

COGNOME: NOME: Matricola:

FIRMA: CdS:

Criterio di valutazione: 2 punti per ogni risposta corretta, 0 punti per ogni risposta errata o omessa, -0.5 punti per ogni risposta a scelta multipla errata.

Problema 1. Si considerino i sistemi in fig. 1.

Q1.1 Determinare le coordinate del centro istantaneo di rotazione del corpo CDE rispetto al sistema di riferimento $\{O; x, y\}$.

$$(x_I, y_I) = (L, 2L)$$

Q1.2 Determinare il carico critico del sistema in fig. 1(a).

$$p_c^{(a)} = \frac{9}{10} \frac{(\lambda + kL^2)}{L}$$

Q1.3 Si confronti il carico critico del sistema in fig. 1(b) con quello del sistema in fig. 1(a). Si ha:

☒ $p_c^{(b)} < p_c^{(a)}$

☐ $p_c^{(b)} = p_c^{(a)}$

☐ $p_c^{(b)} > p_c^{(a)}$

Problema 2. Si consideri il sistema materiale piano in fig. 2 ($\rho = 1$).

Q2.1 Si calcolino le coordinate del baricentro G rispetto al sistema di riferimento $\{O; x, y\}$.

$$(x_G, y_G) = \left(\frac{59}{39}a, \frac{4}{3}a \right)$$

Q2.2 Si calcoli il momento d'inerzia del sistema materiale rispetto all'asse x .

$$J_x = \frac{187}{12}a^4$$

Q2.3 L'asse ξ è asse d'inerzia principale per il sistema materiale piano indicato in fig. 2.

☐ V ☒ F

Problema 3. Si considerino i sistemi dinamici in fig. 3. La configurazione generica di entrambi i sistemi è individuata dallo spostamento orizzontale $q_1(t)$ del punto A .

Q3.1 Calcolare l'espressione dell'energia elastica del sistema (a).

$$W^{(a)} = \frac{1}{2} \frac{8(kL^2 + 10\lambda)}{9L^2} q_1^2$$

Q3.2 Calcolare la pulsazione p del sistema (a).

$$p^{(a)} = 2\sqrt{\frac{kL^2 + 10\lambda}{5mL^2}}$$

Q3.3 Si confronti la pulsazione del sistema (b) con quello del sistema (a). Si ha:

☒ $p^{(b)} < p^{(a)}$

☐ $p^{(b)} = p^{(a)}$

☐ $p^{(b)} > p^{(a)}$

$$\left[p^{(b)} = \sqrt{\frac{kL^2 + 9\lambda}{2mL^2}} \right]$$

continua ...

Problema 4. Si consideri il sistema dinamico in fig. 4, la cui configurazione generica è individuata dallo spostamento orizzontale $q_1(t)$ del punto A e dallo spostamento verticale $q_2(t)$ del punto B (i versi positivi sono indicati in figura).

Si calcolino i coefficienti della matrice delle masse \mathbf{M} (due terzi di punto per ogni valore corretto, nessun punto per ogni valore errato od omesso).

$$M_{11} = \frac{11}{4}m, \quad M_{12} = -\frac{1}{4}m, \quad M_{22} = \frac{7}{4}m$$

Si calcolino i coefficienti della matrice delle rigidezze \mathbf{K} (due terzi di punto per ogni valore corretto, nessun punto per ogni valore errato od omesso).

$$K_{11} = \frac{3}{2}k, \quad K_{12} = 0, \quad K_{22} = \frac{k}{2}$$

Q4.3 La pulsazione più bassa p_{min} del sistema vale:

☐ $\sqrt{\frac{8-\sqrt{5}}{19}}\sqrt{\frac{k}{m}}$
☐ $\sqrt{\frac{8-\sqrt{5}}{21}}\sqrt{\frac{k}{m}}$
☒ $\sqrt{\frac{8-\sqrt{7}}{19}}\sqrt{\frac{k}{m}}$
☐ $\sqrt{\frac{8-\sqrt{7}}{21}}\sqrt{\frac{k}{m}}$
☐ altro

Q4.4 Si determini la forma del modo di vibrazione associato a p_{min} .

$$(q_1, q_2) = (1, (5 + 2\sqrt{7}))$$

Problema 5. Si consideri il sistema reticolare con aste deformabili rappresentato in fig. 5, con $\mathbf{p} = P\mathbf{e}_x$ ($P > 0$). Si risolva il problema elastico considerando come incognite il vettore degli spostamenti nodali $\mathbf{u} = [u_{Dx}, u_{Dy}]^T$ (metodo degli spostamenti - $\mathbf{Ku} = \mathbf{f}$). Tutte le aste hanno rigidezza k .

Si calcolino i coefficienti della matrice delle rigidezze \mathbf{K} (due terzi di punto per ogni valore corretto, nessun punto per ogni valore errato od omesso).

$$K_{11} = \frac{13}{10}k, \quad K_{12} = \frac{k}{10}, \quad K_{22} = \frac{17}{10}k$$

Q5.2 Si determini il vettore \mathbf{u} , soluzione del problema elastico.

$$\mathbf{u} = \left[\frac{17}{22}\frac{P}{k}, -\frac{1}{22}\frac{P}{k} \right]^T$$

Q5.3 Si determini lo stato di sollecitazione $\boldsymbol{\sigma}$ corrispondente. $\boldsymbol{\sigma} = [N_1, N_2, N_3]^T$.

$$\boldsymbol{\sigma} = \left[\frac{4\sqrt{2}}{11}P, -\frac{7\sqrt{5}}{22}P, \frac{1}{22}P \right]^T$$

TOTALE PUNTI DISPONIBILI: 32

