

Università degli Studi di Roma "Tor Vergata" - Facoltà di Ingegneria
Meccanica dei solidi 2 - Anno Accademico 2003/04
Prova Finale - 5/7/2004

COGNOME:

NOME:

Matricola:

FIRMA:

Criterio di valutazione: 2 punti per ogni risposta corretta, -0.5 punti per ogni risposta errata, 0 punti per ogni risposta omessa.

Problema 1. Si consideri la seguente equazione differenziale ordinaria:

$$y''(x) - 4y'(x) + 3y(x) = e^x.$$

Q1.1 Si scriva la soluzione generale $y_o(x)$ della corrispondente equazione omogenea.

$$y_o(x) = c_1 e^x + c_2 e^{3x}$$

Q1.2 Determinare un integrale particolare $y_p(x)$.

$$y_p(x) = -\frac{1}{2} x e^x$$

Problema 2. Si consideri la seguente equazione del moto:

$$4\ddot{x} + 4\dot{x} + x = 0, \quad x(0) = 1, \quad \dot{x}(0) = 0.$$

Q2.1 Si scriva la soluzione $x(t)$.

$$x(t) = \left(1 + \frac{1}{2}t\right) e^{-\frac{1}{2}t}$$

Q2.2 Si determini la velocità \dot{x} all'istante $t = 2$.

☐ $\dot{x}(2) = -\frac{1}{4}e^{-1}$

☒ $\dot{x}(2) = -\frac{1}{2}e^{-1}$

☐ $\dot{x}(2) = \frac{1}{2}e^{-1}$

☐ $\dot{x}(2) = \frac{1}{4}e^{-1}$

☐ altro

Problema 3. Si consideri il seguente sistema dinamico

$$M\ddot{\mathbf{x}} + K\mathbf{x} = \mathbf{0},$$

con

$$M = m \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad K = k \begin{bmatrix} 2 & -1/2 \\ -1/2 & 2 \end{bmatrix},$$

dove $m > 0, k > 0$.

Si determini

Q3.1 il quadrato delle pulsazioni naturali del sistema ($\omega_1 < \omega_2$).

Risposta: $(\omega_1)^2 = \frac{1}{2} \frac{k}{m}$

$(\omega_2)^2 = \frac{5}{2} \frac{k}{m}$

Q3.2 gli autovettori (non necessariamente normalizzati) del sistema.

Risposta: $\mathbf{u}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

$\mathbf{u}_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$

continua ...

Problema 4. Si considerino i due sistemi di molle in figura 1. Si assuma $k > 0$.

Q4.1 Calcolare le rigidezze k_A e k_B affinché la rigidezza equivalente k_{eq} di entrambi i sistemi sia pari a $\frac{6}{5}k$.

Risposta: $k_A = 2k$ $k_B = 2k$

Problema 5. Si consideri il sistema meccanico in figura 2. Facendo riferimento ai parametri lagrangiani indicati in figura, si determini

Q5.1 i coefficienti della matrice di rigidezza $K = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix}$.

Risposta: $K_{11} = 2k + \frac{\lambda}{L^2}$ $K_{12} = -\frac{2\lambda}{L^2}$ $K_{22} = k + 4\frac{\lambda}{L^2}$

Q5.2 i coefficienti della matrice d'inerzia $M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}$.

Risposta: $M_{11} = 2m$ $M_{12} = -m$ $M_{22} = 4m$

(1,5 per ogni valore corretto, 0 punti per ogni valore errato o omesso)

Problema 6. Si faccia riferimento ai due sistemi meccanici in figura 3, con $f_A = -kL/2e_2$, $f_B = -\alpha kLe_2$ ($k > 0$). Si considerino piccoli moti intorno alla posizione di riferimento $\theta = 0$.

Q6.1 Calcolare il quadrato della pulsazione naturale del sistema A.

☐ $(\omega_A)^2 = \frac{1}{4} \frac{k}{m}$ ☒ $(\omega_A)^2 = \frac{1}{2} \frac{k}{m}$ ☐ $(\omega_A)^2 = \frac{k}{m}$ ☐ $(\omega_A)^2 = 2 \frac{k}{m}$ ☐ altro

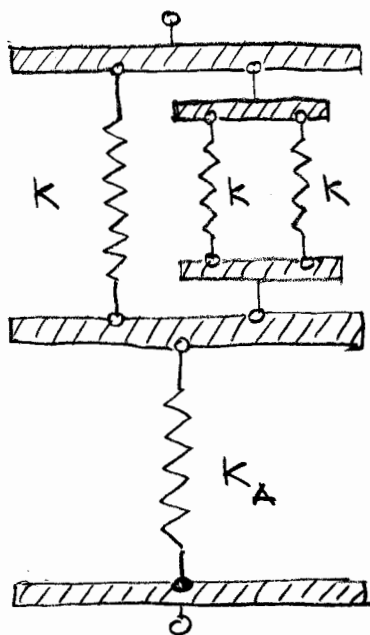
Q6.2 Calcolare il valore della costante α ($f_B = -\alpha kLe_2$) affinché la frequenza del sistema B sia uguale a quella del sistema A.

☐ $\alpha = -1$ ☒ $\alpha = -\frac{1}{2}$ ☐ $\alpha = \frac{1}{2}$ ☐ $\alpha = 1$ ☐ altro

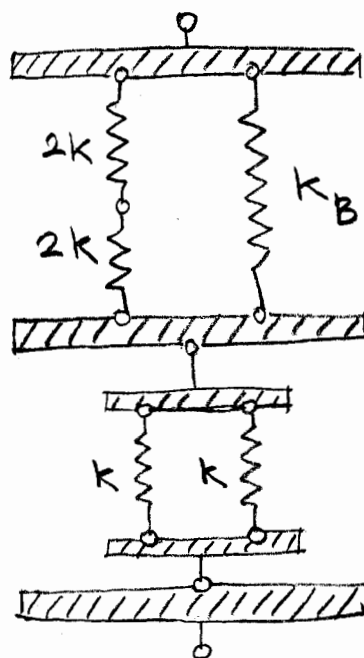
Q6.3 Il carico critico del sistema A è il doppio del carico critico del sistema B.

☒ V ☐ F

TOTALE PUNTI DISPONIBILI: 35



(A)



(B)

Fig. 1

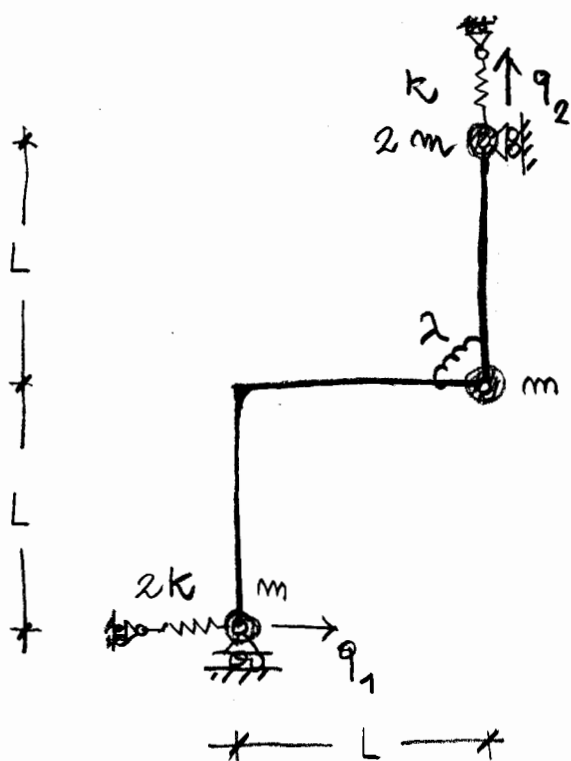
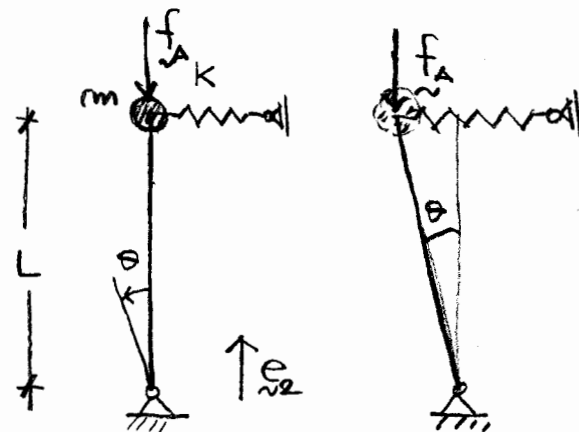
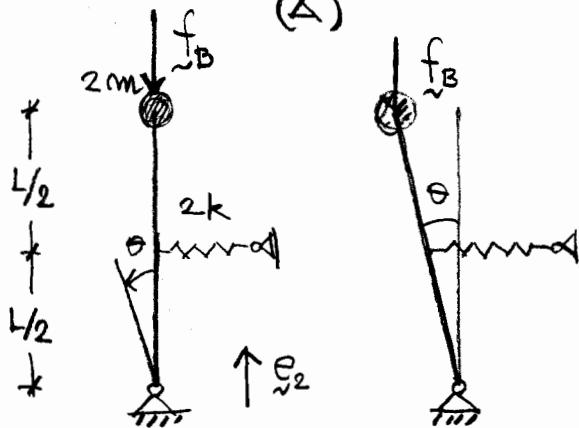


Fig. 2



(A)



(B)

Fig. 3