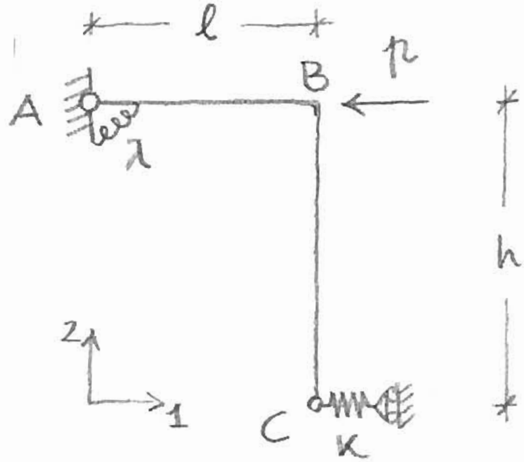
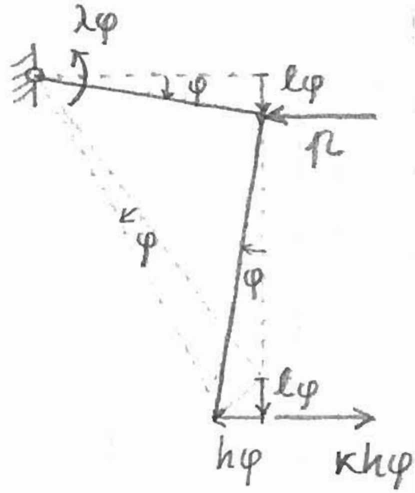
1





La struttura ruota intorno al punto A.

φ è l'angolo di rotazione in senso orario.

Lo spostamento di B è $\underset{\sim}{s}_B = -\ell\varphi\, \underset{\sim}{e}_2$.

Lo spostamento di C è $\underset{\sim}{s}_C = -h\varphi\, \underset{\sim}{e}_1 - \ell\varphi\, \underset{\sim}{e}_2$.

La molla in A reagisce con una coppia $\lambda\varphi\, \underset{\sim}{e}_3$.

La molla in C reagisce con $\kappa h\varphi\, \underset{\sim}{e}_1$.

Bilancio dei momenti intorno ad A:

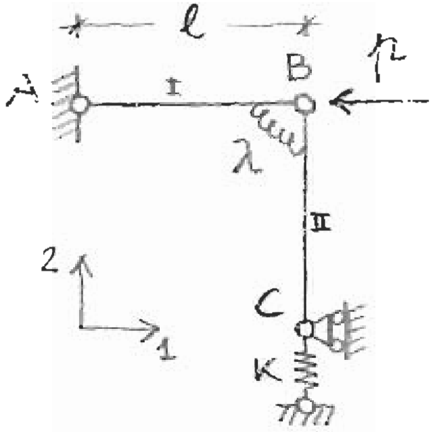
$$0 = M_A = -p\ell\varphi + \lambda\varphi + \kappa h\varphi(h + \ell\varphi)$$

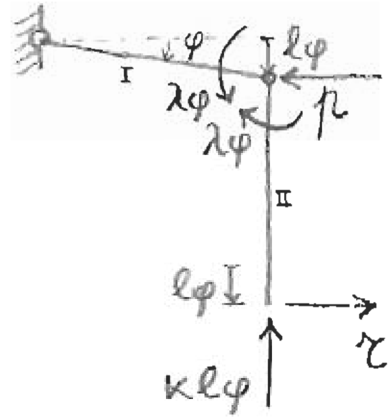
$$\Leftrightarrow \quad -p\ell\varphi + \lambda\varphi + \kappa h^2\varphi + \underbrace{\cancel{\kappa h\ell\varphi^2}}_{\text{termine di ordine superiore}} = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad \varphi\left(\frac{\lambda + \kappa h^2}{\ell} - p\right) = 0$$

Il carico critico vale $p_c = \dfrac{\lambda + \kappa h^2}{\ell}$

2





Il primo corpo ruota intorno ad A di un angolo φ.

Il secondo corpo trasla lungo 2 (centro all'infinito in direzione 1).

I punti del II corpo si spostano di $\underset{\sim}{s}^{II} = -\ell\varphi\,\underset{\sim}{e}_2$.

La rotazione relativa tra i due corpi vale $|\Delta\varphi| = |\varphi^{II} - \varphi^{I}| = |\varphi|$.

La molla in B esercita due coppie uguali e opposte in modo da riportare il sistema nella configurazione indeformata.

Bilancio dei momenti per il II corpo intorno a B:

$$0 = M_B^{II} = -\lambda\varphi + \tau h \iff \tau = \frac{\lambda}{h}\varphi$$

Bilancio dei momenti per l'intera struttura intorno ad A:

$$0 = M_A = -p\ell\varphi + k\ell^2\varphi + \tau(h+\ell\varphi)$$

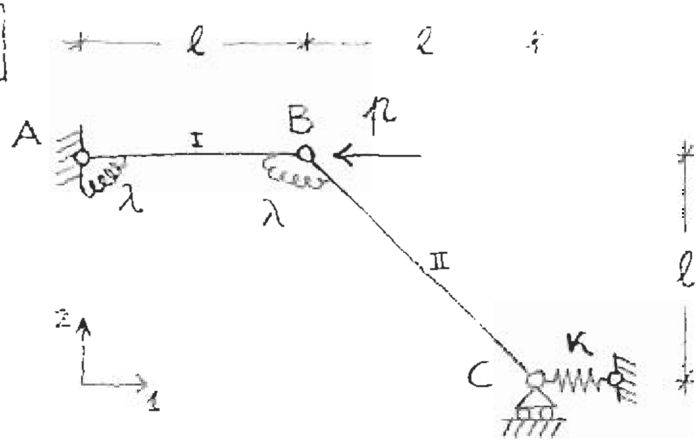
$$\iff -p\ell\varphi + k\ell^2\varphi + \lambda\varphi + \cancel{\lambda\frac{\ell}{h}\varphi^2} = 0$$

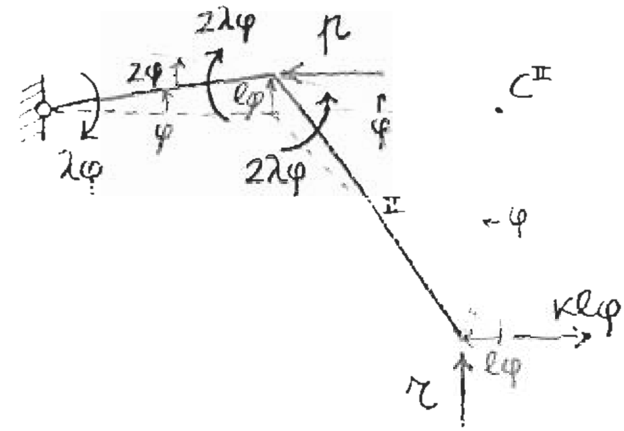
$$\iff \varphi\left(p - \frac{k\ell^2+\lambda}{\ell}\right) = 0$$

Il carico critico vale $p_c = \dfrac{k\ell^2+\lambda}{\ell}$

Nota: p_c non dipende da h.

3





Il centro C^{II} si trova all'intersezione della retta per AB e della retta verticale passante per C.

La rotazione relativa tra i due corpi vale $|\Delta\varphi| = |2\varphi|$.

Le azioni degli organi elastici tendono a riportare la struttura nella configurazione iniziale.

Bilancio dei momenti per il II corpo intorno a B:

$$0 = M_B^{II} = 2\lambda\varphi + r\,l(1-\varphi) + K l^2 \varphi (1+\varphi)$$

da luogo ad un φ^2

$$r = -\frac{2\lambda + K l^2}{l}\,\frac{\varphi}{1-\varphi}$$

(se φ è piccolo $\frac{1}{1\pm\varphi} \simeq 1\mp\varphi$)

$$r = -\frac{2\lambda + K l^2}{l}\,\varphi(1+\cancel{\varphi})$$

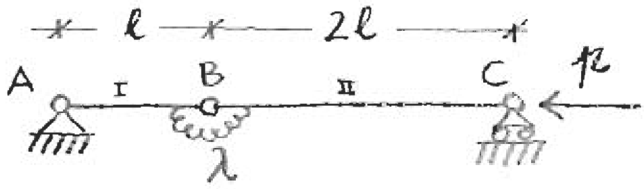
Bilancio dei momenti per l'intera struttura intorno ad A

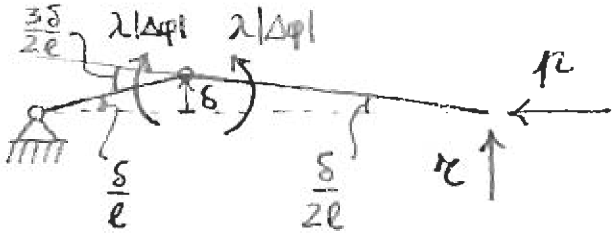
$$0 = M_A = p\,l\varphi - \lambda\varphi + r\,l(2-\cancel{\varphi}) + K l^2 \varphi$$

$$\Longleftrightarrow \quad \varphi\left[p\,l - \lambda - 2(2\lambda + K l^2) + K l^2\right] = 0$$

Il carico critico vale $p_c = \dfrac{5\lambda + K l^2}{l}$

7





Il I corpo ed il II corpo ruotano rispettivamente intorno ad A e C.

Lo spostamento di B è: $\underset{\sim}{s}_B = \delta\, \underset{\sim}{e}_2$ con $\delta = \varphi^{I}\ell = \varphi^{II}2\ell$

Il I corpo ruota di $\varphi^{I} = \frac{\delta}{\ell}$ in senso antiorario; il II corpo ruota di $\varphi^{II} = \frac{\delta}{2\ell}$ in senso orario.

Bilancio dei momenti dell'intera struttura intorno ad A: $\tau = 0$.

Bilancio dei momenti per il II corpo intorno a B:

$$-p\delta + \lambda\left(\frac{3}{2}\frac{\delta}{\ell}\right) = 0 \iff \delta\left(p - \frac{3}{2}\frac{\lambda}{\ell}\right) = 0$$

Il carico critico vale $p_c = \frac{3}{2}\frac{\lambda}{\ell}$