

COGNOME: NOME: Matricola:

FIRMA:

CdS:

Criterio di valutazione: 2 punti per ogni risposta corretta, 0 punti per ogni risposta errata o omessa, -0.5 punti per ogni risposta a scelta multipla errata.

Problema 1. Si consideri il sistema materiale piano in fig. 1 con densità superficiale di massa unitaria.

Q1.1 Calcolare la coordinata y'_G del centro di massa G rispetto sistema di riferimento $\{O'; x', y'\}$.

$$x'_G = \frac{5}{7}l$$

Q1.2 Si calcoli il momento d'inerzia rispetto all'asse x' .

$$J_{x'} = \frac{31}{6}l^4$$

Q1.3 Si calcoli il momento d'inerzia rispetto all'asse centrale x .

$$J_x = \frac{67}{42}l^4$$

Q1.4 Si confronti il momento d'inerzia rispetto all'asse x' con quello rispetto all'asse y' . Si ha:

☒ $J_{x'} < J_{y'}$

☐ $J_{x'} = J_{y'}$

☐ $J_{x'} > J_{y'}$

Problema 2. Si considerino i sistemi in fig. 2.

Q2.1 Determinare il valore critico del carico p nel sistema in fig. 2(a).

$$p_c^{(a)} = 2\frac{\lambda}{l}$$

Q2.2 Si confronti il carico critico del sistema in fig. 2(b) con quello del sistema in fig. 2(a). Si ha:

☐ $p_c^{(b)} < p_c^{(a)}$

☒ $p_c^{(b)} = p_c^{(a)}$

☐ $p_c^{(b)} > p_c^{(a)}$

Q2.3 Si confronti il carico critico del sistema in fig. 2(c) con quello del sistema in fig. 2(a). Si ha:

☐ $p_c^{(c)} < p_c^{(a)}$

☒ $p_c^{(c)} = p_c^{(a)}$

☐ $p_c^{(c)} > p_c^{(a)}$

Problema 3. Si consideri il sistema in fig. 3, la cui posizione generica è individuata dagli spostamenti verticali δ_1 e δ_2 dei punti A e B .

Q3.1 Determinare il valore critico del carico p .

$$p_c = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}kl$$

Q3.2 Si determini l'autovettore associato a p_c .

$$(\delta_1, \delta_2) = \left(1, -\frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right)$$

Problema 4. Si consideri il sistema dinamico in fig. 4, in regime di oscillazioni libere non smorzate. Sia $\varphi = \varphi(t)$ l'angolo di rotazione assoluta del tratto AB (positivo se antiorario).

Q4.1 Calcolare l'espressione dell'energia potenziale del sistema.

$$E_{\text{pot}} = \frac{1}{8}kl^2 \sin^2 \alpha \varphi^2$$

Q4.2 Calcolare la pulsazione p del sistema.

$$p = \sqrt{\frac{k \sin^2 \alpha}{4m}}$$

Il sistema viene messo in moto a partire dalla configurazione di riferimento, $\varphi(0) = 0$, imponendo la velocità iniziale del punto B , $\mathbf{v}_B(0) = v_0 \mathbf{e}_2$. Si valuti la rotazione massima per $t > 0$.

Q4.3

$$\varphi_{\max} = \max_{t>0} \{\varphi(t)\} = \frac{v_0}{pl}$$

Q4.4 Calcolare lo sforzo massimo nella molla.

$$\sigma_{\max} = \max_{t>0} \{\sigma(t)\} = \frac{1}{2}k \sin \alpha \frac{v_0}{p}$$

Problema 5. Il sistema reticolare in fig. 5 è caricato in A dalla forza p .

Q5.1 Si determini uno degli infiniti stati di sollecitazione che bilanciano il carico.

$$\bar{\sigma} = [\bar{N}_1, \bar{N}_2, \bar{N}_3]^T = [N_o, N_o + \frac{\sqrt{2}}{2}p, \frac{\sqrt{2}}{2}p]^T$$

Considerando le aste deformabili e tutte con la stessa rigidezza k , si determini lo stato di sollecitazione che bilancia il carico cui corrispondono allungamenti delle aste cinematicamente compatibili.

Q5.2

$$\sigma = [N_1, N_2, N_3]^T = [-\frac{\sqrt{2}}{4}p, \frac{\sqrt{2}}{4}p, \frac{\sqrt{2}}{2}p]^T$$

Q5.3 Si determini lo spostamento di A corrispondente.

$$\mathbf{u}_A = u_x \mathbf{e}_x + u_y \mathbf{e}_y = -\frac{3p}{4k} \mathbf{e}_x + \frac{p}{4k} \mathbf{e}_y$$

TOTALE PUNTI DISPONIBILI: 32

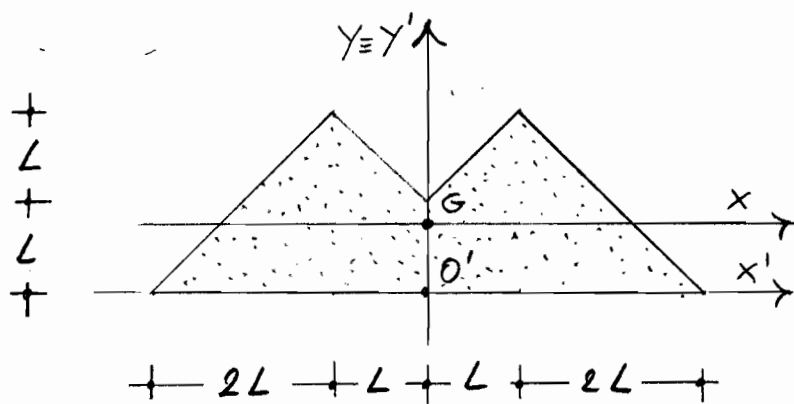


Fig. 1

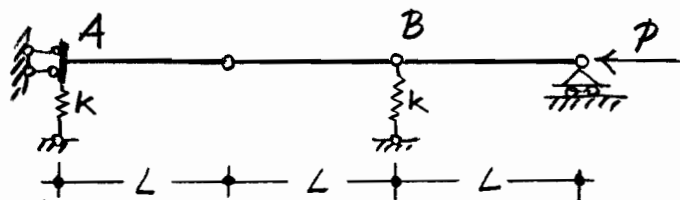


Fig. 3

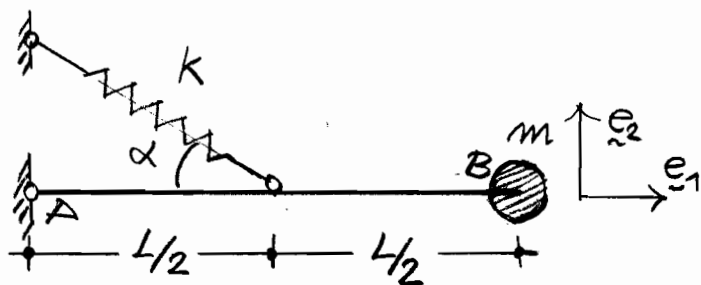


Fig. 4

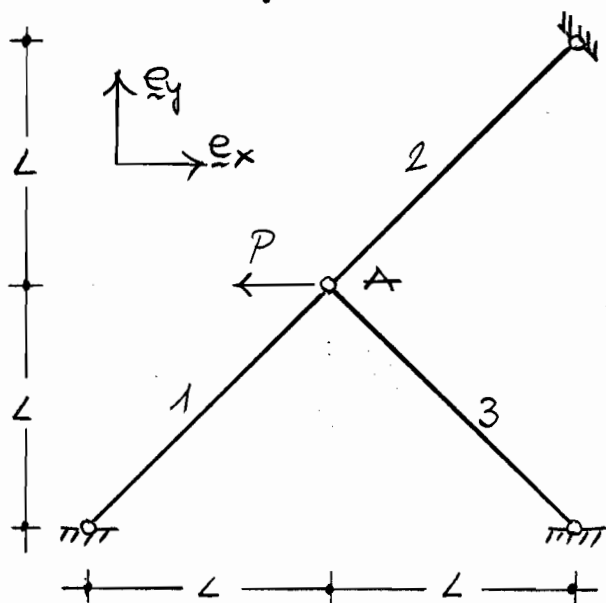


Fig. 5

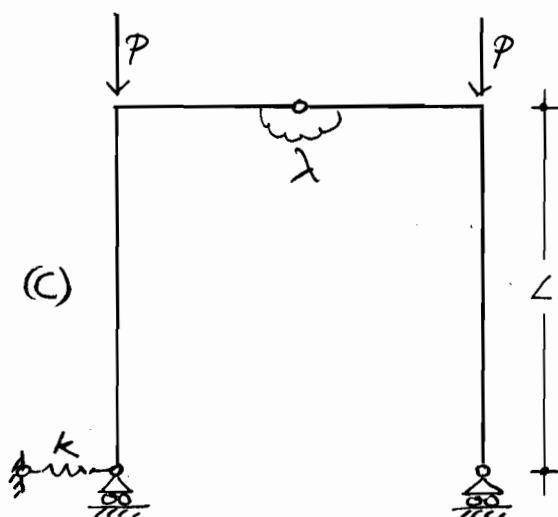
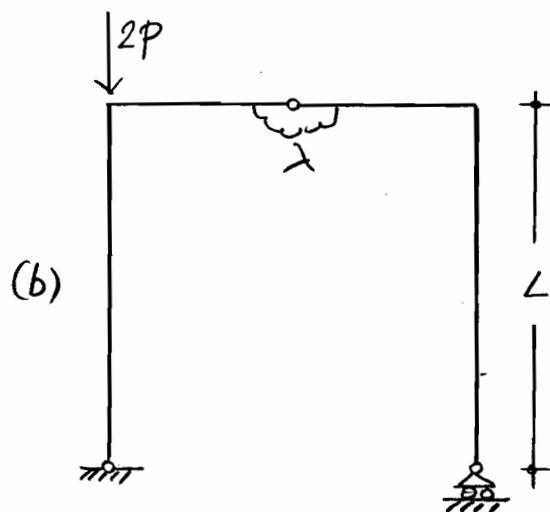
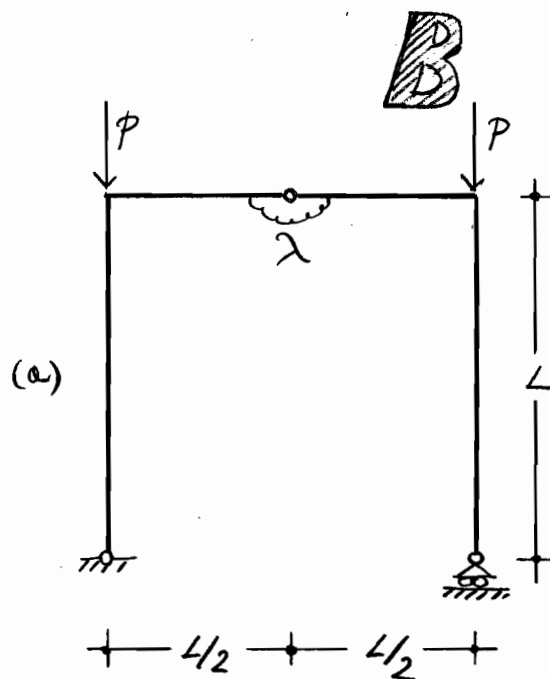


Fig. 2