

COGNOME:

NOME:

Matricola:

FIRMA:

Criterio di valutazione: 2 punti per ogni risposta corretta, 0 punti per ogni risposta omessa, 0 punti per ogni risposta a completamento errata, -0.5 punti per ogni risposta a scelta multipla errata.

Problema 1. I sistemi materiali in Fig. 1(a), 1(b), 1(c), hanno uguale massa M . Sia m la massa puntiforme ai vertici del rettangolo in Fig. 1(a), ρ_s la massa per unità di superficie del rettangolo in Fig. 1(b) e ρ_ℓ la massa per unità di lunghezza dei lati del rettangolo in Fig. 1(c).

Q1.1 Trovare le espressioni di ρ_s e ρ_ℓ in funzione di m (un punto per ogni valore corretto, nessun punto per ogni valore errato od omesso).

$$\rho_s = \frac{4}{3} \frac{m}{e^2} ; \rho_\ell = \frac{1}{2} \frac{m}{e}$$

Q1.2 Calcolare il momento d'inerzia polare rispetto al centro di massa del sistema in Fig. 1(a).

$$J_G^{(a)} = 10 m e^2$$

Q1.3 Ordinare dal più piccolo al più grande i momenti d'inerzia polare rispetto al centro di massa $J_G^{(a)}$, $J_G^{(b)}$, $J_G^{(c)}$, dei tre sistemi:

$$J_G^{(b)} \leq J_G^{(c)} \leq J_G^{(a)}$$

Q1.4 Il sistema dinamico in Fig. 1(d) si ottiene incernierando il sistema di Fig. 1(a) in A e aggiungendo le due molle in B e C . Calcolare la pulsazione p del sistema.

$$p = \sqrt{\frac{5}{12} \frac{k}{m}}$$

Problema 2. Si consideri il sistema dinamico in Fig. 2, la cui configurazione generica è individuata dagli spostamenti orizzontali dei punti A e B , $q_1(t)$ e $q_2(t)$. Si noti che i due corpi AC e CB sono incernierati in C dove è anche concentrata la massa m .

Q2.1 Si calcolino i coefficienti della matrice delle masse M (due terzi di punto per ogni valore corretto, nessun punto per ogni valore errato od omesso).

M_{11}	M_{12}	M_{22}
$4\lambda \frac{m}{e^2} + k$	$-4\lambda \frac{m}{e^2}$	$4\lambda \frac{m}{e^2} + k$

Q2.2 Si calcolino i coefficienti della matrice delle rigidità K (due terzi di punto per ogni valore corretto, nessun punto per ogni valore errato od omesso).

K_{11}	K_{12}	K_{22}
$\frac{5}{4} m$	$-\frac{3}{4} m$	$\frac{5}{4} m$

Q2.3 I modi di vibrazione $\mathbf{q}^{(i)} = [q_1^{(i)}, q_2^{(i)}]$ ($i = 1, 2$) hanno la forma $q_1^{(1)} = q_2^{(1)}$, $q_1^{(2)} = -q_2^{(2)}$.

■ V □ F

Q2.4 Calcolare il valore di λ affinché le due pulsazioni $p^{(1)}$ e $p^{(2)}$ siano uguali.

$$\lambda = \frac{3}{8} k e^2$$

continua ...

Problema 3. Si consideri il problema di carico critico in figura 3. Sia φ l'angolo di rotazione antioraria del tratto AB intorno ad A.

Q3.1 Ai fini della teoria linearizzata, a seguito della rotazione φ , il modulo della reazione del carrello in C vale:

$$r_C = \frac{1}{4} k \ell |\varphi|$$

Q3.2 Il carico critico del sistema vale:

☐ $\frac{2\lambda}{\ell} + \frac{3}{2} k \ell$

☐ $\frac{\lambda}{\ell} + \frac{7}{4} k \ell$

☐ $\frac{\lambda}{\ell} + \frac{9}{4} k \ell$

☐ $\frac{\lambda}{\ell} - \frac{3}{4} k \ell$

☒ altro

Problema 4. Si consideri il problema di carico critico in figura 4. Siano φ_I e φ_{II} gli angoli equiversi di rotazione assoluta dei tratti I e II.

Q4.1 Ai fini della teoria linearizzata, scrivere le equazioni di equilibrio in forma matriciale (un punto per ogni equazione corretta, nessun punto per valori errati o omessi).

$$\begin{bmatrix} \lambda & p\ell - 2\lambda \\ p\ell & p\ell - \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_I \\ \varphi_{II} \end{bmatrix} = 0.$$

Q4.2 Calcolare il valore critico del carico.

$$p_c = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \frac{\lambda}{\ell}$$

Q4.3 Calcolare l'autovettore del sistema associato a p_c .

$$[\varphi_I, \varphi_{II}] = \left[\frac{1 + \sqrt{5}}{2}, 1 \right] \varphi_{II}$$

Problema 5. Si consideri il sistema presollecitato con cinematismi di Fig. 5.

Q5.1 Quanti stati di presollecitazione indipendenti possiede il sistema?

☐ 0

☐ 1

☒ 2

☐ più di 2

Q5.2 Il vettore di sollecitazioni interne $\mathbf{t} = [N_{AB}, N_{AC}, N_{BC}, N_{AD}, N_{CE}]^T = [0, N_1, N_2, N_1, N_2]^T$ rappresenta uno stato di presollecitazione del sistema.

☐ V ☒ F

Q5.3 Se $s_B = \delta e_x$ è lo spostamento del punto B, allora lo spostamento del punto A vale:

$$s_A = \delta e_x - \delta e_y$$

Problema 6. Si consideri il sistema reticolare tridimensionale in figura 6.

Q6.1 Calcolare gli sforzi (positivi se di trazione) in tutte le aste quando agisce solamente il carico $\mathbf{f}_A = -f \mathbf{e}_z$ (un terzo di punto per ogni valore corretto, nessun punto per ogni valore errato od omesso).

asta	AB	AC	AD
N	0	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2} f$
asta	AE	BD	BE
N	$-\frac{\sqrt{2}}{2} f$	0	0

Q6.2 Calcolare gli sforzi (positivi se di trazione) in tutte le aste quando agisce solamente il carico $\mathbf{f}_B = -f \mathbf{e}_z$ (un terzo di punto per ogni valore corretto, nessun punto per ogni valore errato od omesso).

asta	AB	AC	AD
N	$\sqrt{2} f$	$\sqrt{2} f$	$-\sqrt{2} f$
asta	AE	BD	BE
N	$-\sqrt{2} f$	$-\frac{\sqrt{2}}{2} f$	$-\frac{\sqrt{2}}{2} f$

Fig. 1

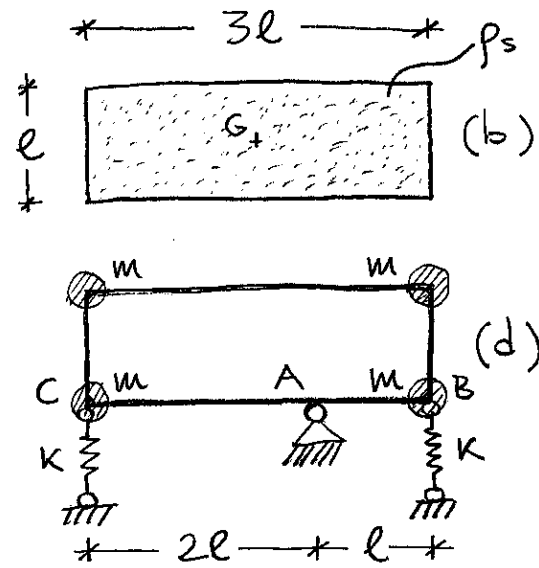
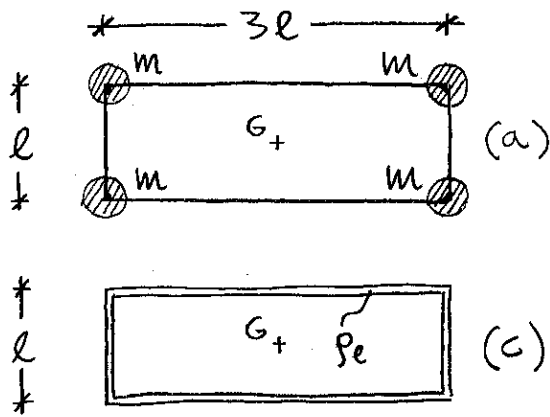


Fig. 2

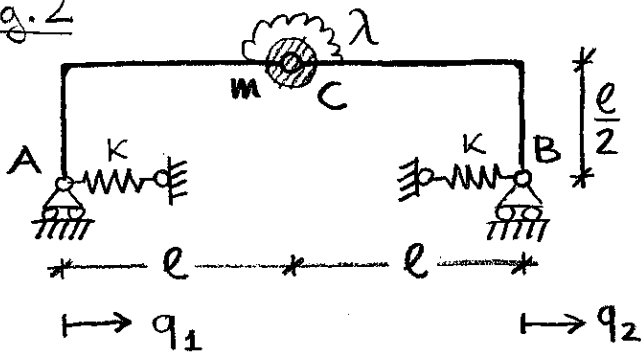


Fig. 3

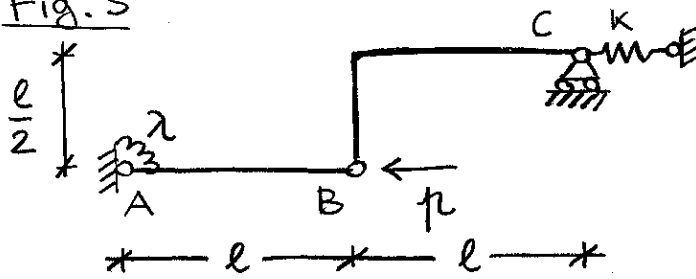


Fig. 4

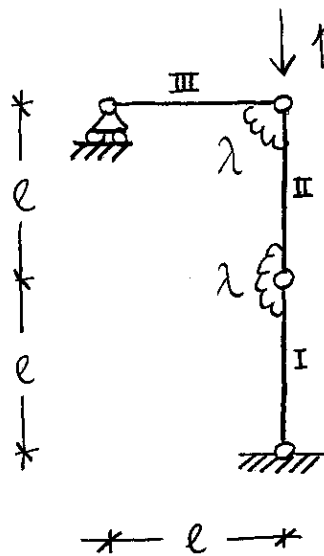
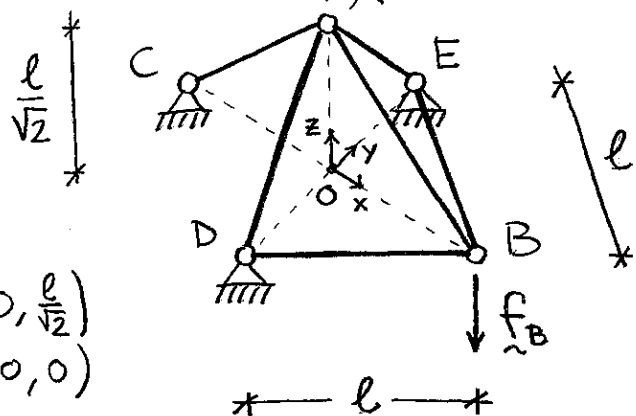


Fig. 6



$$\begin{aligned} A &\equiv (0, 0, \frac{\ell}{\sqrt{2}}) \\ B &\equiv (\frac{\ell}{\sqrt{2}}, 0, 0) \\ C &\equiv (-\frac{\ell}{\sqrt{2}}, 0, 0) \\ D &\equiv (0, -\frac{\ell}{\sqrt{2}}, 0) \\ E &\equiv (0, \frac{\ell}{\sqrt{2}}, 0) \end{aligned}$$