

$\frac{3}{11}\cdot\frac{p\ell^3}{r_F}$

Q2.5 Calcolare l'incognita iperstatica senza trascurare le deformazioni di scorrimento (rigidezza allo scorrimento pari a r_s).

$p\ell\,\dfrac{\frac{21}{22} + \frac{3}{11}\frac{r_F}{r_s\ell^2}}{1 + \frac{3}{22}\frac{r_F}{r_s\ell^2}}$

continua ...

Problema 3. Si consideri la sezione in fig. 3. Siano $N = -P$ ($P > 0$) e $M_x = -C$ ($C > 0$) le uniche caratteristiche della sollecitazione non nulle.

Q3.1 Determinare la distanza d del baricentro dal lembo inferiore della sezione e il momento d'inerzia J_x.

$d = \frac{5}{3} a \qquad J_x = \frac{39}{4} a^4$

Q3.2 Fissato P, quanto può valere al massimo C mantenendo la sezione tutta compressa?

$C = \frac{13}{24} Pa$

Q3.3 Trovare la tensione normale minima considerando il valore di C del quesito precedente.

$\min\{T_{zz}\} = -\frac{1}{6}\frac{P}{a^2}$

Q3.4 Siano σ'_L e $\sigma''_L = -10\sigma'_L$ la tensioni limite a trazione e compressione. Per P fissato, quanto può valere al massimo C senza compromettere la resistenza della sezione.

$C = \min\left\{\left(\sigma'_L + \frac{P}{A}\right)\frac{J_x}{a}\frac{3}{4}, \left(10\sigma'_L - \frac{P}{A}\right)\frac{J_x}{a}\frac{3}{5}\right\}$

$A = 27a^2/2$

Problema 4. In un punto di un continuo di Cauchy, lineare elastico, omogeneo e isotropo, lo stato tensionale è dato dal tensore di sforzo

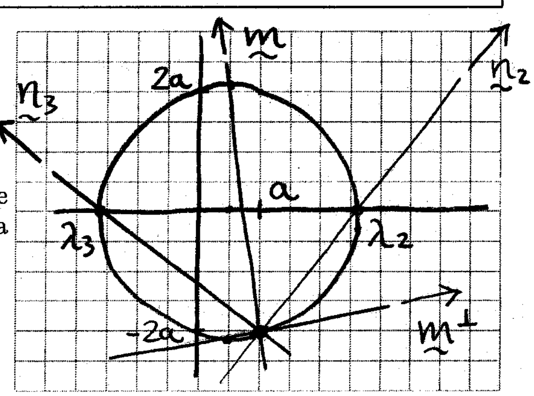
$$\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} 0 & 2a & 0 \\ 2a & a & 0 \\ 0 & 0 & 3a \end{bmatrix},$$

espresso nella base ortonormale $\{e_1, e_2, e_3\}$.

Q4.1 Determinare le tensioni principali.

$\lambda_1 = 3a, \quad \lambda_2 = \frac{1+\sqrt{17}}{2} a, \quad \lambda_3 = \frac{1-\sqrt{17}}{2} a$

Q4.2 Tracciare il cerchio di Mohr nel piano $1-2$ e riportare sia le direzioni principali che le direzioni per le quali sia ha la massima tensione tangenziale sullo stesso piano.



Q4.3 Sia σ_L la tensione limite del materiale. Trovare il massimo valore di a tale che la verifica di resistenza secondo Tresca sia soddisfatta.

$a \leq \frac{2}{5+\sqrt{17}} \sigma_L$

Q4.4 Calcolare la densità di energia elastica.

$\frac{9+\nu}{E} a^2$

SdC **B**

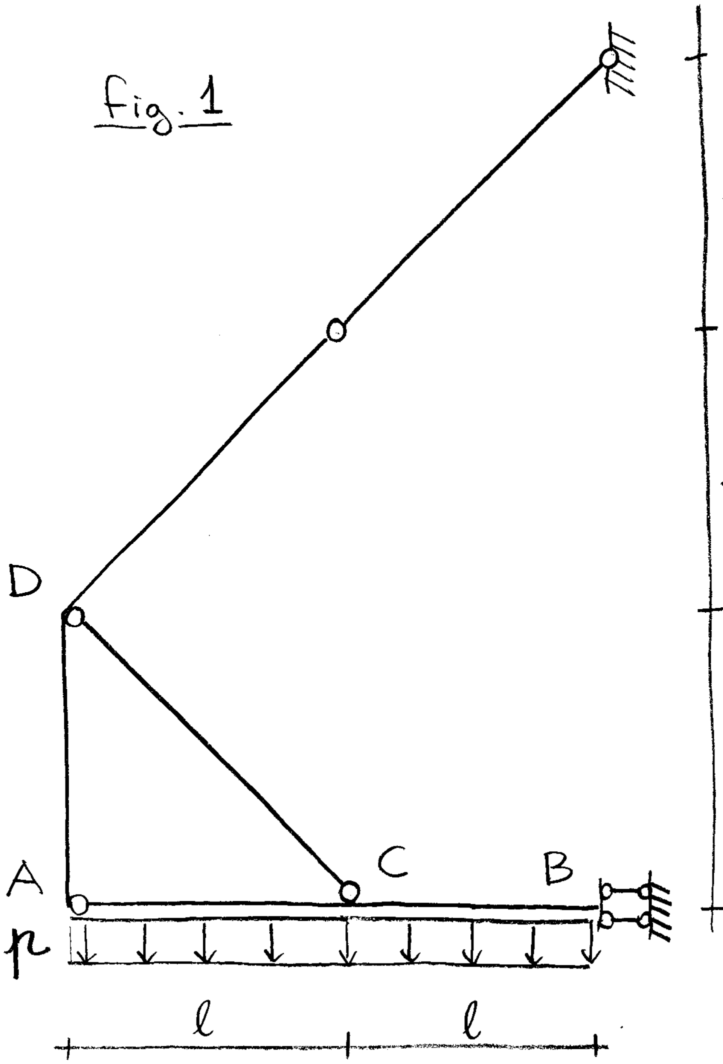


fig. 1

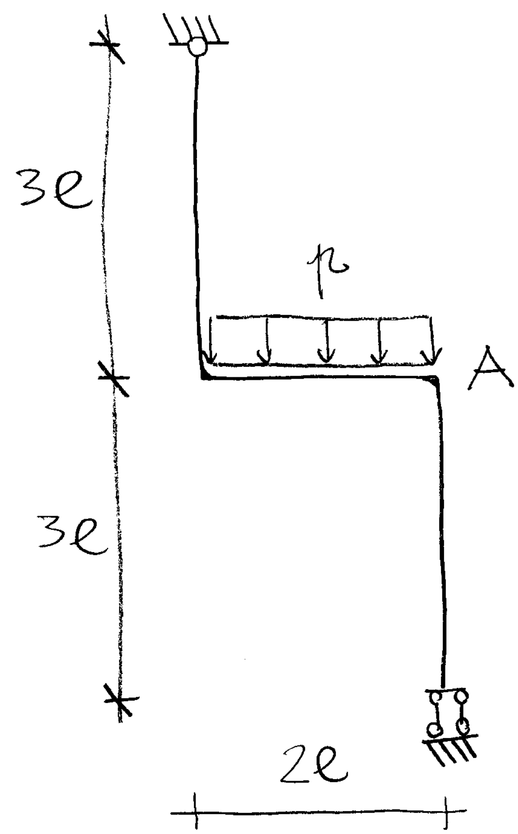


fig. 2

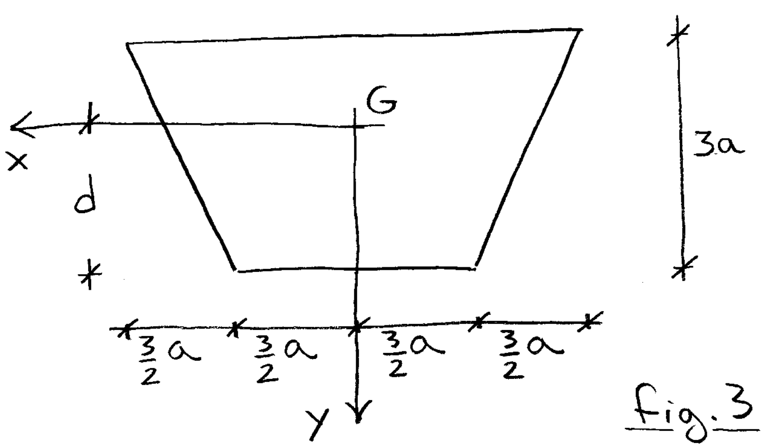


fig. 3

Università degli Studi di Roma "Tor Vergata" - Facoltà di Ingegneria
Scienza delle Costruzioni - Anno Accademico 2010/11
Prova scritta del 1° febbraio 2011

SdC 1A

COGNOME: .... NOME: .... Matricola: ....

FIRMA: ....

Nota sui criteri di valutazione: diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione errati o omessi comportano una forte penalizzazione nella valutazione complessiva della prova.

Problema 1. Si consideri la travatura in fig. 1.

Q1.1 Calcolare la coppia reattiva in A (positiva antioraria) e lo sforzo normale nel pendolo CD.

Q1.2 Si traccino i diagrammi quotati delle caratteristiche di sollecitazione sul solo tratto AB utilizzando le linee fondamentali sotto predisposte.

VEDI COMPITO A

N T M

Problema 2. Si consideri il sistema in fig. 2. Si trascurino le deformazioni estensionali e di scorrimento. Tutti i tratti hanno la stessa rigidezza flessionale r_F, costante lungo l'asse.

Q2.1 Tracciare il diagramma del momento flettente nel sistema "1", indicando il sistema principale scelto e/o l'incognita iperstatica corrispondente.

Q2.2 Calcolare il coefficiente di elasticità η_{11}.

Q2.3 L'incognita iperstatica vale:

Q2.4 Trovare la rotazione in A (positiva se antioraria).

Q2.5 Calcolare l'incognita iperstatica senza trascurare le deformazioni di scorrimento (rigidezza allo scorrimento pari a r_S).

continua ...

Problema 3. Si consideri la travatura a deformabilità diffusa in fig. 3 composta da archi di circonferenza e da un tratto rettilineo. Il tratto AB è sottoposto alla variazione di temperatura $\Delta t > 0$. Sull'arco BC è presa un ascissa curvilinea $s = s(\theta)$, con $s = 0$ per $\theta = 0$.

Q3.1 Trovare il valore del taglio per $s = 0$.

$$\frac{P}{2}$$

Q3.2 Calcolare l'espressione del momento flettente sul tratto BC in funzione dell'angolo θ.

$$M(\theta) = \frac{PR}{2}(\sin\theta + \cos\theta - 1)$$

Q3.3 Trovare il valore assoluto massimo del momento flettente sul tratto BC.

$$\frac{\sqrt{2}-1}{2} PR$$

Q3.4 Calcolare lo spostamento relativo tra i punti A e B (positivo se di allontanamento).

$$2R\left(\frac{P}{r_E} + \alpha \Delta t\right)$$

Problema 4. Si considerino i problemi di carico critico in fig. 4.

Q4.1 Per il problema in fig. 4(a), scrivere le condizioni da imporre nel punto A sull'abbassamento v (si consideri la trave orientata come in figura).

$$P v' = -r_F v''' \,, \quad v'' = 0$$

Q4.2 Per il problema in fig. 4(a), trovare il carico critico.

$$P_c = \pi^2 \frac{r_F}{4\ell^2}$$

Q4.3 Si confrontino i carichi critici dei sistemi (a) e (b).

$$P_c^{(b)} < P_c^{(a)}$$

SdC 1A

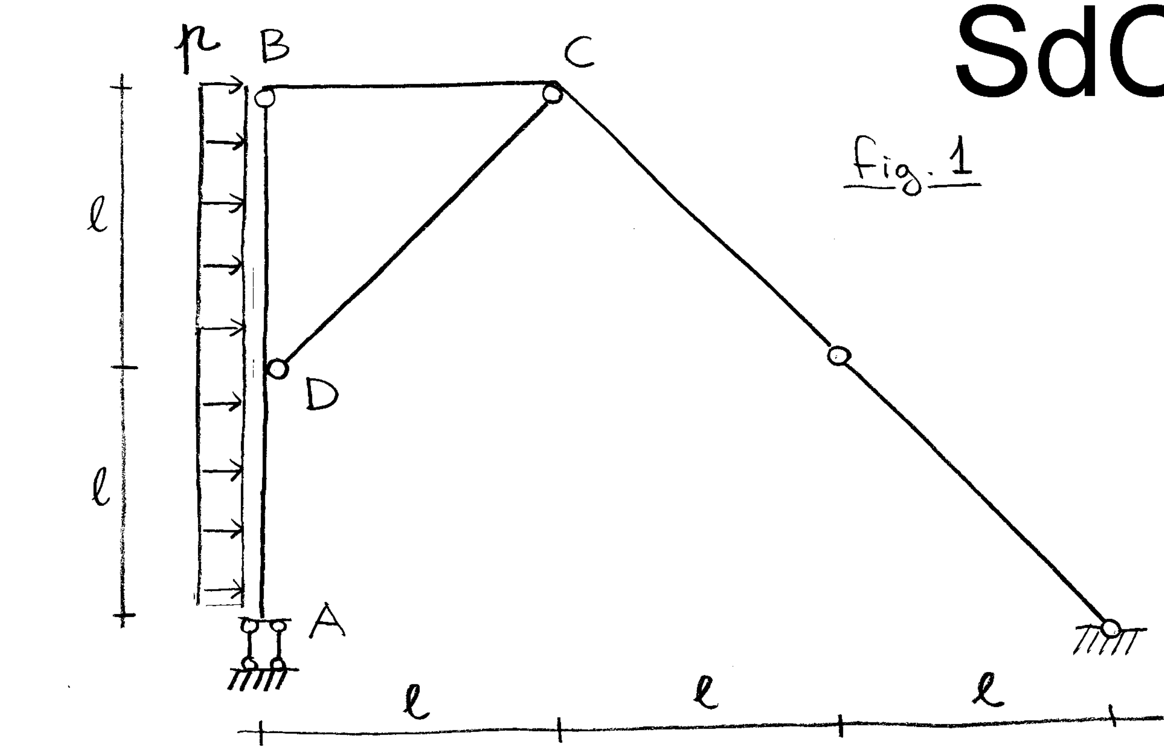


fig. 1

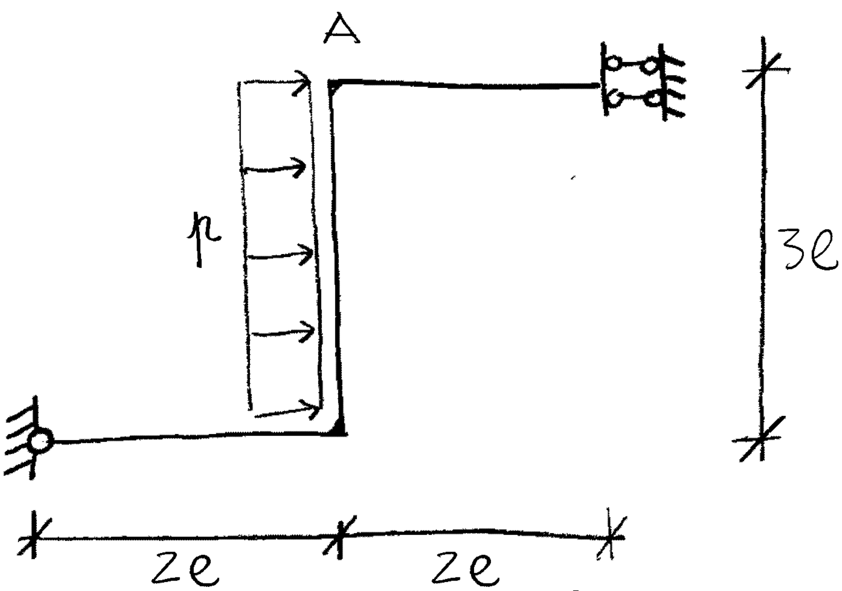


fig. 2

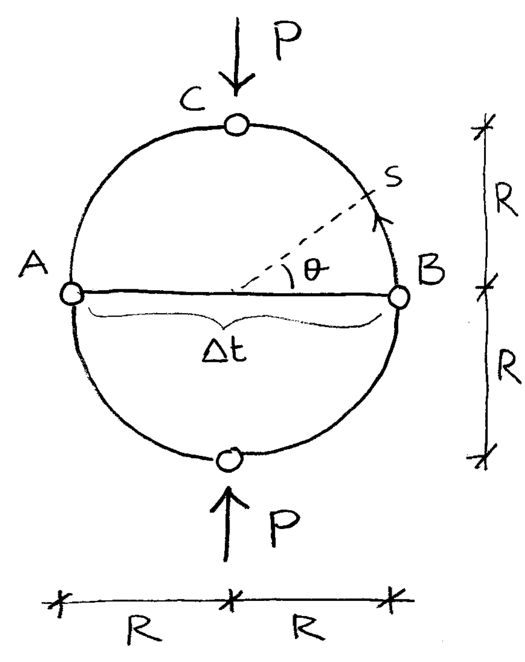


fig. 3

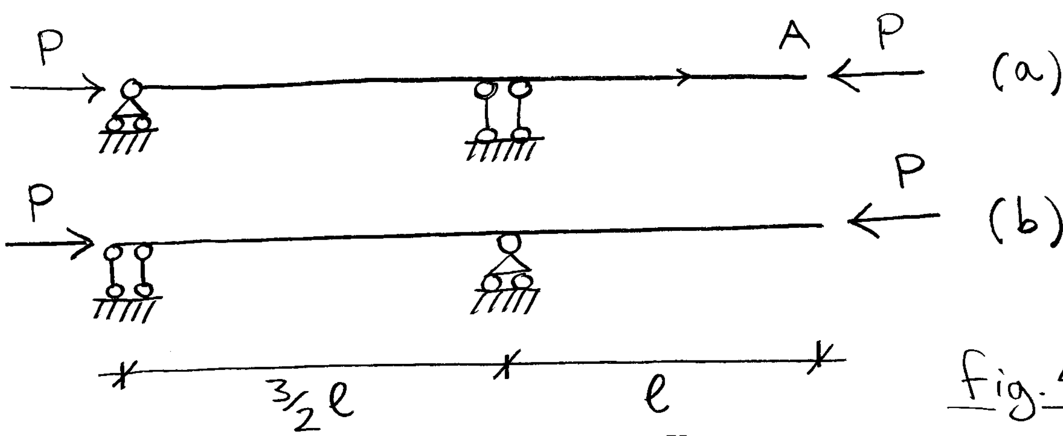


fig. 4

Università degli Studi di Roma "Tor Vergata" - Facoltà di Ingegneria
Scienza delle Costruzioni - Anno Accademico 2010/11
Prova scritta del 1° febbraio 2011

SdC 2B

COGNOME: .... NOME: .... Matricola: ....

FIRMA: ....

Nota sui criteri di valutazione: diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione errati o omessi comportano una forte penalizzazione nella valutazione complessiva della prova.

Problema 1. Si consideri la sezione in fig. 1. Siano $N = -P$ ($P > 0$) e $M_x = -C$ ($C > 0$) le uniche caratteristiche della sollecitazione non nulle.

VEDI COMPITO B

Q1.1 Determinare la distanza d del baricentro dal lembo inferiore della sezione e il momento d'inerzia J_x.	
Q1.2 Fissato P, quanto può valere al massimo C mantenendo la sezione tutta compressa?	$C =$
Q1.3 Trovare la tensione normale minima considerando il valore di C del quesito precedente.	$\min\{T_{zz}\} =$
Q1.4 Siano σ'_L e $\sigma''_L = -10\sigma'_L$ le tensioni limite a trazione e compressione. Per P fissato, quanto può valere al massimo C senza compromettere la resistenza della sezione.	$C =$

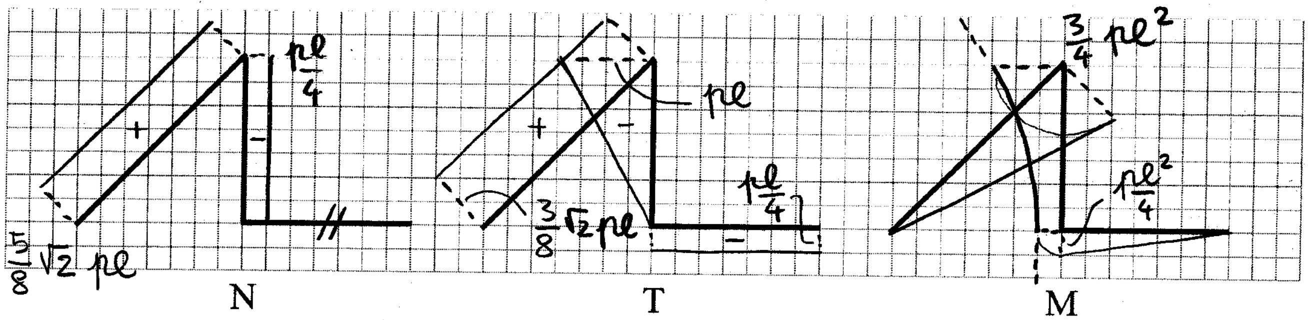
Problema 2. Si consideri la sezione sottile in fig. 2.

Q2.1 Determinare i momenti d'inerzia J_x e J_y della sezione.	$J_x = \frac{20}{3} a^3\delta$, $J_y = 14\, a^3\delta$
Q2.2 Determinare la massima tensione tangenzale causata dalle forze di taglio $T_y = P$, $T_x = 0$.	$\frac{3}{20}\frac{P}{\delta a}$
Q2.3 Determinare il valore della forza di taglio T_x, assumendo $T_y = 0$, affinché si abbia la stessa tensione tangenziale massima del caso precedente.	$T_y = \frac{42}{65} P$

continua ...

Problema 3. Si consideri la travatura in fig. 3(a), i tratti hanno una sezione circolare di raggio R come in fig. 3(b). La linea d'asse è orientata come in figura. L'asse x è sempre parallelo all'asse 3 ($e_x = e_3 = e_1 \times e_2$)).

Q3.1 Si traccino i diagrammi quotati delle caratteristiche di sollecitazione N, T e M sulle linee fondamentali sotto predisposte.



Q3.2 Tra le sezioni di controllo indicate in fig. 3(a), indicare quelle più significative ai fini delle verifiche di resistenza. S_2, S_3

Q3.3 Per la sezione s_2 determinare la tensione ideale secondo von Mises nel punto A della sezione (fig. 3(b)). Si consideri $l = 20R$.

$$\sigma_{id}^{(M)} = \frac{5\sqrt{146}}{2}\,\frac{p}{\pi R}$$

Problema 4. In un punto di un continuo di Cauchy, lineare elastico, omogeneo e isotropo, lo stato tensionale è dato dal tensore di sforzo

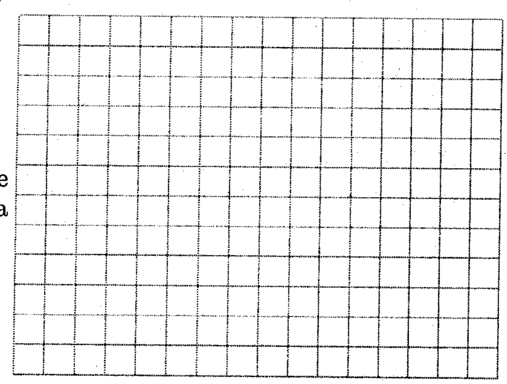
$$\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} 0 & 2a & 0 \\ 2a & a & 0 \\ 0 & 0 & 3a \end{bmatrix},$$

espresso nella base ortonormale $\{e_1, e_2, e_3\}$.

VEDI COMPITO B

Q4.1 Determinare le tensioni principali.

Q4.2 Tracciare il cerchio di Mohr nel piano 1 − 2 e riportare sia le direzioni principali che le direzioni per le quali si ha la massima tensione tangenziale sullo stesso piano.



Q4.3 Sia σ_L la tensione limite del materiale. Trovare il massimo valore di a tale che la verifica di resistenza secondo Tresca sia soddisfatta.

Q4.4 Calcolare la densità di energia elastica.

SdC **2B**

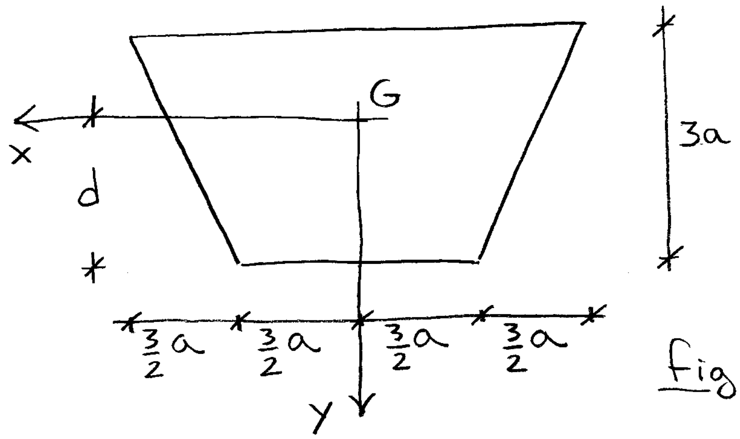


fig. 1

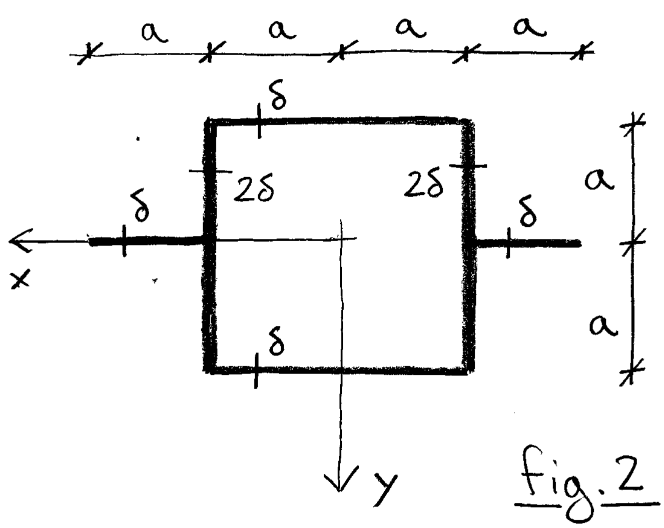


fig. 2

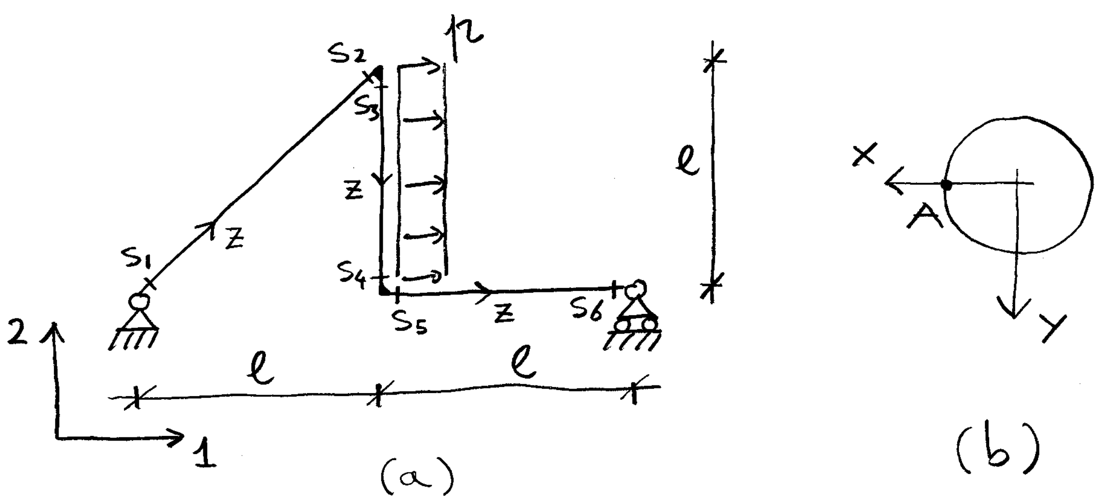


fig. 3

SdC

COGNOME: .... NOME: .... Matricola: ....

FIRMA: ....

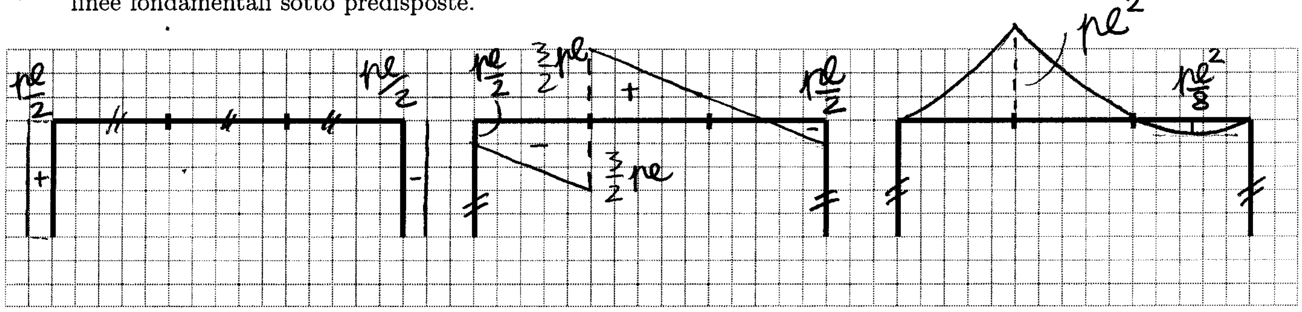
Nota sui criteri di valutazione: diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione errati o omessi comportano una forte penalizzazione nella valutazione complessiva della prova.

Problema 1. Si consideri la travatura in fig. 1.

Q1.1 Calcolare lo sforzo normale nel pendolo BE.

$-3pl$

Q1.2 Si traccino i diagrammi quotati delle caratteristiche di sollecitazione sul solo tratto $ABCD$ utilizzando le linee fondamentali sotto predisposte.



N T M

Problema 2. Si consideri il sistema in fig. 2. Si trascurino le deformazioni estensionali e di scorrimento. Tutti i tratti hanno la stessa rigidezza flessionale r_F, costante lungo l'asse.

Q2.1 Calcolare lo sforzo normale nel pendolo.

$\frac{3}{2}\sqrt{2}\,\frac{\alpha t_1 r_F}{l}$

Q2.2 Quanto vale il valore assoluto massimo del momento flettente?

$\frac{3}{2}\alpha t_1 r_F$

Q2.3 Trovare la rotazione relativa tra le sezioni A e B.

$\frac{7}{2}\alpha t_1 l$

Q2.4 Considerando anche le deformazioni estensionali del solo pendolo (rigidezza estensionale r_E), quanto vale lo sforzo normale nello stesso pendolo?

$\frac{\alpha t_1 r_F}{l}\left(\frac{\sqrt{2}}{3}+\frac{2 r_F}{l^2 r_E}\right)^{-1}$

continua ...

Problema 3. Si consideri la trave in fig. 3(a), con una sezione rettangolare sottile come in fig. 3(b). La linea d'asse è orientata come in figura ($\boldsymbol{e}_x = \boldsymbol{e}_y \times \boldsymbol{e}_z$)). Si consideri l=10a.

Q3.1 Determinare le caratteristiche di sollecitazione sulla sezione d'incastro.

$N = -\frac{\sqrt{2}}{2}P, \; T_y = \frac{\sqrt{2}}{2}P, \; M_x = -\frac{\sqrt{2}}{2}P\ell, \; T_x = 0, \; M_y = M_t = 0$

Q3.2 Considerando la sezione d'incastro, determinare le coordinate del centro di pressione nel riferimento $\{G; \boldsymbol{e}_x, \boldsymbol{e}_y\}$.

$(0, \ell)$

Q3.3 Trovare il valore assoluto massimo della tensione normale sulla sezione d'incastro.

$\max |T_{zz}| = \frac{31}{16}\sqrt{2}\frac{P}{a\delta}$

Q3.4 Trovare la tensione tangenziale massima sulla sezione d'incastro.

$\frac{3}{16}\sqrt{2}\frac{P}{a\delta}$

Q3.5 Determinare il minimo valore di δ cha assicuri la resistenza della trave sotto il carico P, secondo il criterio di von Mises.

$\frac{P}{a\sigma_{am}}\frac{\sqrt{2}}{16}\cdot\sqrt{31^2+3\cdot 3^2} = \frac{\sqrt{494}}{8}\frac{P}{a\sigma_{am}}$

Problema 4. La sezione sottile simmetrica in Fig. 4 è sottoposta a un momento torcente M_t.

Q4.1 Calcolare la tensione tangenziale massima sulla sezione.

$\frac{2\sqrt{3}}{39}\frac{M_t}{a^2\delta}$

Q4.2 Calcolare l'angolo unitario di torsione.

$\frac{12}{169}\frac{M_t}{Ga^3\delta}$

Q4.3 Calcolare il fattore di torsione.

$\frac{198}{169} \quad \left(J_0 = \frac{33}{2}a^3\delta\right)$

SdC

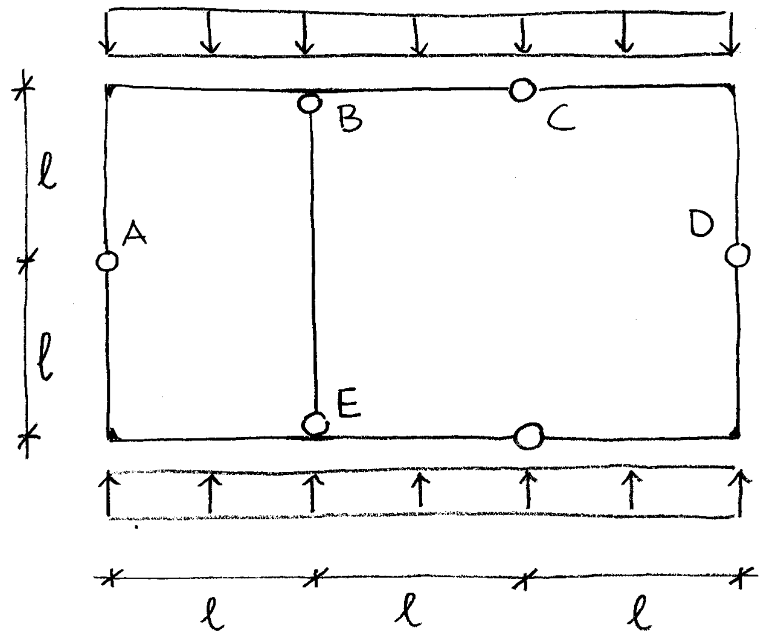


fig.1

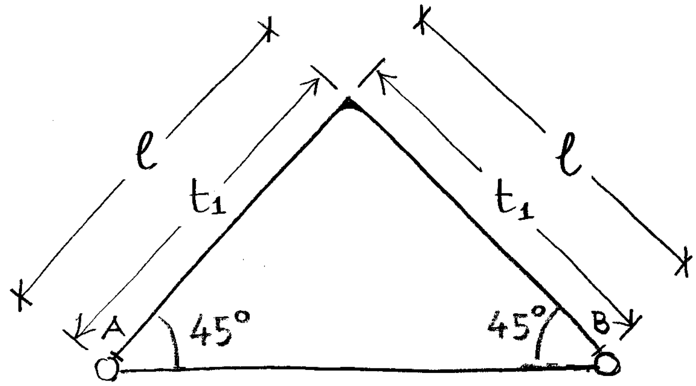


fig.2

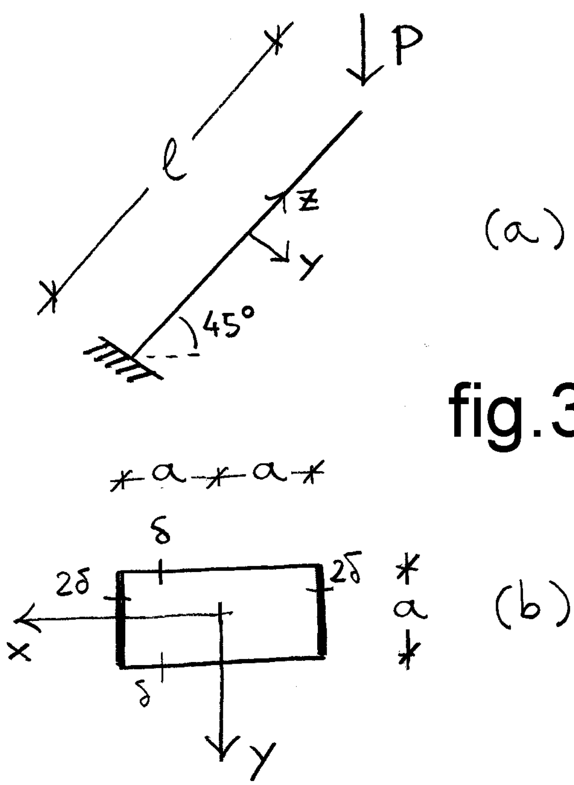


fig.3

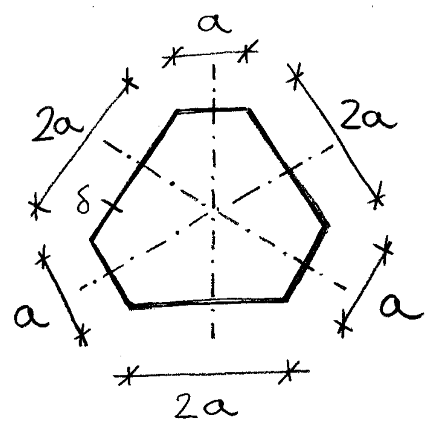


fig.4

Università degli Studi di Roma "Tor Vergata" - Facoltà di Ingegneria
Scienza delle Costruzioni - Anno Accademico 2010/11
Prova scritta del 17 febbraio 2011

SdC **1A**

COGNOME: .... NOME: .... Matricola: ....

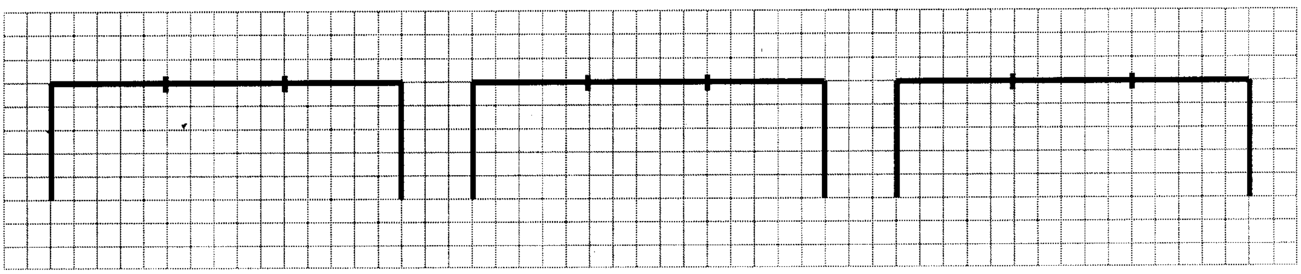
FIRMA: ....

Nota sui criteri di valutazione: diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione errati o omessi comportano una forte penalizzazione nella valutazione complessiva della prova.

Problema 1. Si consideri la travatura in fig. 1.

Q1.1 Calcolare lo sforzo normale nel pendolo BE.

Q1.2 Si traccino i diagrammi quotati delle caratteristiche di sollecitazione sul solo tratto $ABCD$ utilizzando le linee fondamentali sotto predisposte.



N T M

Problema 2. Si consideri il sistema reticolare in fig. 2. Tutte le aste hanno la stessa rigidezza estensionale r_E.

Q2.1 Trovare le lunghezze e gli sforzi normali delle aste.

l_{AB}	l_{AC}	l_{AD}	l_{BC}	l_{BD}
$\frac{2\sqrt{3}}{3}\ell$	2ℓ	2ℓ	$\frac{2\sqrt{3}}{3}\ell$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}\ell$
N_{AB}	N_{AC}	N_{AD}	N_{BC}	N_{BD}
$\frac{P}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}P$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}P$	$\frac{P}{2}$	$\frac{P}{2}$

Q2.2 Calcolare l'energia elastica immagazzinata nel sistema.

$\frac{6+\sqrt{3}}{4}\frac{P^2\ell}{r_E}$

Q2.3 Quanto vale l'abbassamento del nodo A?

$\frac{6+\sqrt{3}}{2}\frac{P\ell}{r_E}$

Q2.4 Trovare il valore critico del carico P.

$\frac{\sqrt{3}}{6}\pi^2\frac{r_F}{\ell^2}$

Q2.5 Trovare lo spostamento orizzontale del nodo D.

$(3+2\sqrt{3})\frac{P\ell}{r_E}$

continua ...

Problema 3. Si consideri il sistema in fig. 3. Si trascurino le deformazioni estensionali e di scorrimento. Tutti i tratti hanno la stessa rigidezza flessionale r_F, costante lungo l'asse.

Q3.1 Calcolare lo sforzo normale nel pendolo.

Q3.2 Quanto vale il valore assoluto massimo del momento flettente?

Q3.3 Trovare la rotazione relativa tra le sezioni A e B.

Q3.4 Considerando anche le deformazioni estensionali del solo pendolo (rigidezza estensionale r_E), quanto vale lo sforzo normale nello stesso pèndolo?

Problema 4. Si consideri la travatura in fig. 4, composta da due ritti e dall'arco di circonferenza AB di raggio l. Sull'arco è presa un ascissa curvilinea $s = s(\theta)$, con $s = 0$ per $\theta = 0$.

Q4.1 Calcolare l'espressione del momento flettente sull'arco AB in funzione dell'angolo θ.

$$Pl\left(\sin\left(\frac{\pi}{6}+\theta\right)+\frac{\sqrt{3}}{3}\cos\left(\frac{\pi}{6}+\theta\right)\right)$$

Q4.2 Trovare il valore assoluto massimo del momento flettente.

$$\frac{2\sqrt{3}}{3}Pl$$

Q4.3 Trovare il valore assoluto massimo dello sforzo normale.

$$\frac{2\sqrt{3}}{3}P$$

SdC1 A

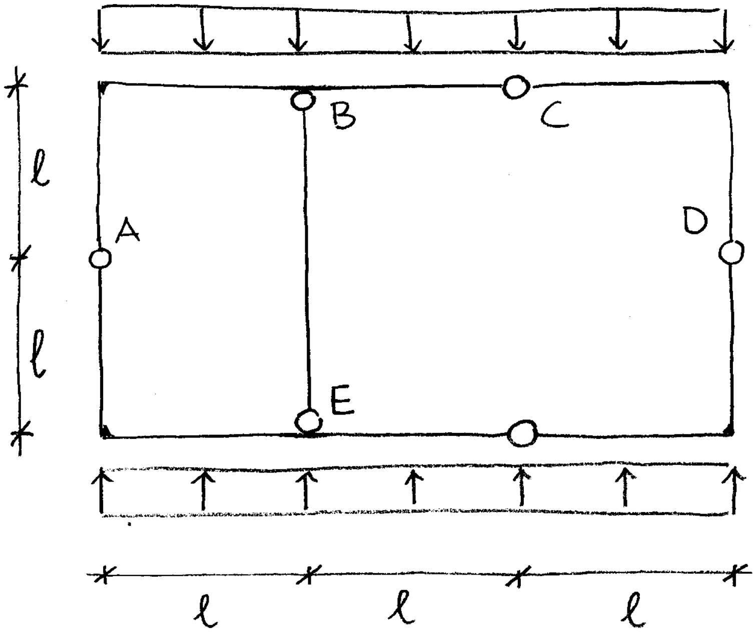


fig.1

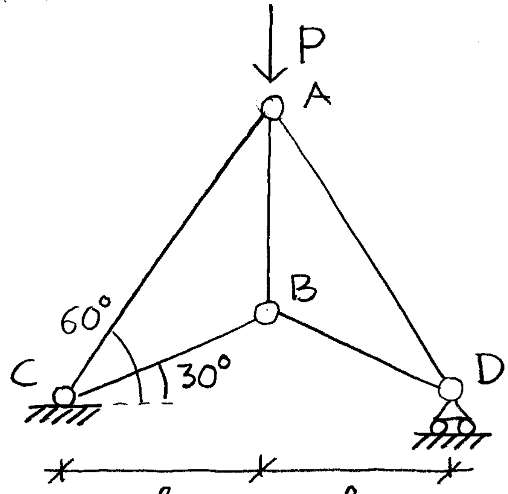


fig.2

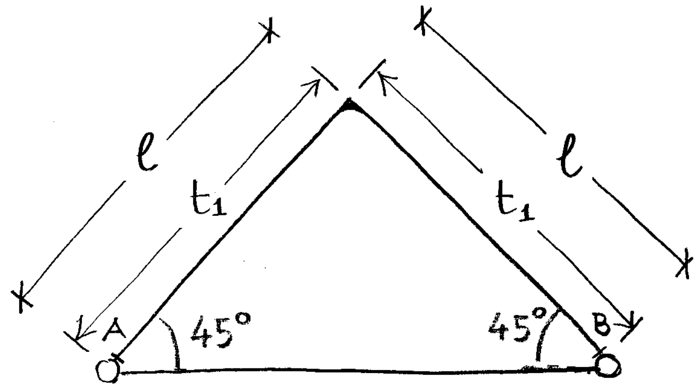


fig.3

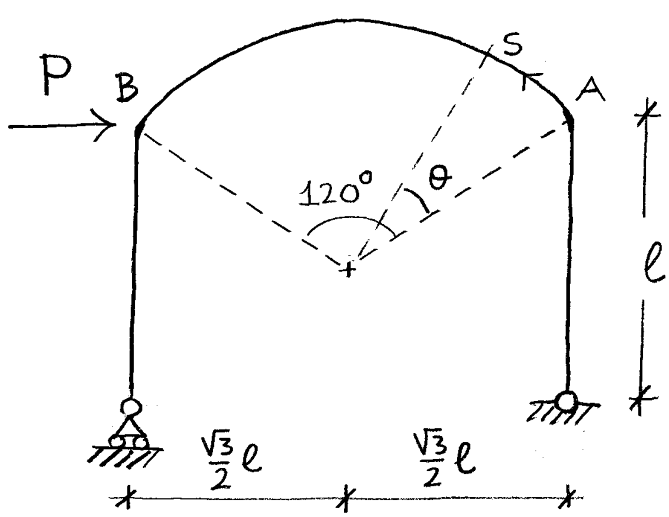


fig.4

Università degli Studi di Roma "Tor Vergata" - Facoltà di Ingegneria
Scienza delle Costruzioni - Anno Accademico 2010/11
Prova scritta del 17 febbraio 2011

SdC **2B**

COGNOME: .... NOME: .... Matricola: ....

FIRMA: ....

Nota sui criteri di valutazione: diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione errati o omessi comportano una forte penalizzazione nella valutazione complessiva della prova.

Problema 1. Si consideri la trave in fig. 1(a), con una sezione rettangolare sottile come in fig. 1(b). La linea d'asse è orientata come in figura ($\boldsymbol{e}_x = \boldsymbol{e}_y \times \boldsymbol{e}_z$)). Si consideri l=10a.

Q1.1 Determinare le caratteristiche di sollecitazione sulla sezione d'incastro.

Q1.2 Considerando la sezione d'incastro, determinare le coordinate del centro di pressione nel riferimento $\{G; \boldsymbol{e}_x, \boldsymbol{e}_y\}$.

Q1.3 Trovare il valore assoluto massimo della tensione normale sulla sezione d'incastro.

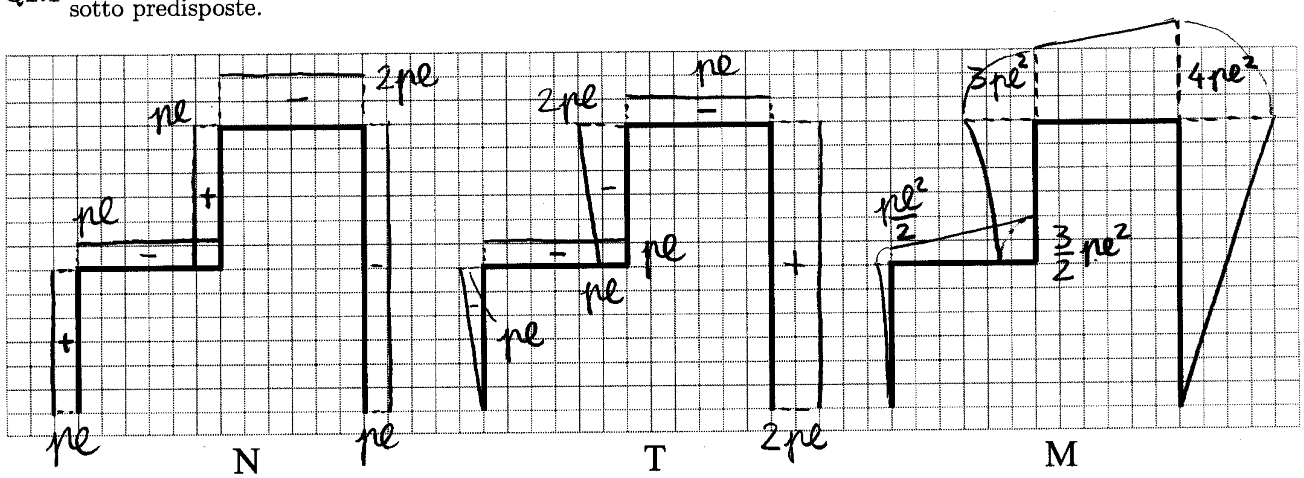
$\max|T_{zz}| =$

Q1.4 Trovare la tensione tangenziale massima sulla sezione d'incastro.

Q1.5 Determinare il minimo valore di δ cha assicuri la resistenza della trave sotto il carico P, secondo il criterio di von Mises.

Problema 2. Si consideri la travatura in fig. 2.

Q2.1 Si traccino i diagrammi quotati delle caratteristiche di sollecitazione N, T e M sulle linee fondamentali sotto predisposte.



N T M

Q2.2 Tra le sezioni di controllo indicate in figura, indicare quelle più significative ai fini delle verifiche di resistenza. ......S8 , S9..............

continua ...

Problema 3. La sezione sottile simmetrica in Fig. 3 è sottoposta a un momento torcente M_t.

Q3.1 Calcolare la tensione tangenziale massima sulla sezione.

Q3.2 Calcolare l'angolo unitario di torsione.

Q3.3 Calcolare il fattore di torsione.

Problema 4. Il cubo in Fig. 4 è sottoposto a forze a distanza $\boldsymbol{d} = \boldsymbol{0}$ e forze di contatto $\boldsymbol{c}$ uniformi su ciascuna faccia. Le forze di contatto assumono i seguenti valori:

$\boldsymbol{c} = -\sigma \boldsymbol{e}_1 + 2\sigma \boldsymbol{e}_3$ sulla faccia di normale $\boldsymbol{n} = \boldsymbol{e}_1$;
$\boldsymbol{c} = \sigma \boldsymbol{e}_1 - 2\sigma \boldsymbol{e}_3$ sulla faccia di normale $\boldsymbol{n} = -\boldsymbol{e}_1$;
$\boldsymbol{c} = -\sigma \boldsymbol{e}_2$ sulla faccia di normale $\boldsymbol{n} = \boldsymbol{e}_2$;
$\boldsymbol{c} = \sigma \boldsymbol{e}_2$ sulla faccia di normale $\boldsymbol{n} = -\boldsymbol{e}_2$;
$\boldsymbol{c} = 2\sigma \boldsymbol{e}_1$ sulla faccia di normale $\boldsymbol{n} = \boldsymbol{e}_3$;
$\boldsymbol{c} = -2\sigma \boldsymbol{e}_1$ sulla faccia di normale $\boldsymbol{n} = -\boldsymbol{e}_3$.

Q4.1 Determinare il tensore di sforzo soluzione del problema statico.

$$\begin{bmatrix} -\sigma & 0 & 2\sigma \\ 0 & -\sigma & 0 \\ 2\sigma & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Q4.2 Determinare le tensioni principali.

$\lambda_1 = \frac{\sigma}{2}(\sqrt{17}-1)$, $\lambda_2 = -\sigma$, $\lambda_3 = -\frac{\sigma}{2}(1+\sqrt{17})$

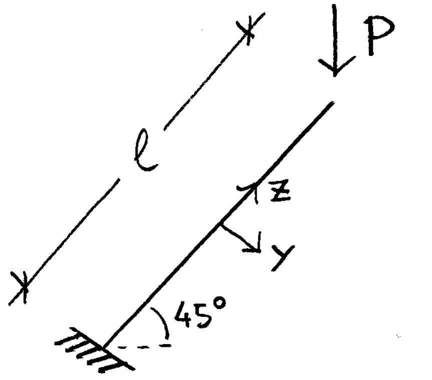
Q4.3 Trovare il risultante sulla sezione del cubo individuata dal piano di normale $\boldsymbol{n}$ indicato in figura.

$\sigma \ell^2 (\underset{\sim}{e}_1 + \underset{\sim}{e}_2)$

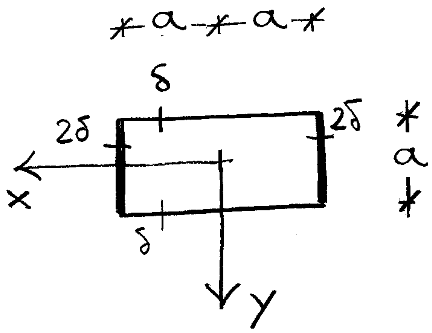
Q4.4 Considerando un materiale elastico lineare omogeneo e isotropo, calcolare l'energia elastica del cubo.

$\dfrac{3-\nu^2}{1+\nu} \dfrac{\sigma^2 \ell^3}{E}$

SdC2 B



(a)



(b)

fig.1

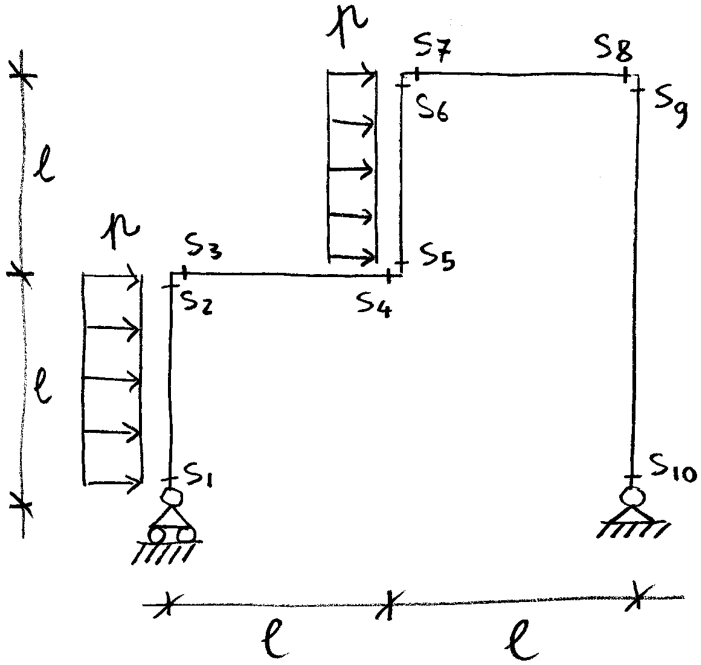


fig.2

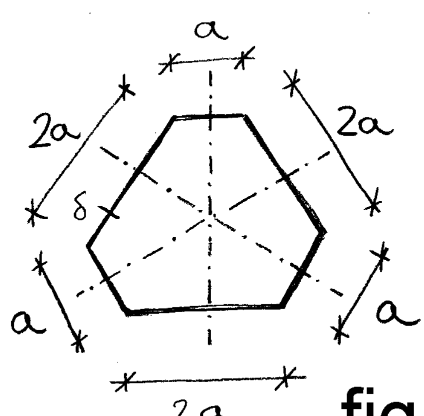


fig.3

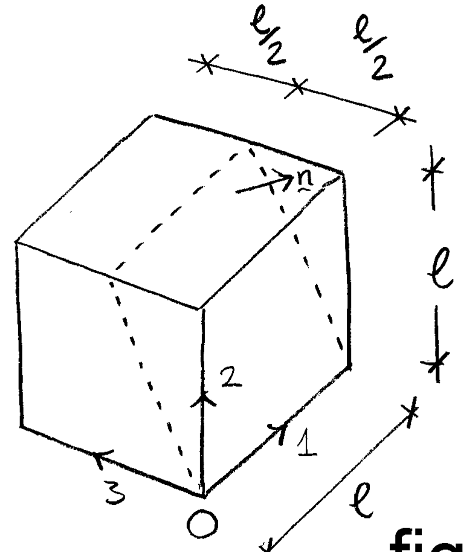


fig.4

Università degli Studi di Roma "Tor Vergata" - Facoltà di Ingegneria
Scienza delle Costruzioni - Anno Accademico 2010/11
Prova scritta del 21 aprile 2011

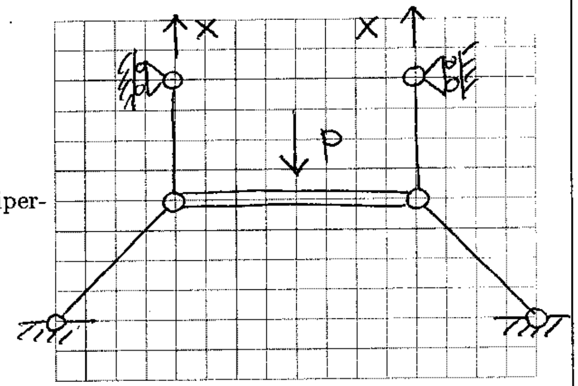
SdC **C**

COGNOME: .... NOME: .... Matricola: ....

FIRMA: ....

Nota sui criteri di valutazione: diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione errati o omessi comportano una forte penalizzazione nella valutazione complessiva della prova.

Problema 1. Si consideri il sistema in fig. 1 costituito da un tratto rigido e quattro aste. Tutte le aste hanno la stessa rigidezza estensionale r_E, costante lungo l'asse.



Q1.1 Disegnare il sistema principale scelto, indicando l'incognita iperstatica corrispondente.

Q1.2 Trovare gli sforzi normali nel sistema "1".

N_{AC}	N_{AE}	N_{BD}	N_{BF}
$\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$	1

Q1.3 Calcolare il coefficiente di elasticità η_{11}.

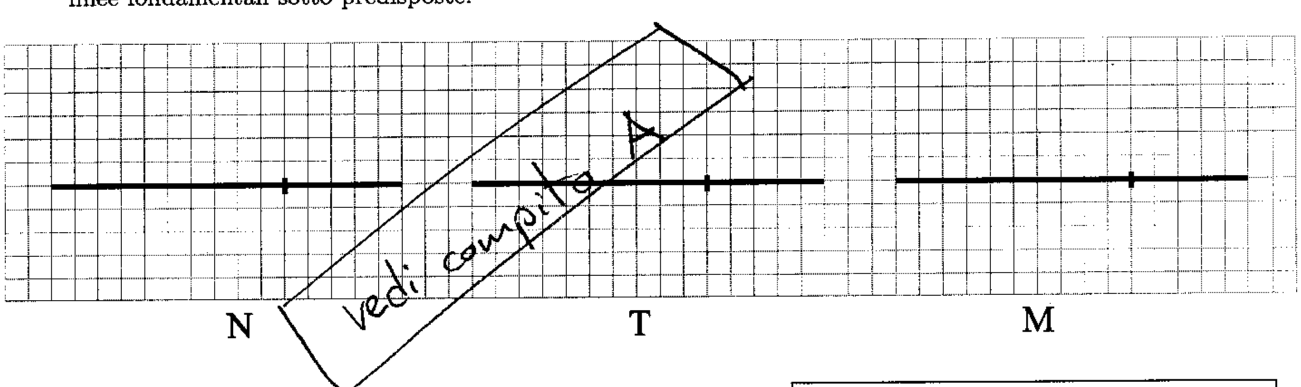
$$\eta_{11} = 2(2\sqrt{2}+1)\frac{\ell}{r_E}$$

Q1.4 L'incognita iperstatica vale:

$$\frac{\sqrt{2}}{1+2\sqrt{2}}P = \frac{4-\sqrt{2}}{7}P$$

Problema 2. Si consideri la travatura in fig. 2 con rigidezza flessionale r_F. Si trascurino le deformazioni estensionali e di scorrimento.

Q2.1 Si traccino i diagrammi quotati delle caratteristiche di sollecitazione sul solo tratto BCD utilizzando le linee fondamentali sotto predisposte.



Q2.2 Calcolare l'abbassamento in A.

continua ...

Problema 3. Si consideri la sezione in fig. 3.

Q3.1 Determinare la distanza d che individua la posizione del baricentro (vedi fig. 3).

Q3.2 Si trovino i momenti d'inerzia assiali J_1, J_2 della sezione.

$J_1 =$ $\qquad$ $J_2 =$

Q3.3 Supponendo che la sezione sia sottoposta a una forza normale di compressione pari a P e applicata nel punto A, trovare le coordinate del punto dove si ha la massima tensione normale (in valore e segno).

Q3.4 Calcolare la tensione normale massima di compressione.

Problema 4. Nel punto X di un continuo di Cauchy, linearmente elastico e isotropo, si conoscono le tensioni su tre giaciture mutuamente ortogonali di normali $\{\boldsymbol{n}_a, \boldsymbol{n}_b, \boldsymbol{n}_c\}$:

$$\boldsymbol{t}(X, \boldsymbol{n}_a) = \frac{3\sqrt{2}}{2}(\sigma \boldsymbol{e}_1 + 2\sigma \boldsymbol{e}_2 + \sigma \boldsymbol{e}_3), \qquad \boldsymbol{t}(X, \boldsymbol{n}_b) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-\sigma \boldsymbol{e}_1 - 2\sigma \boldsymbol{e}_2 - 3\sigma \boldsymbol{e}_3), \qquad \boldsymbol{t}(X, \boldsymbol{n}_c) = 3\sigma \boldsymbol{e}_2 + 2\sigma \boldsymbol{e}_3 .$$

Rispetto alla base ortonormale $\{\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$, le normali $\{\boldsymbol{n}_a, \boldsymbol{n}_b, \boldsymbol{n}_c\}$ sono espresse come segue:

$$\boldsymbol{n}_a = \frac{\sqrt{2}}{2}(\boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_2), \qquad \boldsymbol{n}_b = \frac{\sqrt{2}}{2}(\boldsymbol{e}_1 - \boldsymbol{e}_2), \qquad \boldsymbol{n}_c = \boldsymbol{e}_3 .$$

vedi compito B

Q4.1 Trovare la rappresentazione in componenti del tensore degli sforzi nel punto dato nella base $\{\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$.

$[\boldsymbol{T}] = \begin{bmatrix} \quad & \quad & \quad \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$

Q4.2 Determinare la tensione tangenziale massima sulla giacitura di normale $\boldsymbol{n} = \frac{\sqrt{3}}{3}(\boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_2 + \boldsymbol{e}_3)$.

Q4.3 Trovare la rappresentazione in componenti del tensore di deformazione nel punto dato nella base $\{\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$.

$[\boldsymbol{E}] = \begin{bmatrix} \quad & \quad & \quad \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$

SdC C

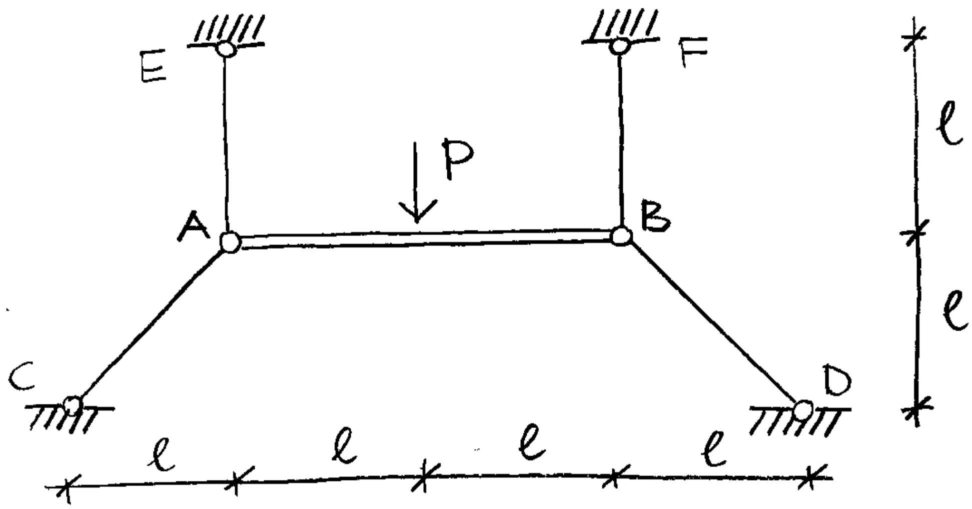


fig.1

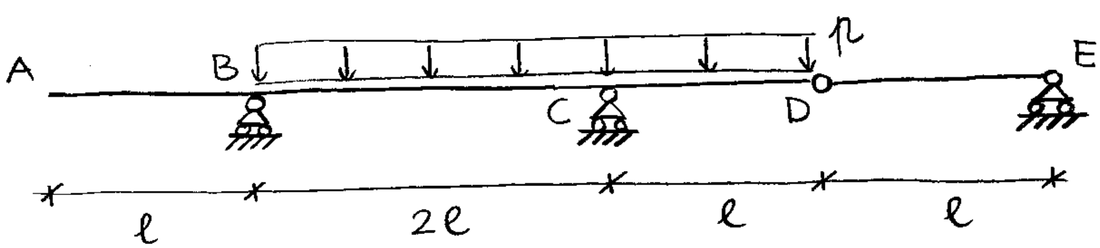


fig.2

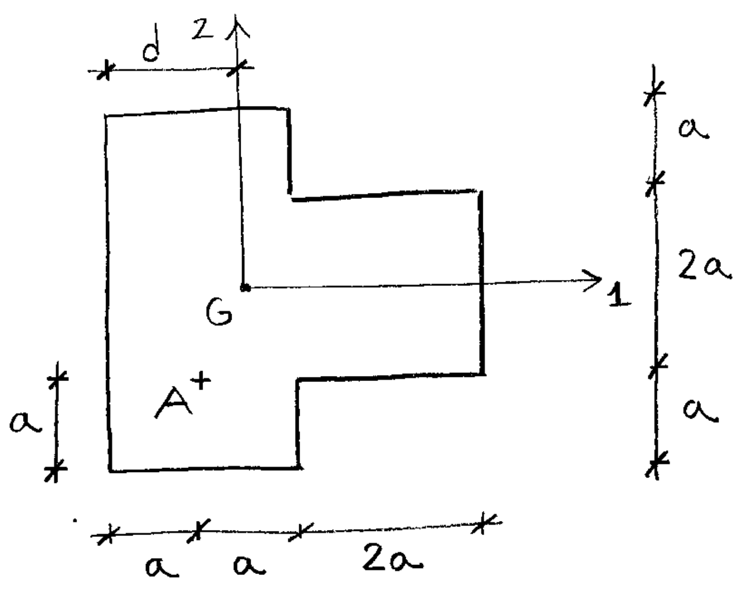


fig.3

Università degli Studi di Roma "Tor Vergata" - Facoltà di Ingegneria
Scienza delle Costruzioni - Anno Accademico 2010/11
Prova scritta del 21 aprile 2011

SdC **1A**

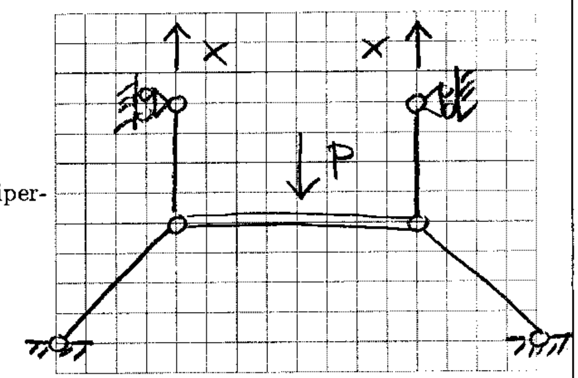
COGNOME: .... NOME: .... Matricola: ....

FIRMA: ....

Nota sui criteri di valutazione: diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione errati o omessi comportano una forte penalizzazione nella valutazione complessiva della prova.

Problema 1. Si consideri il sistema in fig. 1 costituito da un tratto rigido e quattro aste. Tutte le aste hanno la stessa rigidezza estensionale r_E, costante lungo l'asse.

Q1.1 Disegnare il sistema principale scelto, indicando l'incognita iperstatica corrispondente.



Q1.2 Trovare gli sforzi normali nel sistema "0".

N_{AC}	N_{AE}	N_{BD}	N_{BF}
$-\frac{\sqrt{2}}{2}P$	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}P$	0

Q1.3 Trovare gli sforzi normali nel sistema "1".

N_{AC}	N_{AE}	N_{BD}	N_{BF}
$\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$	1

Q1.4 Calcolare il coefficiente di elasticità η_{11}.

$$\eta_{11} = 2(2\sqrt{2}+1)\frac{\ell}{r_E}$$

Q1.5 L'incognita iperstatica vale:

$$\frac{\sqrt{2}}{1+2\sqrt{2}}P = \frac{4-\sqrt{2}}{7}P$$

Q1.6 Trovare l'abbassamento del punto A.

$$\frac{4-\sqrt{2}}{7}\frac{P\ell}{r_E}$$

Q1.7 Si consideri ora il carico P agente in direzione orizzontale, da sinistra a destra, sempre sulla mezzeria del tratto AB. Quanto valgono gli sforzi nelle aste?

N_{AC}	N_{AE}	N_{BD}	N_{BF}
$\frac{\sqrt{2}}{2}P$	$\frac{P}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}P$	$-\frac{P}{2}$

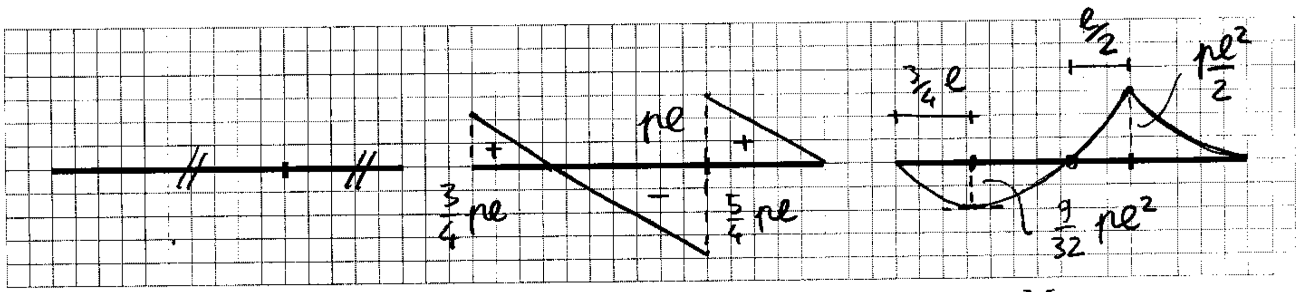
continua ...

Problema 2. Si consideri la travatura in fig. 2 con rigidezza flessionale r_F. Si trascurino le deformazioni estensionali e di scorrimento.

Q2.1 Calcolare la reazione del carrello in C.

$$\frac{9}{4} p\ell$$

Q2.2 Si traccino i diagrammi quotati delle caratteristiche di sollecitazione sul solo tratto BCD utilizzando le linee fondamentali sotto predisposte.



N T M

Q2.3 Calcolare l'abbassamento in A.

$$-\frac{p\ell^4}{6 r_F}$$

Problema 3. Si consideri il sistema in fig. 3. Si trascurino le deformazioni estensionali e di scorrimento. Tutti i tratti hanno la stessa rigidezza flessionale r_F, costante lungo l'asse.

Q3.1 Scrivere l'espressione del lavoro virtuale esterno, considerando per il sistema in equilibrio e per il sistema congruente lo stesso sistema in figura.

$$L_{ve} = \int_{\ell_{AB}} p\, v + C\, \varphi_E$$

Q3.2 Scrivere l'espressione del lavoro virtuale interno, considerando per il sistema in equilibrio e per il sistema congruente lo stesso sistema in figura.

$$\int_{\ell_{AB}} M\psi + \int_{\ell_{BD}} M\psi + \int_{\ell_{EF}} M\psi + \sigma_{DE}\varepsilon_{DE}$$ oppure $$\int_{\ell_{AB}} \frac{M^2}{r_F} + \int_{\ell_{BD}} \left(\frac{M^2}{r_F} + M\alpha t_1\right) + \int_{\ell_{EF}} \frac{M^2}{r_F} + \frac{\sigma_{DE}^2}{k}$$

Q3.3 Considerando anche la presenza di cedimenti vincolari in F, spiegare cosa cambia nelle espressioni dei lavori virtuali.

Si aggiunge al lavoro esterno $\varphi_F C_F + \underset{\sim}{u}_F \cdot \underset{\sim}{r}_F$ con $\underset{\sim}{r}_F, C_F$ reazioni e $\underset{\sim}{u}_F, \varphi_F$ spost. e rotaz. imposti

Problema 4. Si considerino i problemi di carico critico in fig. 4 in cui ciascuna trave è composta da tratti deformabili e tratti rigidi.

Q4.1 Trovare il valore critico del carico per il problema in fig. 4(a).

$$\pi^2 \frac{r_F}{4\ell^2}$$

Q4.2 Si confrontino i carichi critici dei problemi (a) e (b) e (c).

$$P_c^{(a)} < P_c^{(c)} < P_c^{(b)}$$

Q4.3 Scrivere le condizioni al contorno per il problema (a) nel punto A.

$$v'' = 0, \quad v''' = \omega^2 v' \quad \left(\omega^2 = \frac{P}{r_F}\right)$$

SdC 1A

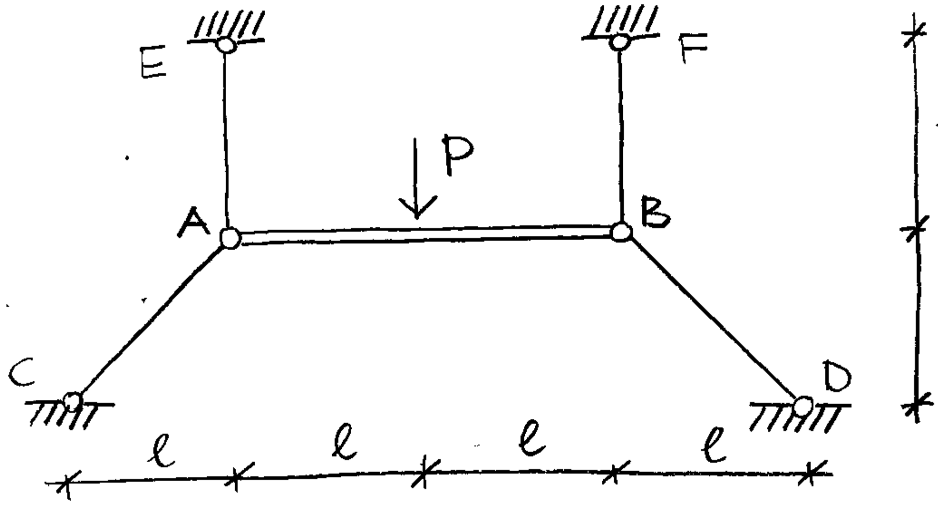


fig.1

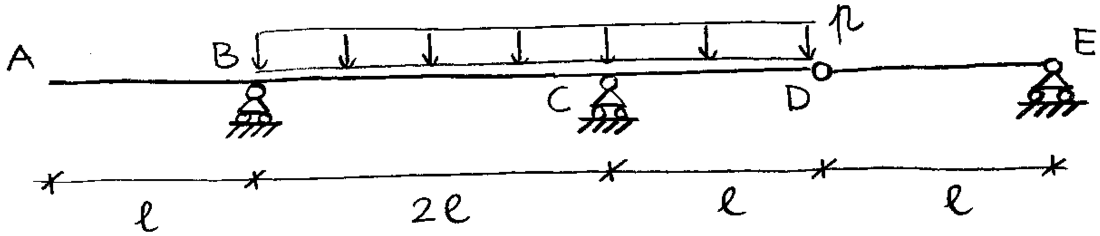


fig.2

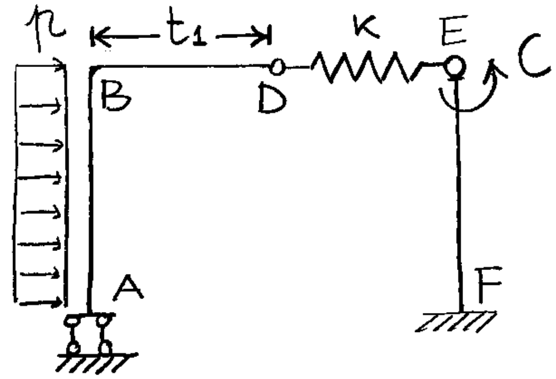
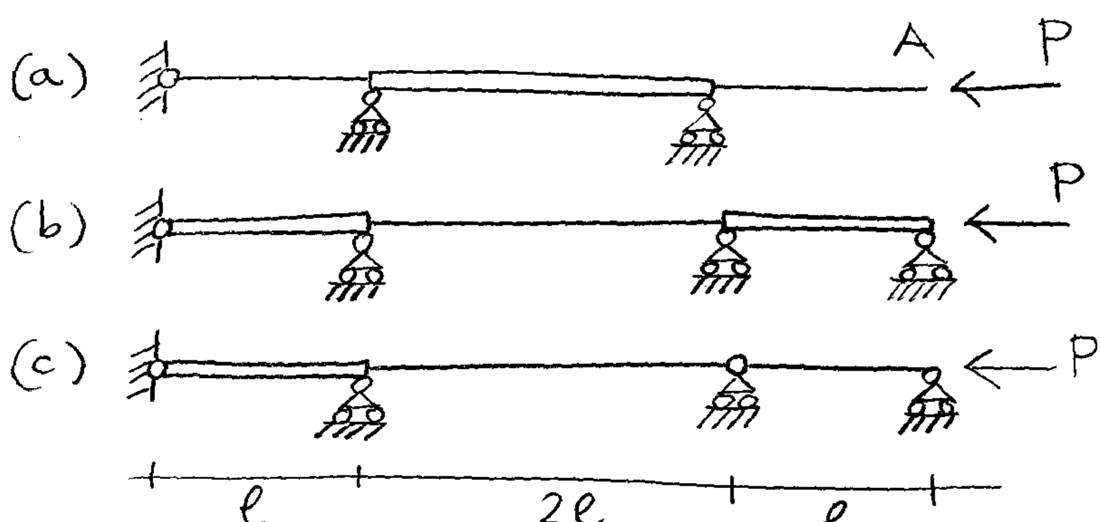


fig.3

fig.4



Università degli Studi di Roma "Tor Vergata" - Facoltà di Ingegneria
Scienza delle Costruzioni - Anno Accademico 2010/11
Prova scritta del 21 aprile 2011

SdC **2B**

COGNOME: .... NOME: .... Matricola: ....

FIRMA: ....

Problema 1. Si consideri la sezione in fig. 1.

Q1.1	Determinare la distanza d che individua la posizione del baricentro (vedi fig. 1).	$\frac{5}{3}a$
Q1.2	Si trovino i momenti d'inerzia assiali J_1, J_2 della sezione.	$J_1 = 12\,a^4$ $J_2 = \frac{44}{3}a^4$
Q1.3	Trovare l'equazione della polare corrispondente al polo A nel riferimento $\{G; e_1, e_2\}$ (sistema di coordinate x_1, x_2).	$x_2 = -\frac{6}{11}x_1 + a$
Q1.4	Supponendo che la sezione sia sottoposta a una forza normale di compressione pari a P e applicata nel punto A, trovare le coordinate del punto dove si ha la massima tensione normale (in valore e segno).	$\left(\frac{7}{3}a, a\right)$
Q1.5	Calcolare la tensione normale massima di compressione.	$\frac{43}{132}\frac{P}{a^2}$

Problema 2. La sezione sottile simmetrica in Fig. 2 è sottoposta alla forza di taglio $T_y = P$, Lo spessore è costante e pari a δ. Si assumano noti i momenti d'inerzia J_x e J_y.

Q2.1	Calcolare la tensione tangenziale sulle corde b_1 e b_2.	$\tau_1 = \frac{Pa^2}{J_x}(= \tau_{yz})$, $\tau_2 = \frac{3}{4}\frac{Pa^2}{J_x}(= -\tau_{xz})$
Q2.2	Calcolare la tensione tangenziale massima.	$\frac{15}{8}\frac{Pa^2}{J_x}$
Q2.3	Sia ora la sezione sottoposta alla forza di taglio $T_x = P$. Quanto vale la tensione tangenziale massima?	$\frac{27}{8}\frac{Pa^2}{J_y}$
Q2.4	Valutando qualitativamente i momenti d'inerzia, per quale forza di taglio si ha la situazione piu sfavorevole?	T_y

continua ...

Problema 3. Si consideri la travatura in fig. 3(a), con una sezione quadrata sottile come in fig. 3(b). La linea d'asse è orientata come in figura e su entrabi i tratti si ha $e_y = -e_3$. In A, la travatura è sottoposta alla coppia $c = Ce_2$.

Q3.1 Considerando tutta la travatura, determinare la massima tensione normale e la massima tensione tangenziale sulle sezioni rette.

$\max|T_{zz}| = \frac{3}{4}\frac{C}{a^2\delta}$, $\max|\tau| = \frac{C}{2a^2\delta}$

Q3.2 Calcolare la tensione ideale secondo von Mises sia sul tratto DB che sul tratto BA.

$(\sigma_{\text{id}}^{(M)})_{DB} = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{C}{a^2\delta}$ $(\sigma_{\text{id}}^{(M)})_{BA} = \frac{3}{4}\frac{C}{a^2\delta}$

Q3.3 Determinare la rotazione della sezione in B, appartenente al tratto DB.

$\frac{C}{Ga^3\delta}\ell_1$

Problema 4. Nel punto X di un continuo di Cauchy, linearmente elastico e isotropo, si conoscono le tensioni su tre giaciture mutuamente ortogonali di normali $\{n_a, n_b, n_c\}$:

$$t(X, n_a) = \frac{3\sqrt{2}}{2}(\sigma e_1 + 2\sigma e_2 + \sigma e_3)\ , \qquad t(X, n_b) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-\sigma e_1 - 2\sigma e_2 - 3\sigma e_3)\ , \qquad t(X, n_c) = 3\sigma e_2 + 2\sigma e_3\ .$$

Rispetto alla base ortonormale $\{e_1, e_2, e_3\}$, le normali $\{n_a, n_b, n_c\}$ sono espresse come segue:

$$n_a = \frac{\sqrt{2}}{2}(e_1 + e_2)\ , \qquad n_b = \frac{\sqrt{2}}{2}(e_1 - e_2)\ , \qquad n_c = e_3\ .$$

Q4.1 Trovare la rappresentazione in componenti del tensore degli sforzi nel punto dato nella base $\{e_1, e_2, e_3\}$.

$$[T] = \begin{bmatrix} \sigma & 2\sigma & 0 \\ 2\sigma & 4\sigma & 3\sigma \\ 0 & 3\sigma & 2\sigma \end{bmatrix}$$

Q4.2 Determinare la tensione tangenziale massima sulla giacitura di normale $n = \frac{\sqrt{3}}{3}(e_1 + e_2 + e_3)$.

$\frac{2}{3}\sqrt{14}\,\sigma$

Q4.3 Trovare la rappresentazione in componenti del tensore di deformazione nel punto dato nella base $\{e_1, e_2, e_3\}$.

$$[E] = \begin{bmatrix} \frac{1-6\nu}{2G(1+\nu)}\sigma & \frac{\sigma}{G} & 0 \\ \frac{\sigma}{G} & \frac{4-3\nu}{2G(1+\nu)}\sigma & \frac{3\sigma}{2G} \\ 0 & \frac{3\sigma}{2G} & \frac{2-5\nu}{2G(1+\nu)}\sigma \end{bmatrix}$$

SdC 2B

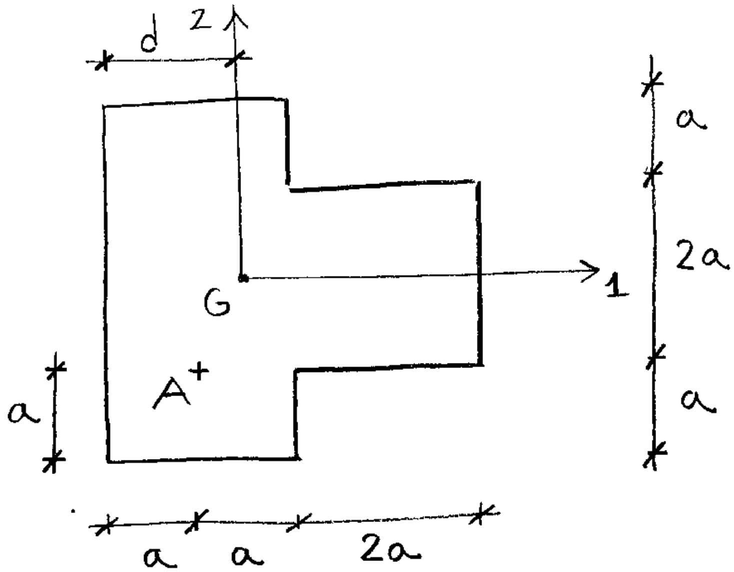


fig.1

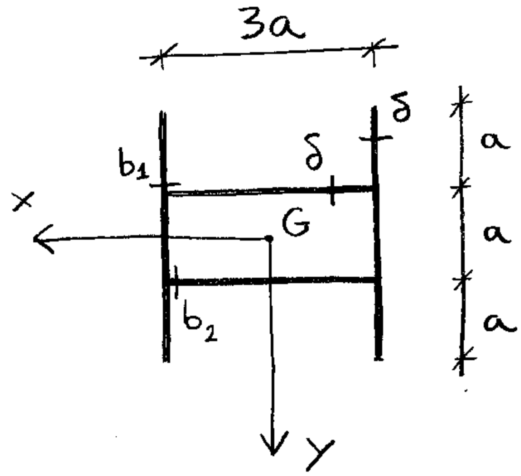


fig.2

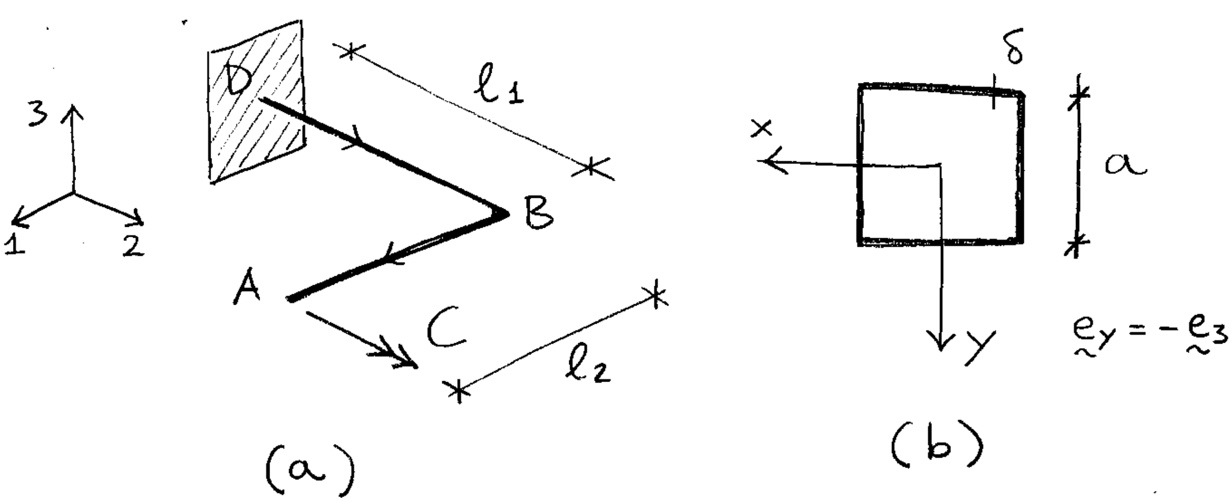


fig.3

Università degli Studi di Roma "Tor Vergata" - Facoltà di Ingegneria
Scienza delle Costruzioni - Anno Accademico 2010/11
Prova scritta del 28 giugno 2011

SdC **1A**

COGNOME: .... NOME: .... Matricola: ....

FIRMA: ....

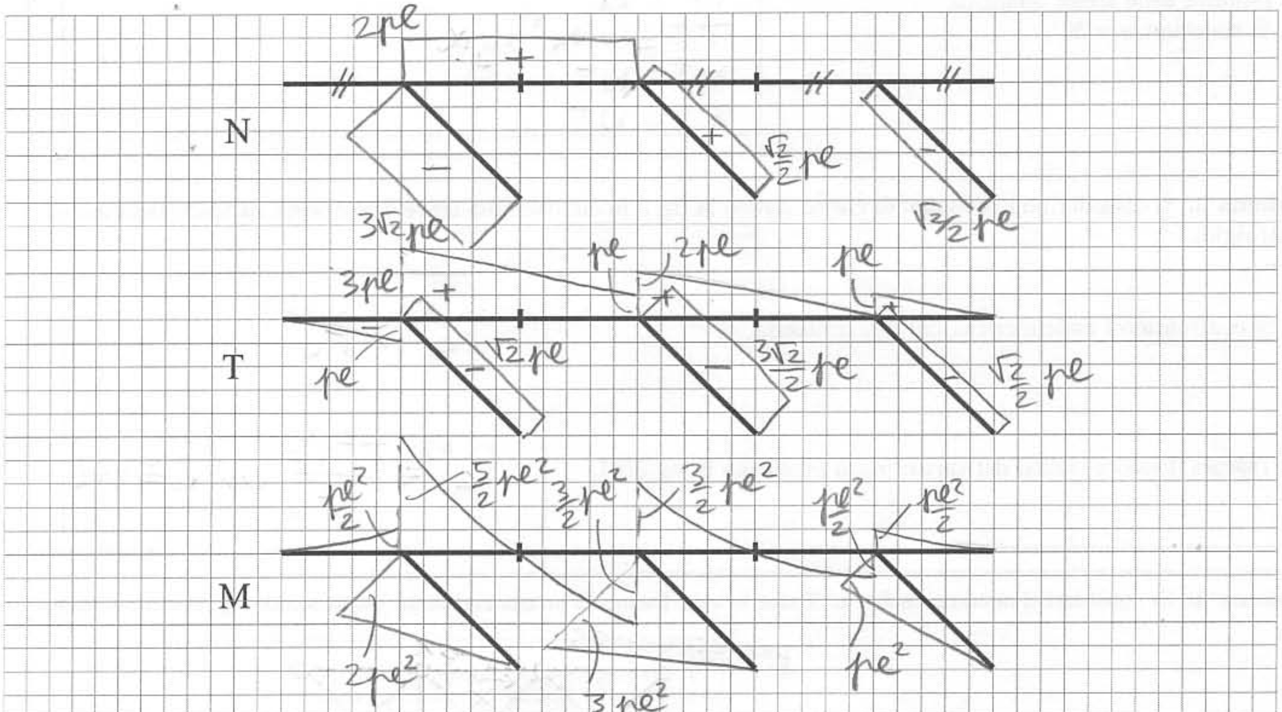
Nota sui criteri di valutazione: diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione errati o omessi comportano una forte penalizzazione nella valutazione complessiva della prova.

Problema 1. Si consideri la travatura in fig. 1(a).

Q1.1 Calcolare la componente orizzontale della reazione in B.

$$\underset{\sim}{r}_B \cdot \underset{\sim}{e}_1 = -2p\ell$$

Q1.2 Si traccino i diagrammi quotati delle caratteristiche di sollecitazione utilizzando le linee fondamentali sotto predisposte.



Si consideri ora la travatura a deformabilità diffusa in fig. 1(b), sottoposta alla variazione di temperatura $\Delta t = \text{cost} > 0$ sui tratti orizzontali.

Q1.3 Ai fini del calcolo dello spostamento del carrello in A, qual è l'espressione del lavoro virtuale interno?

$$\int_{\mathcal{L}} \alpha \Delta t \, \bar{N}$$

Q1.4 Quanto vale lo spostamento del carrello?

$$\alpha \Delta t \, 2\ell \, \underset{\sim}{e}_1$$

continua ...

Problema 2. Si consideri la trave in fig. 2, il cui asse è orientato da sinistra verso destra.

Q2.1 Scrivere le condizioni di sconnessione in B espresse nelle quantità w^+, w^-, v^+, v^-, φ^+, φ^-, N^+, N^-, T^+, T^-, M^+, M^-.

$\varphi^+ = \varphi^-$ $([\![\varphi]\!]=0)$
$v^+ = w^-$ $([\![w]\!]=0)$
$T^+ = 0$, $T = P$
$M^+ = M^-$ $([\![M]\!]=0)$
$N^+ = N^-$ $([\![N]\!]=0)$

Q2.2 Scrivere le condizioni di sconnessione in A, espresse nelle stesse quantità. Si consideri $\alpha = 30^o$.

$\varphi^+ = \varphi^-$ $([\![\varphi]\!]=0)$
$w^+ - w^- = (v^+ - v^-)\,tg\alpha$
$M^+ = M^-$
$T^+ = -N^+\,tg\alpha$
$N^+ = N^-$
$T^+ = N^-$

Problema 3. Si considerino i problemi di carico critico in fig. 3 in cui ciascuna trave è composta da tratti deformabili e tratti rigidi.

Q3.1 Si confrontino i carichi critici dei due problemi.

$P_c^{(a)} > P_c^{(b)}$

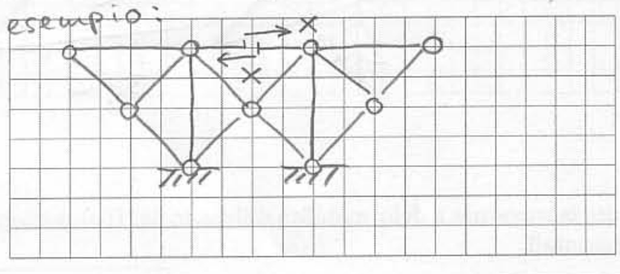
Q3.2 Trovare il valore critico del carico per il problema in fig. 3(b).

$P_c^{(b)} = \dfrac{\pi^2 r_F}{\ell_0^2}$ con $\ell_0 \cong 1{,}4\ell$

Problema 4. Si consideri il sistema in fig. 4. Tutte le aste hanno la stessa rigidezza estensionale r_E, costante lungo l'asse.

Q4.1 Disegnare il sistema principale scelto, indicando l'incognita iperstatica corrispondente.

per esempio:



Q4.2 Trovare lo sforzo normale N_{BC} nel sistema "0".

0

Q4.3 Trovare lo sforzo normale N_{BC} nel sistema "1".

1

Q4.4 Determinare lo sforzo normale N_{BC} nel sistema dato.

$2\,\dfrac{3+2\sqrt{2}}{3+4\sqrt{2}}\,P = 2\,\dfrac{7+6\sqrt{2}}{23}\,P$

Q4.5 Trovare l'abbassamento del punto A.

$2\sqrt{2}\,\dfrac{8\sqrt{2}-3}{3+4\sqrt{2}}\,\dfrac{P\ell}{r_E}$

SdC1 **A**

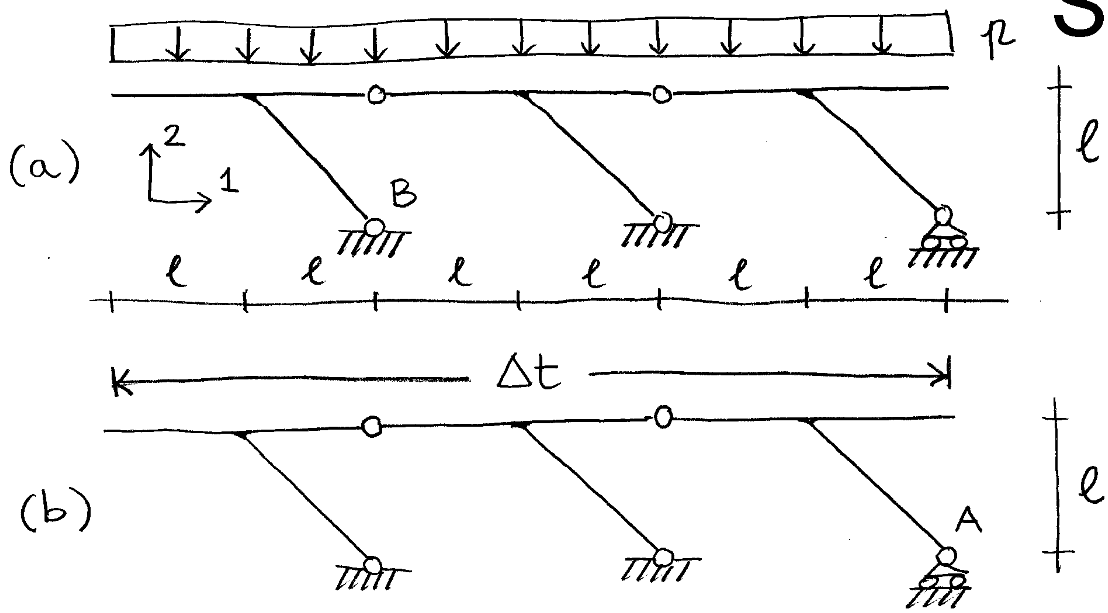


fig.1

fig.2

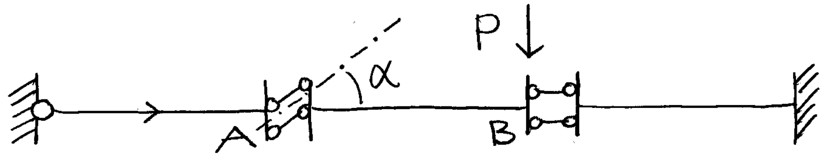
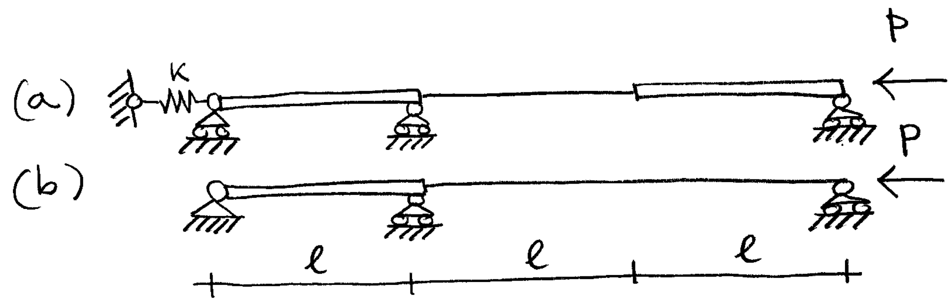


fig.3



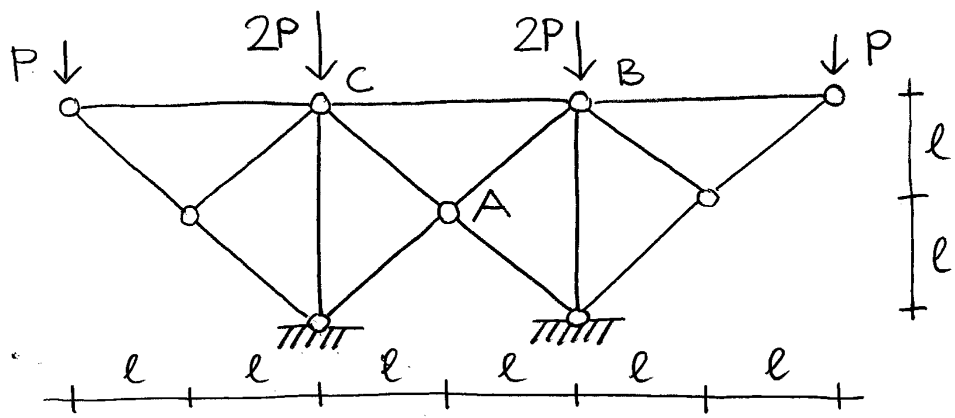


fig.4

Università degli Studi di Roma "Tor Vergata" - Facoltà di Ingegneria
Scienza delle Costruzioni - Anno Accademico 2010/11
Prova scritta del 28 giugno 2011

SdC 2B

COGNOME: .... NOME: .... Matricola: ....

FIRMA: ....

Problema 1. Si consideri la travatura in fig. 1(a). La travatura giace nel piano $1-2$ e ha la geometria mostrata in fig. 1(b). La travatura ha una sezione retta circolare compatta come in fig. 1(c). La linea d'asse è orientata come in figura e su tutti i tratti si ha $e_y = -e_3$. Nel punto B è applicato il carico $-Pe_3$, mentre nel punto A è applicato il carico Pe_2.

Q1.1 Trovare le caratteristiche della sollecitazione sulla sezione s_2 a ridosso dell'incastro.

N	T_x	T_y	M_t	M_x	M_y
0	$-P$	P	Pl	$-2Pl$	$-3Pl$

Q1.2 Trovare le caratteristiche della sollecitazione sulla sezione s_1 a ridosso della saldatura.

N	T_x	T_y	M_t	M_x	M_y
$-\frac{\sqrt{2}}{2}P$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}P$	P	0	$-\sqrt{2}Pl$	$-2Pl$

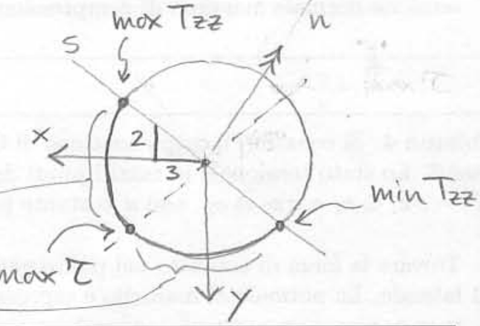
Q1.3 Calcolare la tensione normale massima sulla sezione s_2.

$$T_{zz} = 4\sqrt{13}\,\frac{Pl}{\pi r^3}$$

Q1.4 Calcolare la tensione tangenziale massima sulla sezione s_2.

$$\tau = 2\frac{Pl}{\pi r^3} + \frac{4}{3}\frac{\sqrt{2}P}{\pi r^2}$$

Q1.5 Utilizzando lo spazio riportato a fianco, indicare sulla sezione s_2 i punti di controllo più significativi ai fini delle verifiche di resistenza.



punti con tens. norm. e tang. entrambe non nulle

Q1.6 Sia σ_{am} la tensione ammissibile del materiale. Si scelga un punto di controllo tra quelli individuati e si determini il massimo valore di P che non causi la crisi del materiale in quel punto secondo il criterio di Tresca. Si assuma $l = 20r$.

scegliendo il pt. con massima tens. norm. (taglio trascur.) si ha:
$P \leq \sigma_{am}\pi r^2/\sqrt{6599} = \frac{\sigma_{am}\pi r^2}{81,23}$

continua ...

Problema 2. La sezione sottile simmetrica in Fig. 3 è sottoposta alla forza di taglio $T_y = P$, Lo spessore è costante e pari a δ.

Q2.1 Calcolare il momento d'inerzia J_x della sezione.

$\frac{2a^3\delta}{3}$

Q2.2 Calcolare la tensione tangenziale T_{yz} (in valore e segno) sulle corde b_1, b_2 e b_3, poste a distanza $a/2$ dal lembo superiore.

$\frac{3}{16} a \delta$

Q2.3 Calcolare la tensione tangenziale T_{xz} (in valore e segno) sulla corda b_4.

$\frac{P}{8a\delta}$

Problema 3. Si consideri la sezione in fig. 2.

Q3.1 Calcolare il momento d'inerzia J_x della sezione.

$\frac{23}{3} a^4$

Q3.2 Trovare le coordinate del polo corrispondente alla retta r in figura.

$\left(0, -\frac{23}{54} a\right)$

Q3.3 Supponendo che la sezione sia sottoposta a una forza normale di compressione pari a P e applicata nel polo trovato, calcolare la tensione normale massima di compressione.

$\frac{1}{6} P/a^2$

Problema 4. Si consideri il corpo continuo di Cauchy a forma di cilindro retto in fig. 4. L'asse del cilindro è parallelo all'asse 3. Lo stato tensionale in tutti i punti del cilindro è dato dal tensore di sforzo $\boldsymbol{T}(X) = \sigma \boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}_1 + \sigma \boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}_2$, con σ costante positiva.

Q4.1 Trovare la forza di contatto nel punto generico del mantello laterale. La normale al mantello è espressa come segue: $\boldsymbol{n} = \alpha_1 \boldsymbol{e}_1 + \alpha_2 \boldsymbol{e}_2$, con $\alpha_1^2 + \alpha_2^2 = 1$.

$\underset{\sim}{c} = \sigma \underset{\sim}{n} = \sigma(\alpha_1 \underset{\sim}{e}_1 + \alpha_2 \underset{\sim}{e}_2)$

Q4.2 Determinare il campo delle forze a distanza $\boldsymbol{d}$.

$\underset{\sim}{d} = \underset{\sim}{0}$

Q4.3 Assumendo che il corpo sia linearmente elastico, omogeneo e isotropo, calcolare le componenti non nulle del tensore di deformazione.

$E_{11} = (1-\nu)\frac{\sigma}{E} = E_{22}, \quad E_{33} = -2\nu\frac{\sigma}{E}$

SdC2 **B**

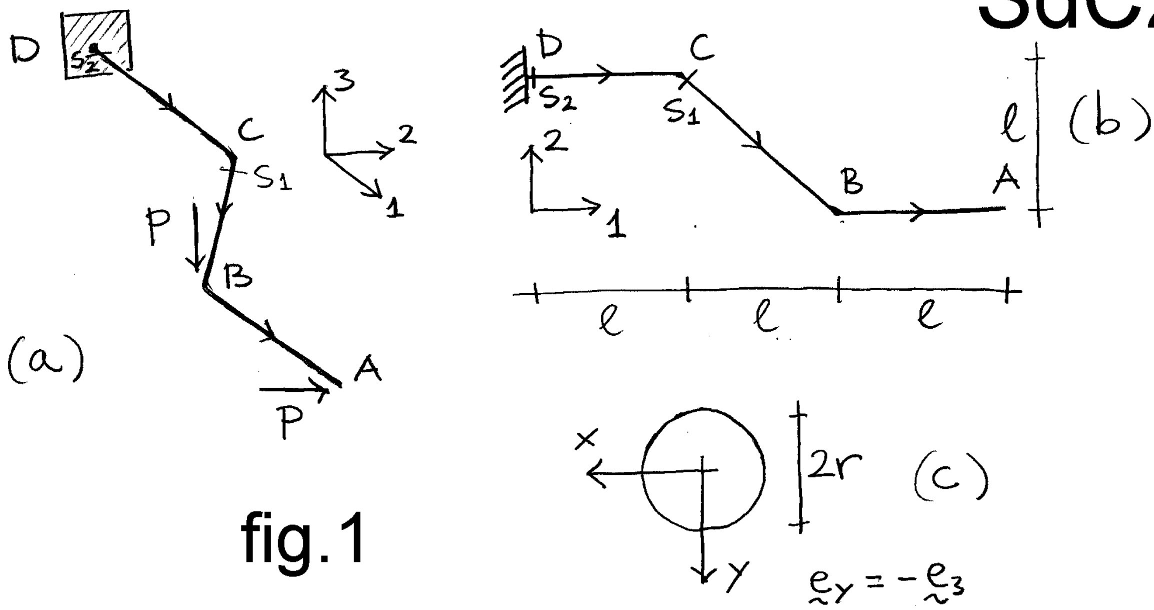


fig.1

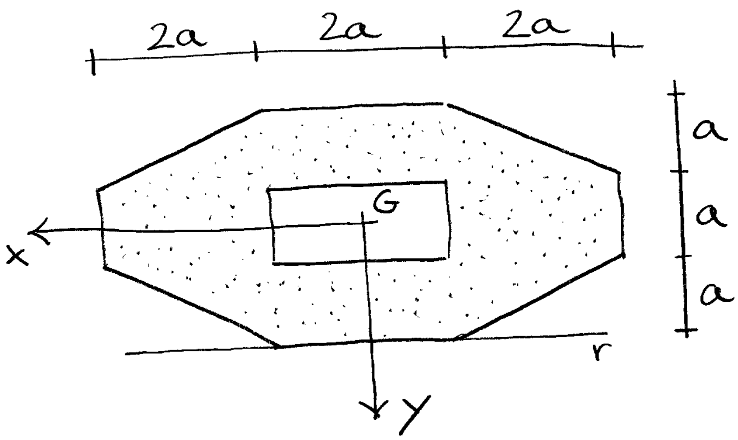


fig.2

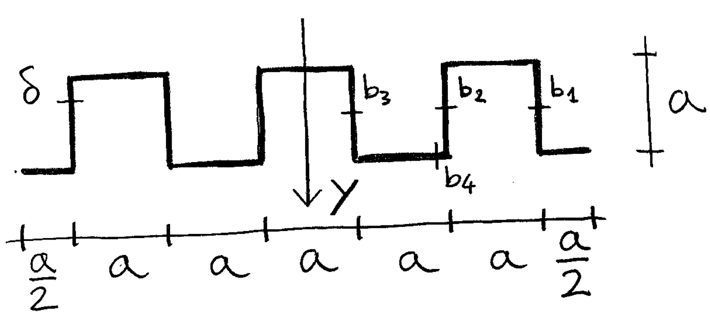


fig.3

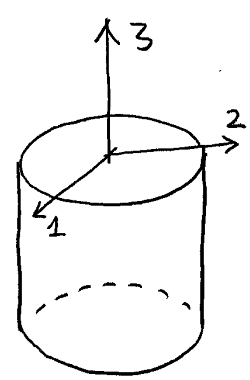


fig.4

Università degli Studi di Roma "Tor Vergata" - Facoltà di Ingegneria
Scienza delle Costruzioni - Anno Accademico 2010/11
Prova scritta dell'11 luglio 2011

SdC **1A**

COGNOME: .... NOME: .... Matricola: ....

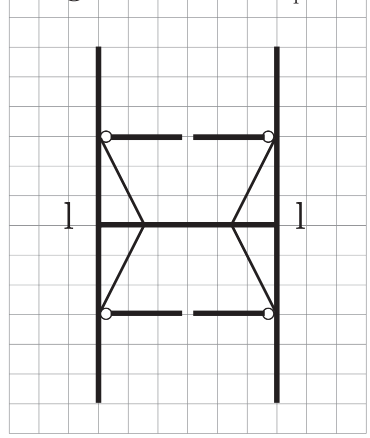
FIRMA: ....

Nota sui criteri di valutazione: diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione errati o omessi comportano una forte penalizzazione nella valutazione complessiva della prova.

Problema 1. Si consideri la travatura in fig. 1. Tutti i tratti hanno rigidezza flessionale r_F. Le deformazioni estensionali e di scorrimento sono trascurabili.

Q1.1 Dopo aver effettuato la scelta del sistema principale, si tracci il diagramma quotato del momento flettente nel sistema "1", indicando l'incognita iperstatica corrispondente.

scegliendo X=-N$_{\text{pendoli}}$



Q1.2 Si trovi il coefficiente di elasticità η_{11}.

$$\eta_{11} = \frac{4l^3}{3r_F}$$

Q1.3 L'incognita iperstatica vale:

$$X = \frac{5}{2}P$$

Q1.4 Trovare la rotazione relativa tra le sezioni A e B.

$$\frac{Pl^2}{2r_F}$$

Q1.5 Quanto vale l'incognita iperstatica se si tiene conto anche della deformabilità estensionale dei pendoli?

$$5P\left(2 + 3\frac{r_F}{l^2 r_E}\right)^{-1}$$

continua ...

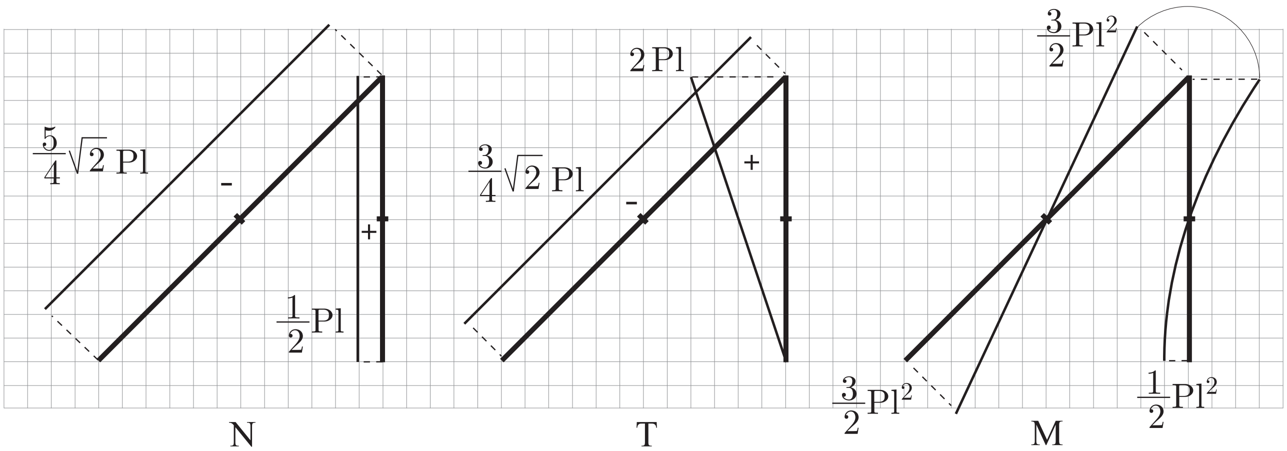
COGNOME: .... NOME: ....

Problema 2. Si consideri la travatura in fig. 2.

Q2.1 Trovare la coppia reattiva in A.

$-\frac{3}{2}pl$

Q2.2 Si traccino i diagrammi quotati delle caratteristiche di sollecitazione N, T e M utilizzando le linee fondamentali sotto predisposte.



Problema 3. Si consideri la travatura in fig. 3, composta da tratti rettilinei e da un tratto il cui asse è un arco di circonferenza.

Q3.1 Calcolare l'espressione del momento flettente sul tratto OA in funzione dell'angolo θ.

$\frac{Pl}{3}(2\cos\theta + \sin\theta - 1)$

Q3.2 Trovare il valore di θ per cui il momento sul tratto OA è massimo.

$\theta = \arctan\frac{1}{2}$

Problema 4. Si consideri il sistema reticolare in fig. 4.

Q4.1 Trovare l'abbassamento del punto di applicazione del carico.

$2(1+\sqrt{2})\frac{Pl}{r_E}$

Q4.2 Calcolare l'energia elastica del sistema.

$(1+\sqrt{2})\frac{P^2 l}{r_E}$

Q4.3 Determinare il valore critico del carico.

$\frac{\pi^2 r_F}{4l^2}$

SdC1 A

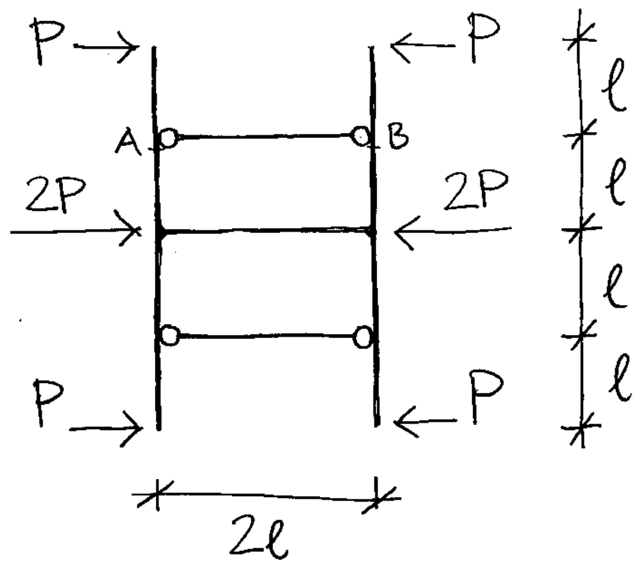


fig.1

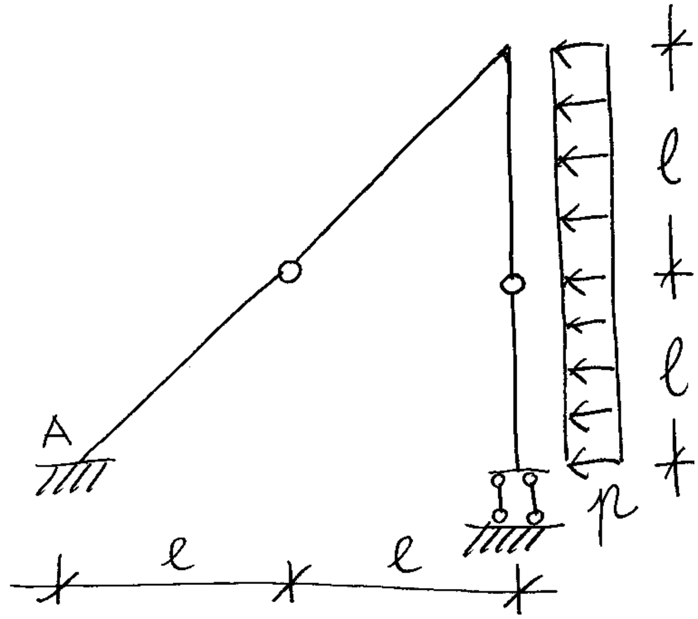


fig.2

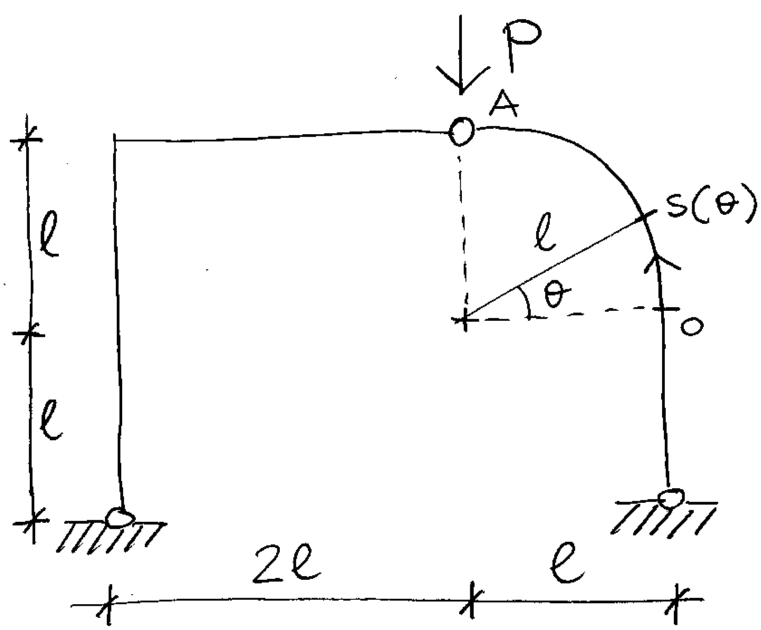


fig.3

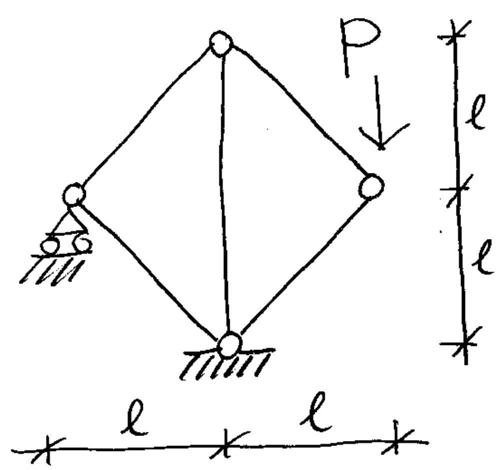


fig.4

Università degli Studi di Roma "Tor Vergata" - Facoltà di Ingegneria
Scienza delle Costruzioni - Anno Accademico 2010/11
Prova scritta dell'11 luglio 2011

SdC **2B**

COGNOME: .... NOME: .... Matricola: ....

FIRMA: ....

Problema 1. Si consideri la travatura in fig. 1(a). La travatura giace nel piano 1−3 e ha una sezione retta rettangolare sottile come in fig. 1(b). Gli assi y e z sui due tratti sono orientati come in figura. All'estremo libero è applicato il carico $\boldsymbol{p} = p\boldsymbol{e}$, con $\boldsymbol{e} = \frac{\sqrt{3}}{3}(-\boldsymbol{e}_1 - \boldsymbol{e}_2 - \boldsymbol{e}_3)$.

Q1.1 Trovare le caratteristiche della sollecitazione sulla sezione s_2 a ridosso della saldatura.

N	T_x	T_y	M_t	M_x	M_y
$-\frac{\sqrt{3}}{3}p$	$\frac{\sqrt{3}}{3}p$	$\frac{\sqrt{3}}{3}p$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}p\,l$	$\frac{\sqrt{3}}{3}p\,l$

Q1.2 Trovare le caratteristiche della sollecitazione sulla sezione s_1 a ridosso dell'incastro.

N	T_x	T_y	M_t	M_x	M_y
$-\frac{\sqrt{3}}{3}p$	$\frac{\sqrt{3}}{3}p$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}p$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}p\,l$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}p\,l$

Si ponga l'attenzione sul punto A in fig. 1(b), posto sulla parete inferiore a ridosso della parete laterale sinistra.

Q1.3 Calcolare la tensione normale nel punto A, in corrispondenza della sezione s_1.

$$T_{zz} = -\frac{\sqrt{3}p}{2\delta a}\left(\frac{l}{5a} + \frac{1}{9}\right)$$

Q1.4 Calcolare la tensione tangenziale nel punto A, in corrispondenza della sezione s_1.

$$\tau = \frac{\sqrt{3}p}{2\delta a}\left(\frac{l}{12a} + \frac{1}{20} + \frac{1}{7}\right)$$

Q1.5 Sia $\sigma_{\rm am}$ la tensione ammissibile del materiale. Si determini il massimo valore di p che non causi la crisi del materiale nel punto A, in corrispondenza della sezione s_1, secondo il criterio di von Mises. Si assuma $l = 10r$.

$$p \leq p_{\rm am} \simeq \frac{\sqrt{3}}{6}\,\sigma_{\rm am}\delta\,a$$

Problema 2. La sezione sottile simmetrica in Fig. 2 è sottoposta alla forza di taglio $T_y = P$, Lo spessore è costante e pari a δ.

Q2.1 Calcolare il momento d'inerzia J_x della sezione.

$$\frac{26}{3}\,\delta\,a^3$$

Q2.2 Calcolare la tensione tangenziale T_{xz} (in valore e segno) sulle corde b_1 e b_2.

$$\tau_1 = \frac{3P}{52\delta a} \qquad \tau_2 = -\frac{3P}{52\delta a}$$

Q2.3 Calcolare la tensione tangenziale massima.

$$\frac{9P}{52\delta a}$$

continua ...

COGNOME: .... NOME: ....

Problema 3. Si consideri la sezione sottile in fig. 3, con spessore costante pari a δ.

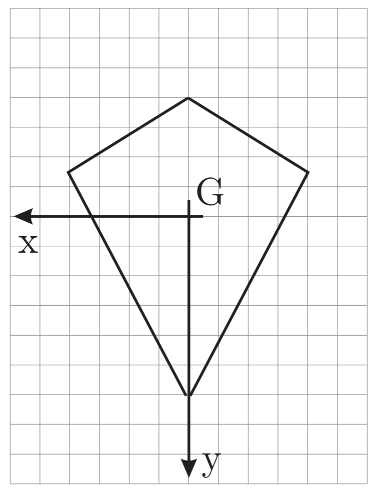
Q3.1 Trovare la distanza d del baricentro dall'ala superiore.

$\frac{5}{2}a$

Q3.2 Si trovino i momenti d'inerzia J_x, J_y della sezione.

$J_x = 69\delta a^3$ $J_y = 6\delta a^3$

Q3.3 Disegnare qualitativamente il nocciolo centrale d'inerzia nello spazio riportato a fianco.



Q3.4 Trovare l'equazione della polare corrispondente al polo C.

$y = \frac{23}{5}x + \frac{23}{10}a$

Problema 4. La sezione circolare cava in Fig. 4 è sottoposta a un momento torcente M_t. Si valutino tensioni e deformazioni secondo la teoria esatta.

Q4.1 Calcolare la tensione tangenziale massima sulla sezione.

$\frac{3M_t}{5\pi d^3}$

Q4.2 Calcolare l'angolo unitario di torsione.

$\frac{2M_t}{5\pi G d^4}$

Si valutino ora tensioni e deformazioni secondo la teoria approssimata di Bredt, utilizzando la linea media mostrata in figura.

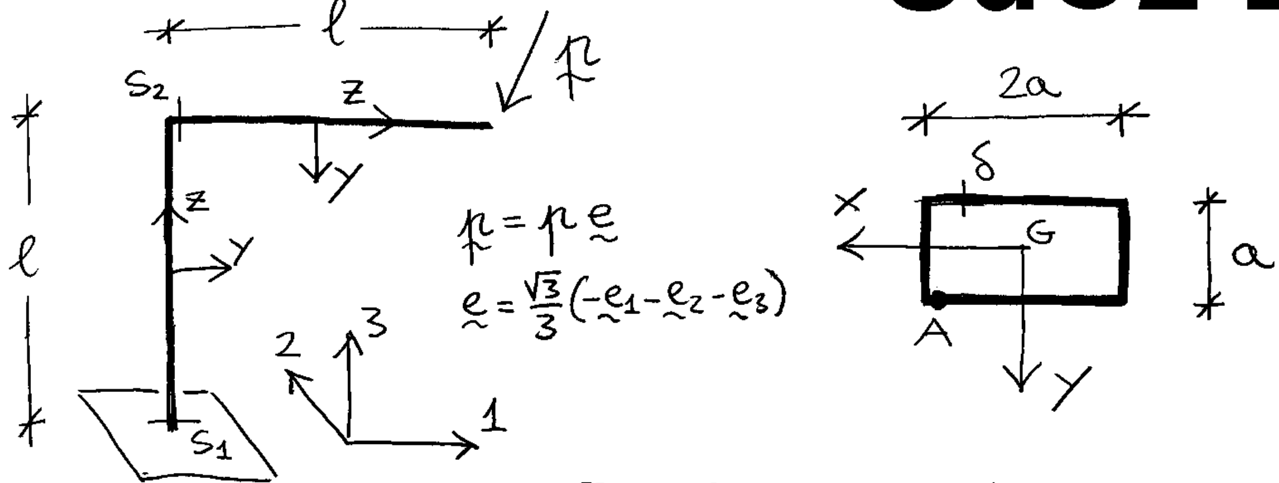
Q4.3 Calcolare la tensione tangenziale massima sulla sezione.

$\frac{M_t}{2\pi d^3}$

Q4.4 Calcolare l'angolo unitario di torsione.

$\frac{M_t}{2\pi G d^4}$

SdC2 B



(a) fig.1 (b)

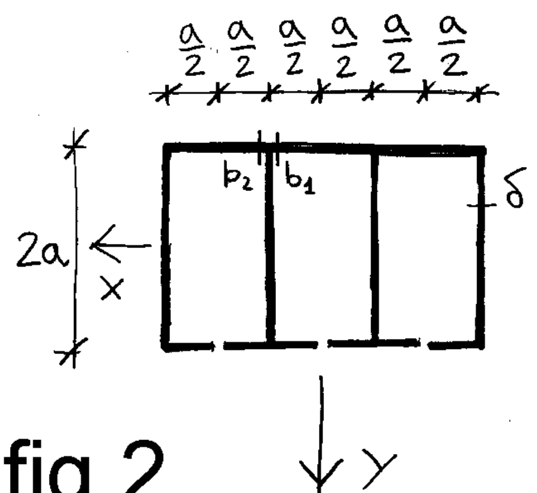


fig.2

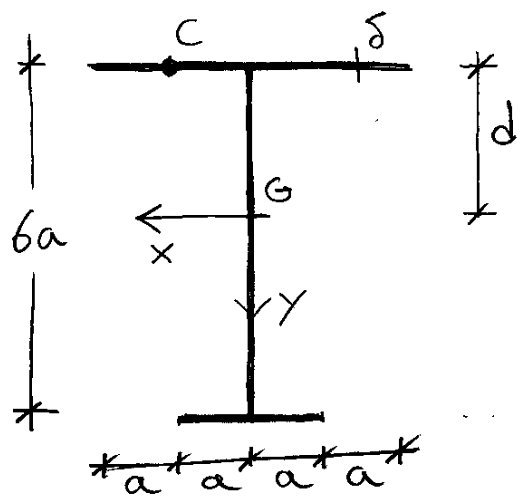


fig.3

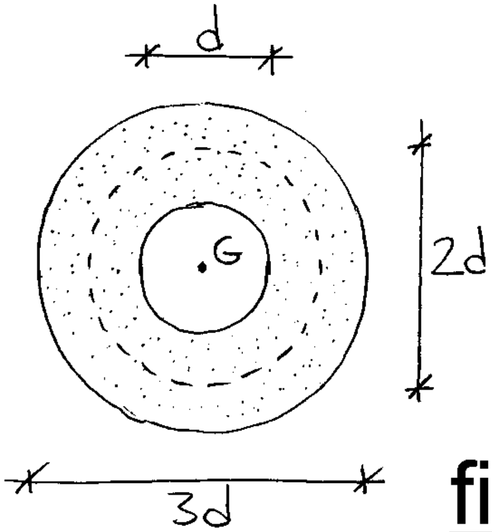


fig.4

Università degli Studi di Roma "Tor Vergata" - Facoltà di Ingegneria
Scienza delle Costruzioni - Anno Accademico 2010/11
Prova scritta del 5 settembre 2011

SdC 1A

COGNOME: .... NOME: .... Matricola: ....

FIRMA: ....

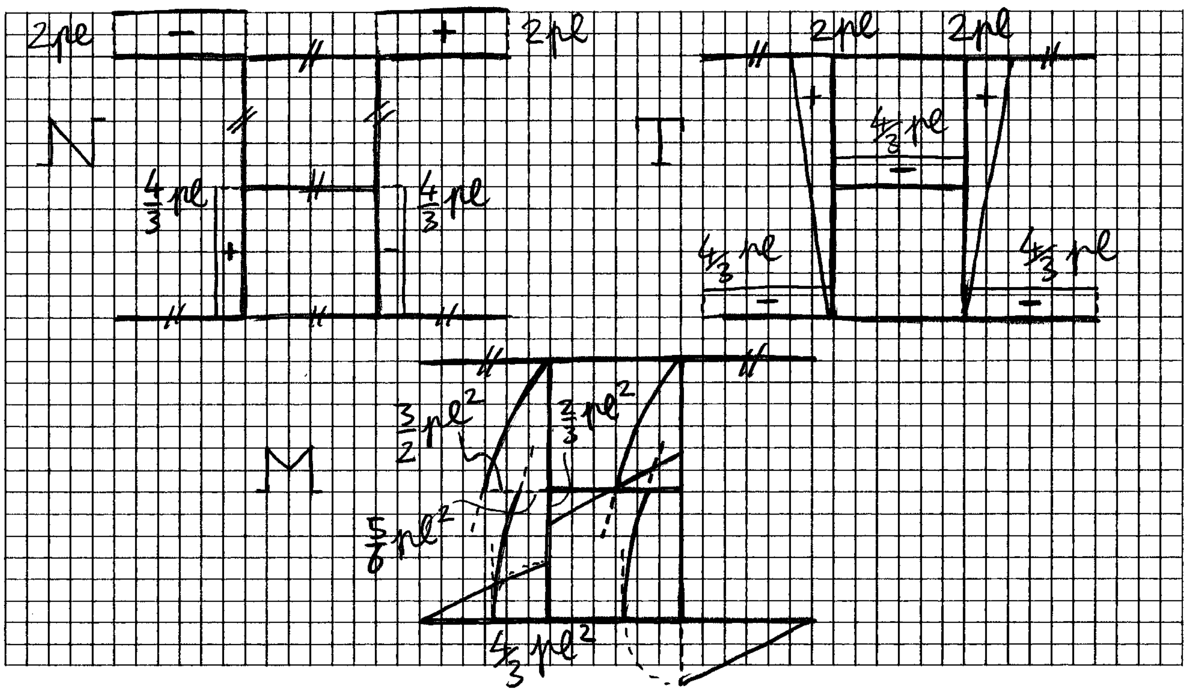
Nota sui criteri di valutazione: diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione errati o omessi comportano una forte penalizzazione nella valutazione complessiva della prova.

Problema 1. Si consideri la travatura in fig.1.

Q1.1 Calcolare la reazione in A.

$\frac{4}{3} p\ell$ (verso l'alto)

Q1.2 Si traccino i diagrammi quotati delle caratteristiche di sollecitazione.



Problema 2. Si consideri la trave in fig. 2, in cui il tratto a destra è sottoposto alla variazione di temperatura all'estradosso pari a Δt, mentre la variazione di temperatura all'intradosso è nulla. La trave ha sezione rettangolare con base b e altezza h.

Q2.1 Trovare lo sforzo normale della trave.

$N = \frac{1}{4} \alpha \Delta t \, r_E$

Q2.2 Quanto vale la reazione del carrello?

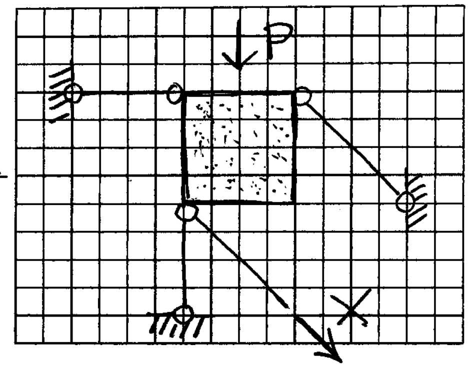
0

Q2.3 Trovare il momento flettente in corrispondenza del carrello.

$M = \frac{1}{2} \alpha \frac{\Delta t}{h} r_F$

continua ...

Problema 3. Si consideri il sistema in fig. 3, costituito da un corpo rigido vincolato a terra da aste deformabili. Tutte le aste hanno la stessa rigidezza estensionale r_E.



Q3.1 Disegnare il sistema principale scelto, indicando l'incognita iperstatica corrispondente.

Q3.2 Trovare gli sforzi normali delle aste nel sistema "1".

N_1	N_2	N_3	N_4
$\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$	1	1

Q3.3 Calcolare il coefficiente di elasticità η_{11}.

$$\eta_{11} = 2(2+\sqrt{2})\frac{\ell}{r_E}$$

Q3.4 L'incognita iperstatica vale:

$$X = \frac{P}{2(2+\sqrt{2})} = \frac{2-\sqrt{2}}{4} P$$

Q3.5 Trovare l'abbassamento in A.

$$\frac{4-\sqrt{2}}{4}\frac{P\ell}{r_E}$$

Q3.6 Trovare il valore critico del carico.

$$(6\sqrt{2}-4)^{-1}\frac{\pi^2 r_F}{\ell}$$

Problema 4. Si consideri il problema di carico critico in fig. 4 in cui è presente un'imperfezione di carico $(0 < \frac{\beta}{\ell} << 1)$.

Q4.1 Scrivere le condizioni al bordo espresse rispetto a $v(z)$.

$$v'(0)=0,\ v'''(0)=0,\ v(\ell)=0,\ v''(\ell)=\beta\omega^2$$
con $\omega^2 = P/r_E$

Q4.2 Trovare l'espressione della funzione $v(z)$.

$$v(z) = \beta\left(\frac{\cos \omega z}{\cos \omega \ell} - 1\right)$$

SdC1 **A**

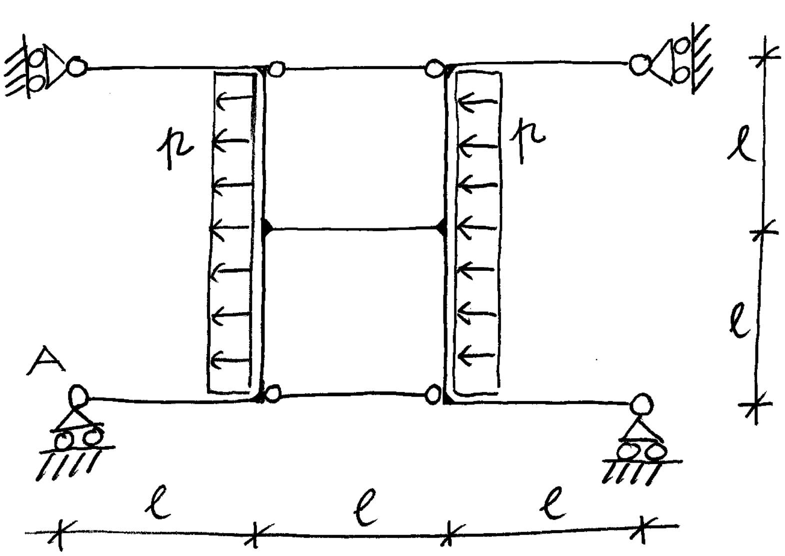


fig.1

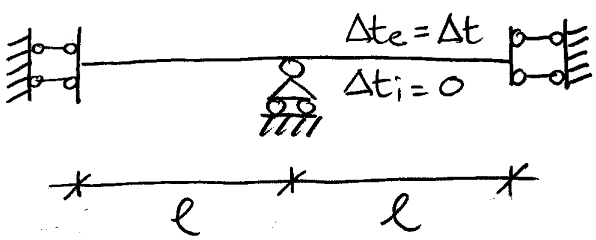


fig.2

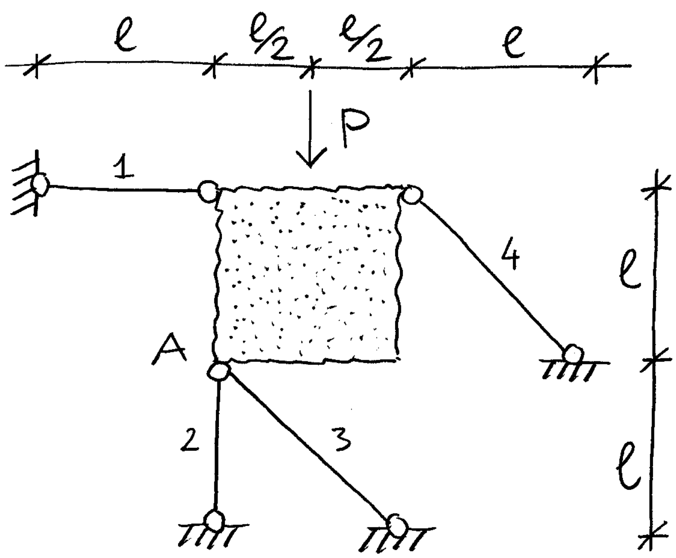


fig.3

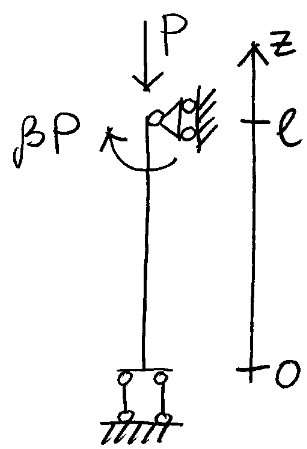


fig.4

Università degli Studi di Roma "Tor Vergata" - Facoltà di Ingegneria
Scienza delle Costruzioni - Anno Accademico 2010/11
Prova scritta del 5 settembre 2011

SdC **2B**

COGNOME: .... NOME: .... Matricola: ....

FIRMA: ....

Problema 1. Si consideri la travatura in fig. 1(a). La travatura giace nel piano $1-2$ e ha una sezione retta rettangolare sottile come in fig. 1(b). L'asse z sui quattro tratti è orientato come in figura. L'asse y è parallelo all'asse 3 con verso opposto. Agli estremi liberi sono applicate due forze uguali e opposte come in figura, con $\boldsymbol{f} = f\boldsymbol{e}_3$.

Q1.1 Trovare le caratteristiche della sollecitazione sulla sezione s a ridosso della saldatura.

N	T_x	T_y	M_t	M_x	M_y
0	0	$-f$	$-f\ell$	$-f\ell$	0

Q1.2 Calcolare il momento d'inerzia J_x.

$9\,a^3\delta$

Q1.3 Calcolare la tensione normale massima sulla sezione.

$\max\{T_{zz}\} = \dfrac{f\ell}{6a^2\delta}$

Q1.4 Calcolare la tensione tangenziale massima sulla sezione.

$\max\{\tau\} = \dfrac{f}{a\delta}\left(\dfrac{\ell}{6a} + \dfrac{5}{24}\right)$

Q1.5 Sia σ_{am} la tensione ammissibile del materiale. Si determini il minimo spessore δ della sezione affinchè, nel punto A della sezione s, la verifica di sicurezza secondo il criterio di Tresca sia soddisfatta. Si assuma $l = 20a$.

$\delta > \dfrac{10}{3}\sqrt{5}\,\dfrac{F}{a\,\sigma_{am}}$

Problema 2. Le sezioni sottili in Fig. 2 sono entrambe sottoposte a una forza di taglio $T_y = P$.

Q2.1 Calcolare il momento d'inerzia J_x delle due sezioni.

$\dfrac{5}{4}\,a^3\delta$

Q2.2 Calcolare la massima tensione tangenziale per la sezione in fig.2(a).

$\dfrac{1}{2}\,\dfrac{P}{\delta a}$

Q2.3 Calcolare la massima tensione tangenziale per la sezione in fig.2(b).

$\dfrac{9}{10}\,\dfrac{P}{\delta a}$

continua ...

Problema 3. Si consideri la sezione in fig. 3.

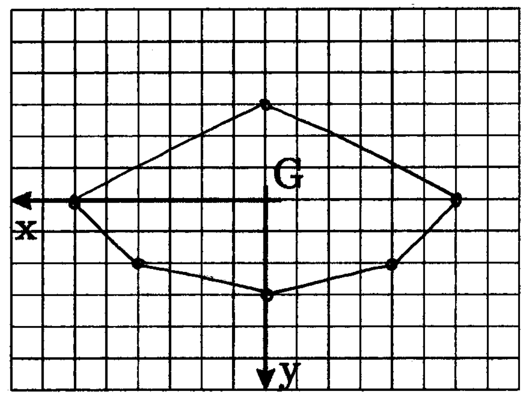
Q3.1 Si trovino i momenti d'inerzia J_x, J_y.

$J_x = \frac{55}{6} a^4, \quad J_y = \frac{122}{3} a^4$

Q3.2 Trovare il polo corrispondente alla polare r.

$x_R = -\frac{122}{147} a, \quad y_R = \frac{55}{294} a$

Q3.3 Disegnare qualitativamente il nocciolo centrale d'inerzia nello spazio riportato a fianco.



Q3.4 Considerando la sezione sottoposta a una forza normale eccentrica posta in C, trovare l'equazione dell'asse neutro.

$\frac{42}{55} y - \frac{42}{61} x + 1 = 0$

Problema 4. Sia dato il seguente tensore di sforzo

$$T = \begin{bmatrix} 0 & 2a & 1a \\ 2a & 4a & 2a \\ 1a & 2a & 1a \end{bmatrix},$$

espresso nella base ortonormale $\{e_1, e_2, e_3\}$.

Q4.1 Determinare se lo stato tensionale è piano e, in caso affermativo, trovare la normale al piano scarico (piano delle tensioni).

st. tens. piano $\quad \underset{\sim}{n}_P = \frac{1}{\sqrt{5}} (\underset{\sim}{e}_y - 2 \underset{\sim}{e}_z)$

Q4.2 Trovare la tensione normale sulla giacitura di normale $n = \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 + e_2 + e_3)$.

$\sigma_N = 5a$

Q4.3 Trovare la tensione tangenziale massima sulla stessa giacitura.

$\sigma_T = \sqrt{\frac{14}{3}} a$

Q4.4 Calcolare tensioni e direzioni principali.

$\lambda_{1/3} = \frac{5 \pm 3\sqrt{5}}{2} \qquad \lambda_2 = 0$

$[\underset{\sim}{n}_1] = \begin{bmatrix} \frac{3\sqrt{5}-5}{2} \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad [\underset{\sim}{n}_3] = \begin{bmatrix} \frac{3\sqrt{5}+5}{2} \\ -2 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \underset{\sim}{n}_2 = \underset{\sim}{n}_P$

SdC2 **B**

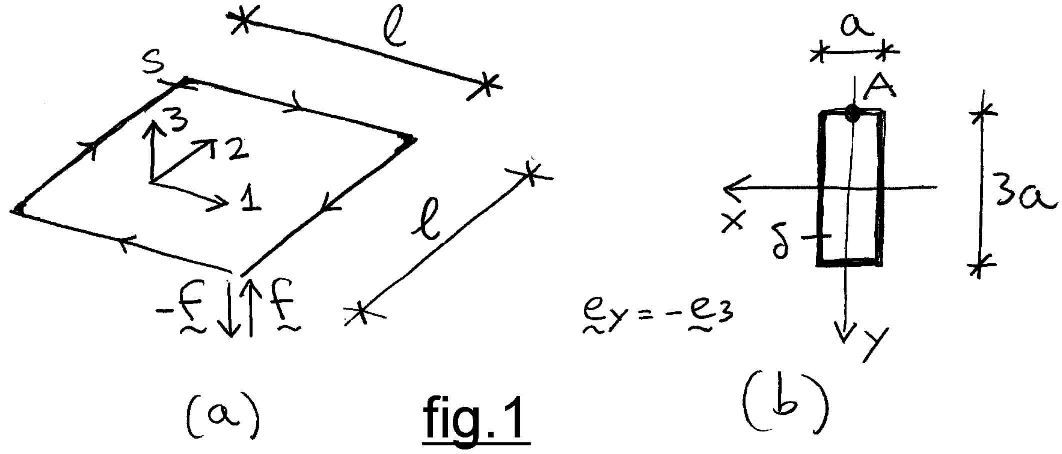


fig.1

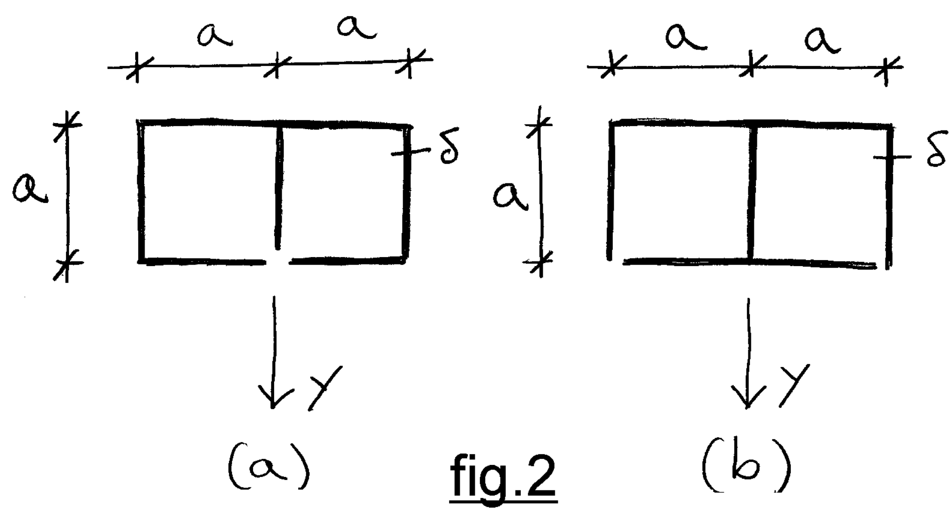


fig.2

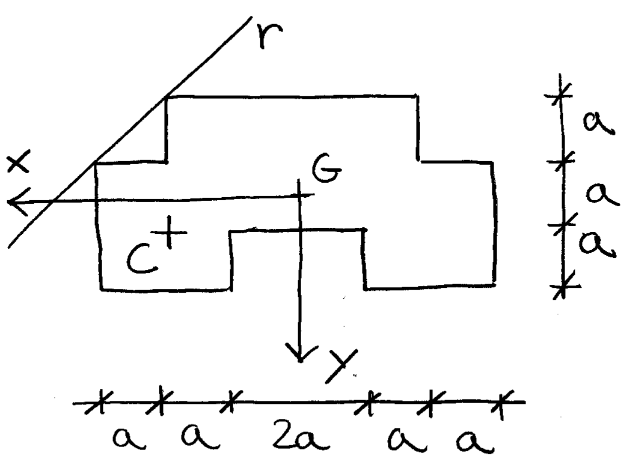


fig.3

Università degli Studi di Roma "Tor Vergata" - Facoltà di Ingegneria
Scienza delle Costruzioni - Anno Accademico 2010/11
Prova scritta del 16 settembre 2011

SdC **1A**

COGNOME: .... NOME: .... Matricola: ....

FIRMA: ....

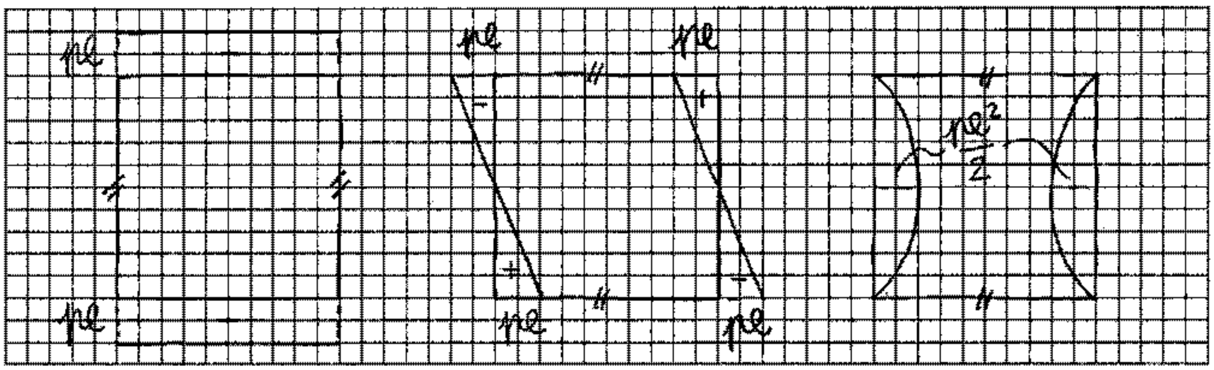
Nota sui criteri di valutazione: diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione errati o omessi comportano una forte penalizzazione nella valutazione complessiva della prova.

Problema 1. Si consideri la travatura in fig. 1.

Q1.1 Calcolare il momento flettente in corrispondenza del doppio pendolo.

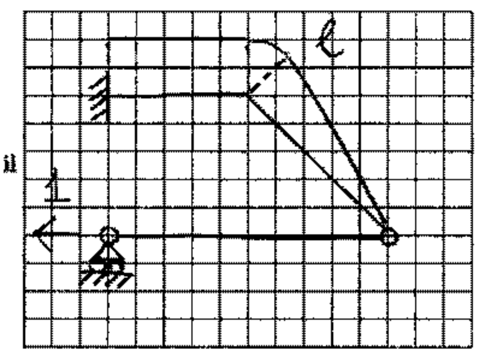
$\frac{p\ell^2}{2}$ tende le fibre a destra

Q1.2 Si traccino i diagrammi quotati delle caratteristiche di sollecitazione.



N **T** **M**

Problema 2. Si consideri la travatura in fig. 2. Tutti i tratti hanno rigidezza flessionale r_F. Le deformazioni estensionali e di scorrimento sono trascurabili.



Q2.1 Dopo aver effettuato la scelta del sistema principale, si tracci il diagramma quotato del momento flettente nel sistema "1", indicando l'incognita iperstatica corrispondente.

Q2.2 Si trovi il coefficiente di elasticità η_{11}.

$$\left(1+\frac{\sqrt{2}}{3}\right)\frac{\ell^3}{r_F}$$

Q2.3 L'incognita iperstatica vale:

$$-\frac{9+2\sqrt{2}}{2(3+\sqrt{2})}p = \frac{-23+3\sqrt{2}}{14}p$$

Q2.4 Trovare la rotazione in D.

$$\frac{2-3\sqrt{2}}{14}\frac{p\ell^2}{r_F}$$

Q2.5 Trovare il valore del carico per cui il pendolo AB si instabilizza.

$$\left(\frac{23-3\sqrt{2}}{14}\right)^{-1}\frac{\pi^2 r_F}{4\ell^2}$$

continua ...

Problema 3. Si consideri la trave in fig. 3, sottoposta a dei carichi distribuiti e a una variazione di temperatura ($\Delta t > 0$).

Q3.1 Trovare l'espressione della linea elastica $w(z)$ per $z \in (-\frac{l}{2}, \frac{l}{2})$.

$w(z) = \left(-\frac{ql}{3r_E} + \frac{2}{3}\alpha\Delta t\right) z, \; z \in \left(-\frac{l}{2}, \frac{l}{2}\right)$

Q3.2 Trovare lo sforzo normale in $z = \frac{3}{2}l$.

$\frac{2}{3}ql - \frac{\alpha \Delta t \, r_E}{3}$

Q3.3 Trovare il massimo valore assoluto dello sforzo normale.

$\max |N| = \frac{1}{3}(ql + \alpha \Delta t \, r_E)$

Problema 4. Si consideri la travatura in fig. 4, composta da tratti rettilinei e da archi di circonferenza di raggio l.

Q4.1 Trovare l'espressione del momento flettente sul tratto AB in funzione di θ.

$M = Pl\left(\sin\theta + \frac{1}{2}\cos\theta - 1\right)$

Q4.2 Trovare il massimo valore assoluto del momento flettente.

$\frac{Pl}{2}$

SdC1 **A**

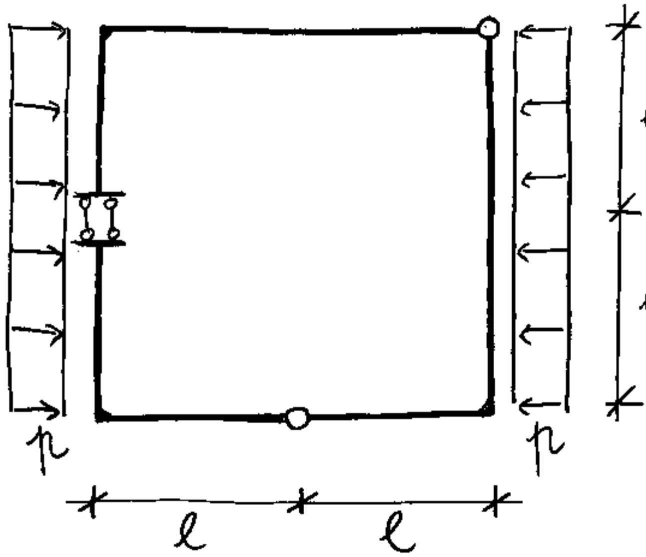
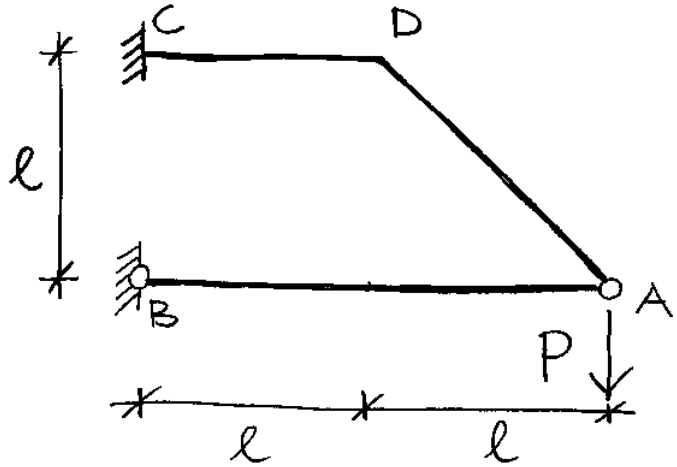


fig.1

fig.2



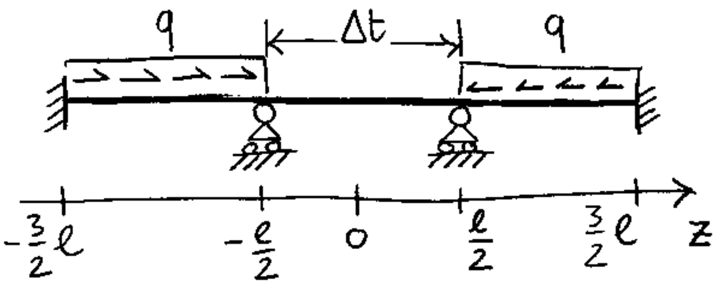
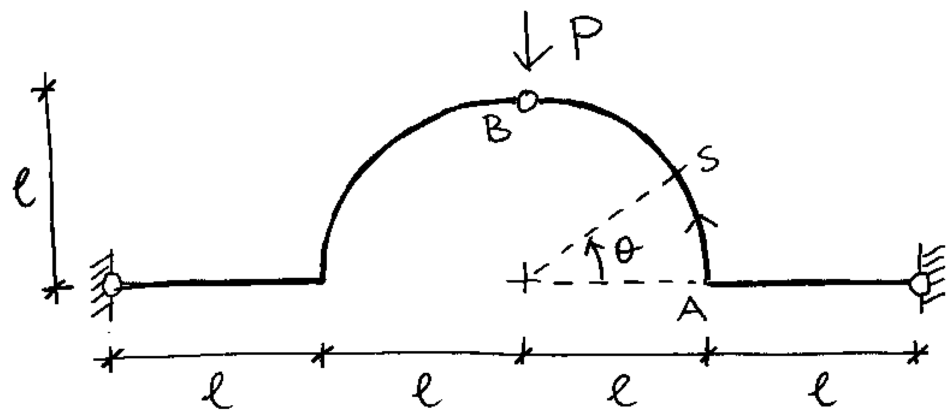


fig.3

fig.4



Università degli Studi di Roma "Tor Vergata" - Facoltà di Ingegneria
Scienza delle Costruzioni - Anno Accademico 2010/11
Prova scritta del 16 settembre 2011

SdC 2B

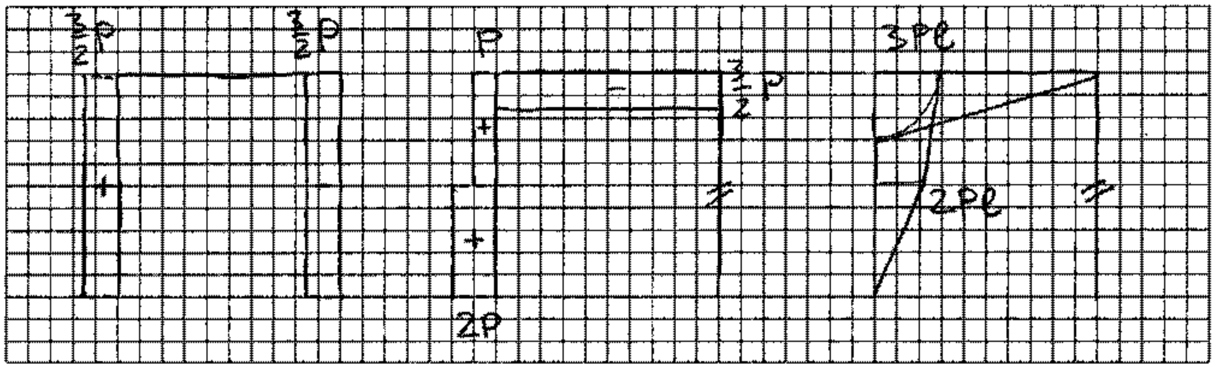
COGNOME: .... NOME: .... Matricola: ....

FIRMA: ....

Nota sui criteri di valutazione: diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione errati o omessi comportano una forte penalizzazione nella valutazione complessiva della prova.

Problema 1. Si consideri la travatura in fig. 1.

Q1.1 Si traccino i diagrammi quotati delle caratteristiche di sollecitazione.



N **T** **M**

Q1.2 Tra le sezioni di controllo indicate in figura, quali sono quelle più significative ai fini delle verifiche di resistenza? S_1, S_2

Problema 2. La sezione sottile in fig. 2 ($\delta << a$) è sottoposta alla forza di taglio T_y accompagnata dal momento flettente M_x ($N = T_x = 0, M_y = M_t = 0$).

Q2.1 Calcolare il momento d'inerzia J_x. $J_x = \frac{52}{3} a^3 \delta$

Q2.2 Determinare la massima tensione normale sulla sezione. $\max\{T_{zz}\} = \frac{3}{52} \frac{M_x}{\delta a^2}$

Q2.3 Determinare la massima tensione tangenziale sulla sezione. $\max\{\tau\} = \frac{27}{104} \frac{T_y}{a\delta}$

Si ponga ora $T_y = P$ e $M_x = 20Pa$.

Q2.4 Determinare la tensione ideale nel punto A secondo il criterio di resistenza di von Mises. $\sigma_{\text{id}}^{(M)}(A) = \frac{6}{13}\sqrt{7} \frac{P}{\delta a}$

Q2.5 Calcolare la densità di energia elastica nel punto A. $w(A) = \frac{9}{338}\left(\frac{25}{E} + \frac{1}{G}\right)\frac{P^2}{\delta^2 a^2}$

continua ...

Problema 3. Si consideri la sezione in fig. 3 sottoposta soltanto a un momento flettente $\boldsymbol{M} = M\boldsymbol{e}_2$.

Q3.1 Determinare la distanza d del baricentro dal lembo a sinistra.	$\frac{5}{6}d$
Q3.2 Calcolare i momenti d'inerzia principali centrali J_x e J_y.	$J_x = \frac{7}{12}$ $J_y = \frac{5}{4}$
Q3.3 Trovare l'equazione dell'asse neutro nel riferimento principale.	$y = \frac{7}{15}x$
Q3.4 Trovare la tensione normale minima.	$\min\{T_{zz}\} = \frac{44}{35}\frac{M}{a^3}$

Problema 4. La sezione sottile in fig. 4(a) è sottoposta al momento torcente M_t.

Q4.1 Calcolare la tensione tangenziale massima utilizzando la teoria di Bredt (vedere fig. 4(b)).	$\frac{M}{2a\delta^2}$
Q4.2 Calcolare la tensione tangenziale massima assimilando la sezione a un insieme di tre rettangoli (vedere fig. 4(c)).	$\frac{3}{8}\frac{M}{a\delta^2}$

SdC2 **B**

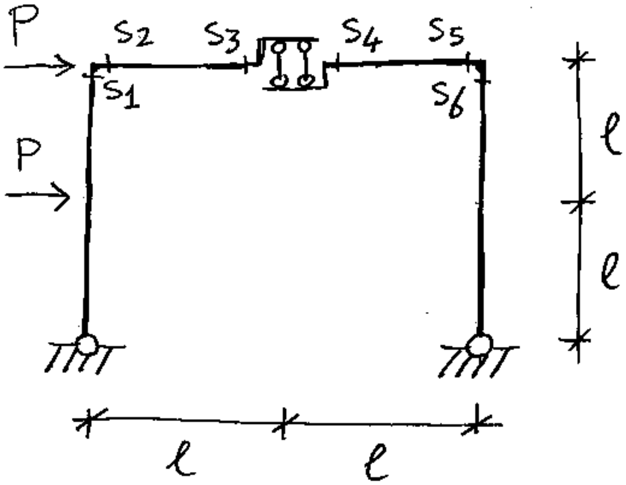


fig.1

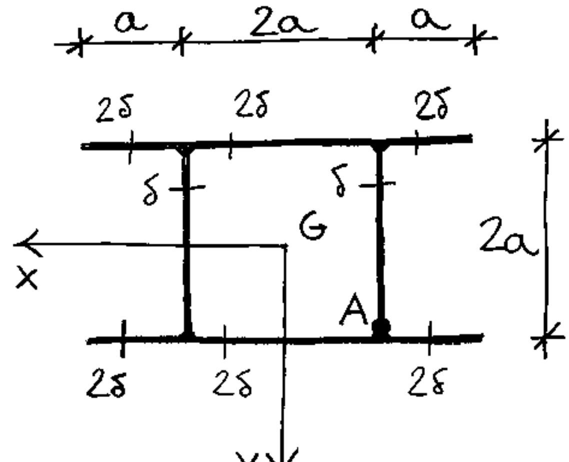


fig.2

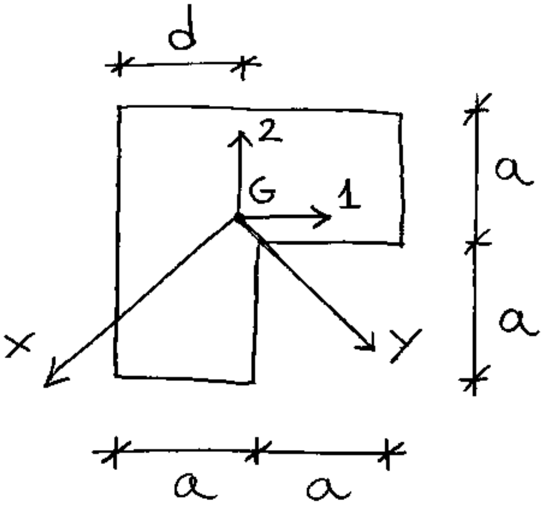


fig.3

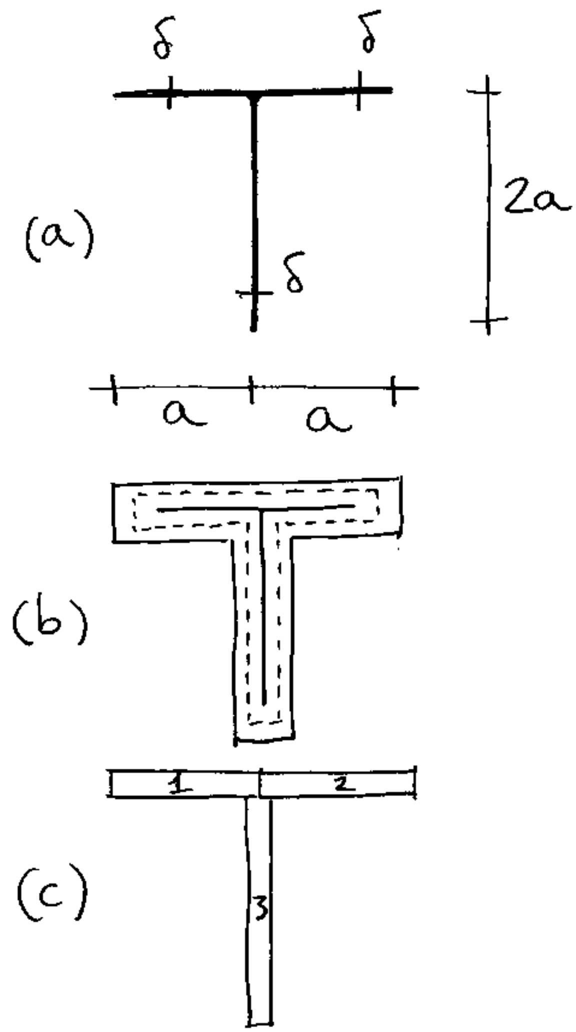


fig.4