

Università degli Studi di Roma "Tor Vergata" - Facoltà di Ingegneria
Meccanica dei Solidi 1 / Statica 1 - Anno Accademico 2006/07
Prova Intercorso - 31/03/2007

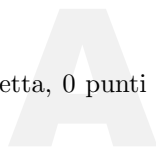
COGNOME:

NOME:

Matricola:

FIRMA:

Criterio di valutazione: 2 punti per ogni risposta corretta, 0 punti per ogni risposta errata o omessa, -0.5 punti per ogni risposta a scelta multipla errata.



Problema 1. Si considerino i seguenti vettori:

$$\mathbf{a} = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2, \quad \mathbf{b} = \mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_3, \quad \mathbf{c} = -\mathbf{e}_1 - 2\mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3.$$

Q1.1 Calcolare il prodotto scalare $(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \cdot (\mathbf{b} + \mathbf{c})$.

$$(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \cdot (\mathbf{b} + \mathbf{c}) = -3$$

Q1.2 Calcolare il vettore $(\mathbf{b} \times \mathbf{a}) \times (\mathbf{a} \times \mathbf{c})$.

$$(\mathbf{b} \times \mathbf{a}) \times (\mathbf{a} \times \mathbf{c}) = \mathbf{0}$$

Q1.3 Calcolare il prodotto scalare $(\mathbf{a} \times \mathbf{c}) \cdot (\mathbf{c} \times \mathbf{b})$.

$$(\mathbf{a} \times \mathbf{c}) \cdot (\mathbf{c} \times \mathbf{b}) = 3$$

Problema 2. Facendo riferimento alla fig. 1, si consideri il sistema piano di forze e coppie $\mathcal{S}_1 = \{(P_1, \mathbf{f}_1), (P_2, \mathbf{f}_2), (P_3, \mathbf{f}_3), (P_4, \mathbf{f}_4); (Q, \mathbf{c})\}$, con

$$P_1 \equiv (2L, 0) \quad P_2 \equiv (2L, -2L) \quad P_3 \equiv (-2L, -L) \quad P_4 \equiv (-L, 2L) \quad Q \equiv (3L, 3L)$$

$$\mathbf{f}_1 = F(-2\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2) \quad \mathbf{f}_2 = F\mathbf{e}_1 \quad \mathbf{f}_3 = F(\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2) \quad \mathbf{f}_4 = -F\mathbf{e}_2 \quad \mathbf{c} = -2FL\mathbf{e}_3.$$

Si assuma $L, F > 0$.

Q2.1 Calcolare il momento risultante rispetto all'origine O .

$$\mathbf{m}(O) = 2FL\mathbf{e}_3$$

Q2.2 L'asse centrale del sistema \mathcal{S}_1 passa per il punto di coordinate

☐ $(-2L, L)$

☐ $(-L, 2L)$

☐ $(0, 0)$

☒ $(2L, -L)$

☐ altro

Si consideri il sistema di forze e coppie $\mathcal{S}_2 = \{(P_1, \mathbf{g}_1), (O, \mathbf{g}_2); (O, \tilde{\mathbf{c}})\}$, con $P_1 \equiv (2L, 0)$, $\mathbf{g}_1 = 2F\mathbf{e}_2$ e $\mathbf{g}_2 = -F\mathbf{e}_2$.

Q2.3 Trovare la coppia $\tilde{\mathbf{c}}$ tale che il sistema \mathcal{S}_2 sia equipollente al sistema \mathcal{S}_1 .

$$\tilde{\mathbf{c}} = -2FL\mathbf{e}_3$$

Q2.4 L'asse centrale del sistema \mathcal{S}_2 coincide con quello del sistema \mathcal{S}_1 .

☒ V ☐ F

continua ...

Problema 3. Facendo riferimento alla fig. 2, si consideri la forza (Q, \mathbf{f}) , dove $Q \equiv (L, L)$ e $\mathbf{f} = F \mathbf{e}_2$ ($L, F > 0$). Si pensi di decomporre la forza (Q, \mathbf{f}) nel sistema piano di forze $\mathcal{S} = \{(P_i, \mathbf{f}_i), i = 1, \dots, 3\}$, con

$$P_1 \equiv P_2 \equiv (L, 0) \quad P_3 \equiv (0, L); \quad \mathbf{f}_1 = y_1(\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2) \quad \mathbf{f}_2 = y_2(-\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2) \quad \mathbf{f}_3 = y_3(\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2)$$

(le rette r_1, r_2, r_3 sono, rispettivamente, le rette d'azione delle forze $\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, \mathbf{f}_3$.)

Q3.1 Determinare l'incognita y_1 .

$$y_1 = \frac{F}{2}$$

Q3.2 Determinare l'incognita y_2 .

$$y_2 = \frac{F}{2}$$

Q3.3 L'incognita y_3 è nulla.

☒ V ☐ F

Di qui in avanti, fermi restando tutti gli altri dati, si prendano i punti P_1, P_2, P_3 di applicazione delle forze coincidenti nel punto $R \equiv (L/2, L/2)$.

Facendo riferimento alla fig. 3a, si pensi di decomporre la forza $\mathbf{g} = F(-\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2)$ applicata in $Q \equiv (L, L)$ nel sistema di forze $\mathcal{R} = \{(R, \mathbf{f}_1), (R, \mathbf{f}_2), (R, \mathbf{f}_3)\}$.

Q3.4 La decomposizione della forza (Q, \mathbf{g}) nel sistema \mathcal{R} è:

☒ impossibile ☐ possibile, in un unico modo ☐ possibile, in infiniti modi

Facendo riferimento alla fig. 3b, si pensi di decomporre la forza (Q, \mathbf{h}) , con $\mathbf{h} = F(\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2)$, nel sistema di forze \mathcal{R} .

Q3.5 La decomposizione della forza (Q, \mathbf{h}) nel sistema \mathcal{R} è:

☐ impossibile ☐ possibile, in un unico modo ☒ possibile, in infiniti modi

Problema 4. Si consideri il campo di velocità rigido \mathbf{v} definito in ogni punto del cubo rigido di spigolo L in fig. 4. E' nota la velocità dei seguenti punti:

$$P_1 \equiv (L, 0, 0) \quad \mathbf{v}(P_1) = 2V(\mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3), \quad P_2 \equiv (0, 0, L) \quad \mathbf{v}(P_2) = -V(\mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_3), \quad P_3 \equiv O \quad \mathbf{v}(P_3) = V\mathbf{e}_3.$$

Inoltre, al cubo è applicato il sistema di forze e coppie $\mathcal{S} = \{(Q, \mathbf{f}), (R, \mathbf{c})\}$, con

$$Q \equiv (L, L, L) \quad \mathbf{f} = F\mathbf{e}_1$$

$$R \equiv (0, L, 0) \quad \mathbf{c} = FL\mathbf{e}_3.$$

Q4.1 Il vettore velocità angolare $\boldsymbol{\omega}$ vale:

☐ $\frac{V}{L}(2\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3)$ ☒ $\frac{V}{L}(2\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2 + 2\mathbf{e}_3)$ ☐ $\frac{V}{L}(\mathbf{e}_1 - 2\mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3)$ ☐ $\frac{V}{L}(-\mathbf{e}_1 - 2\mathbf{e}_2 + 2\mathbf{e}_3)$ ☐ altro

Q4.2 Calcolare la velocità nel punto Q .

$$\mathbf{v}(Q) = V(-3\mathbf{e}_1 + 4\mathbf{e}_3)$$

Q4.3 Il campo di velocità \mathbf{v} ha componente costante nella direzione vers $(\mathbf{e}_1 - 2\mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3)$ in tutti i punti del cubo. ☐ V ☒ F

Q4.4 La potenza spesa dal sistema di forze e coppie \mathcal{S} vale:

☒ $-FV$ ☐ 0 ☐ FV ☐ $2FV$ ☐ altro

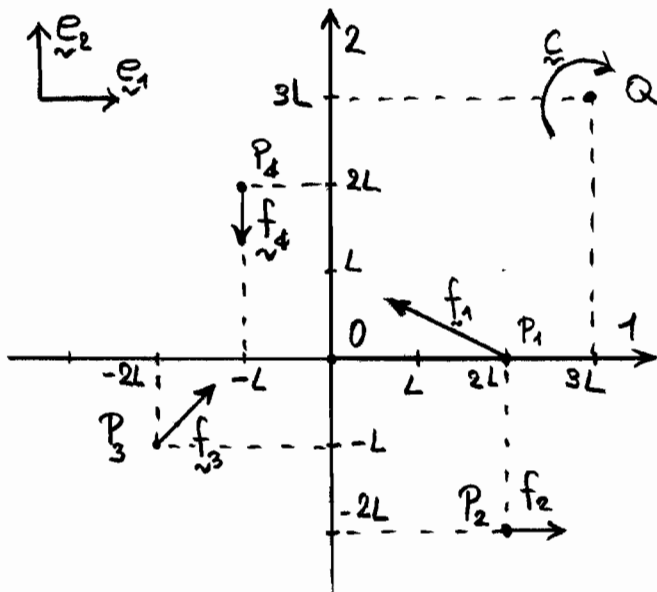


Fig. 1

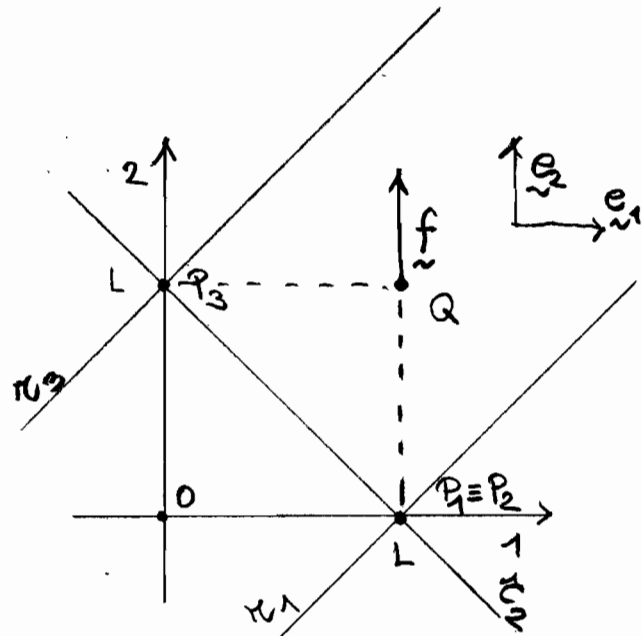
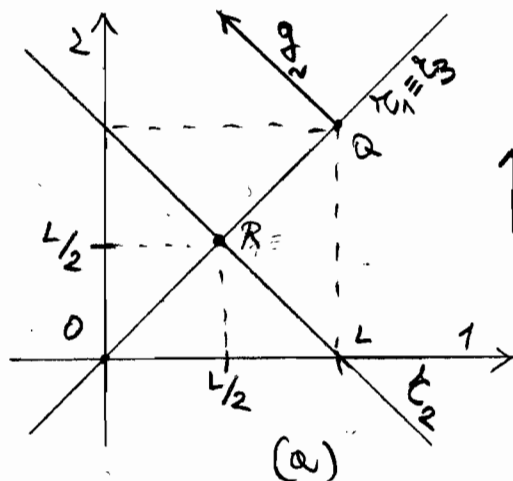
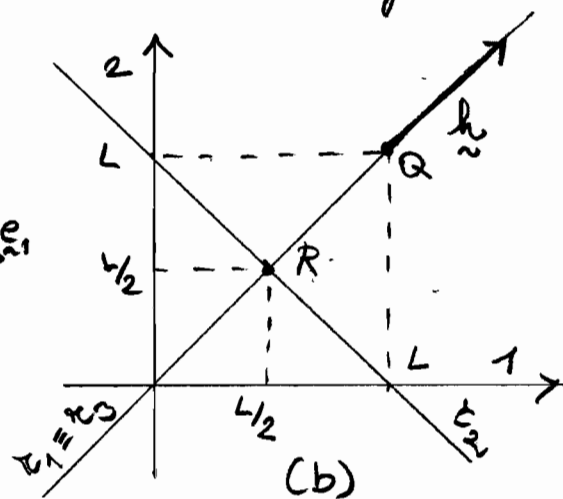
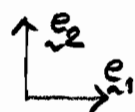


Fig. 2



(a)



(b)

Fig. 3

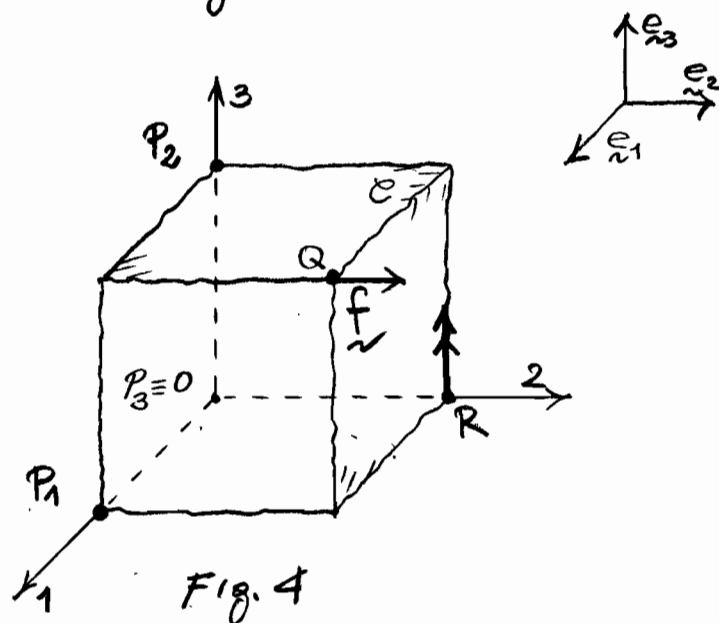


Fig. 4