

COGNOME: NOME: Matricola:
FIRMA: CdS:

Nota: Indicare le risposte nei riquadri predisposti. Ove previsto, nello spazio bianco al di sotto dei problemi è *obbligatorio* riportare i passaggi fondamentali per giungere al risultato.

Problema 1. Si consideri la travatura rigida con elementi elastici in figura 1a.

Q1.1 Determinare le coordinate del centro d'istantanea rotazione del corpo $BCFD$ nel sistema di riferimento $\{F; \mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2\}$

Q1.2 Determinare il carico critico del sistema.

Q1.3 Confrontare il carico critico del sistema in figura 1a con quello in figura 1b.

Q1.4 Si consideri il sistema in figura 1c. Sia φ la rotazione antioraria del corpo $BCFD$. Stabilire se la configurazione $\varphi = 0$ è stabile per qualsiasi valore del carico P e fornire una giustificazione.

Problema 2. Si consideri la distribuzione di massa piana in figura 2a. Si assuma la densità costante pari a 1.

Q2.1 Determinare le coordinate del centro di massa nel sistema di riferimento $\{O, x, y\}$.

Q2.2 Determinare il momento d'inerzia rispetto all'asse s .

Q2.3 Determinare il prodotto d'inerzia rispetto agli assi s e t .

Q2.4 Si indichino con $\mathbf{J}_P(\mathcal{R}_i)$ i tensori d'inerzia rispetto all'origine P del sistema di riferimento cartesiano $\{P; s, t\}$ delle due distribuzioni di massa piane in fig. 2a e 2b. Stabilire se $\mathbf{J}_P(\mathcal{R}_1) = \mathbf{J}_P(\mathcal{R}_2)$ e giustificare la risposta.

Problema 3. Si consideri il sistema in figura 3a in regime di *piccole* oscillazioni intorno alla configurazione di riferimento. Si assumano come parametri lagrangiani lo spostamento orizzontale del punto E e lo spostamento verticale del punto C .

Q3.1 Supponendo che siano assegnate le condizioni $\mathbf{q}(0) = \mathbf{q}^0$ e $\mathbf{q}(1) = \mathbf{q}^1$, scrivere l'espressione del funzionale di azione hamiltoniana.

continua ...

Problema 3 (segue).

Q3.2 Determinare le componenti della matrice delle masse.

Q3.3 Determinare le componenti della matrice delle rigidità.

Q3.4 Determinare la pulsazione minima del sistema.

Q3.5 Si confronti il sistema con quello in figura 3b. Quale delle due pulsazioni minime risulta più bassa?

Problema 4. Si consideri il sistema dinamico in figura 4. Le aste AB e CD , ciascuna di lunghezza L , hanno densità di massa pari a $\rho_L = m/L$; la generica configurazione del sistema è individuata dalla coordinata lagrangiana $q(t) = \vartheta(t)$. Si consideri nulla la lunghezza della molla a riposo.

Q4.1 Determinare le coordinate del centro di massa nel sistema di riferimento $\{B; \xi, \eta\}$.

Q4.2 Determinare l'espressione *esatta* della funzione lagrangiana.

continua ...

Problema 4 (segue).

Q4.3 Scrivere l'equazione differenziale (*non* linearizzata) del moto.

Q4.4 Si ponga di qui in avanti $kL = mg$. Determinare le configurazioni di equilibrio e qualificarne la natura.

Q4.5 Determinare l'equazione del moto *linearizzata* intorno ad una configurazione di equilibrio stabile.

Q4.6 Determinare la pulsazione del sistema in regime di piccole oscillazioni intorno alla configurazione di equilibrio stabile.

Diagram of a mechanical system. A horizontal bar of length L is supported at its left end by a roller support and has a horizontal force P applied at its right end. A vertical bar of length L is attached to the right end of the horizontal bar and has a vertical force P applied at its top end. A spring with stiffness κ is attached to the midpoint of the vertical bar and its other end is fixed to a wall. A horizontal bar of length L is attached to the midpoint of the vertical bar and has a horizontal force P applied at its right end. A vertical bar of length L is attached to the right end of the horizontal bar and has a vertical force P applied at its top end. A spring with stiffness κ is attached to the midpoint of the vertical bar and its other end is fixed to a wall. A horizontal bar of length L is attached to the midpoint of the vertical bar and has a horizontal force P applied at its right end. A vertical bar of length L is attached to the right end of the horizontal bar and has a vertical force P applied at its top end. A spring with stiffness κ is attached to the midpoint of the vertical bar and its other end is fixed to a wall.

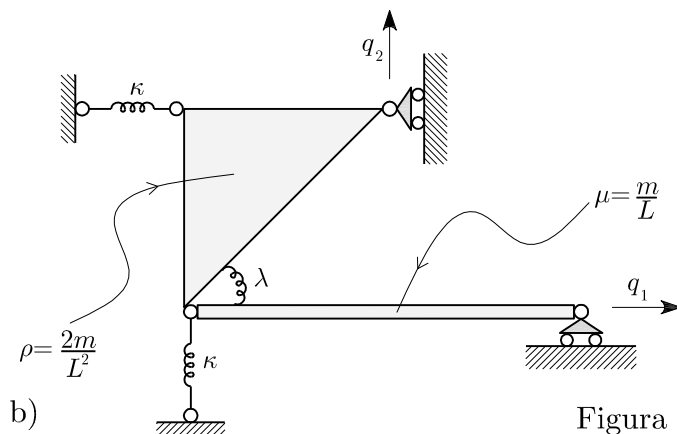
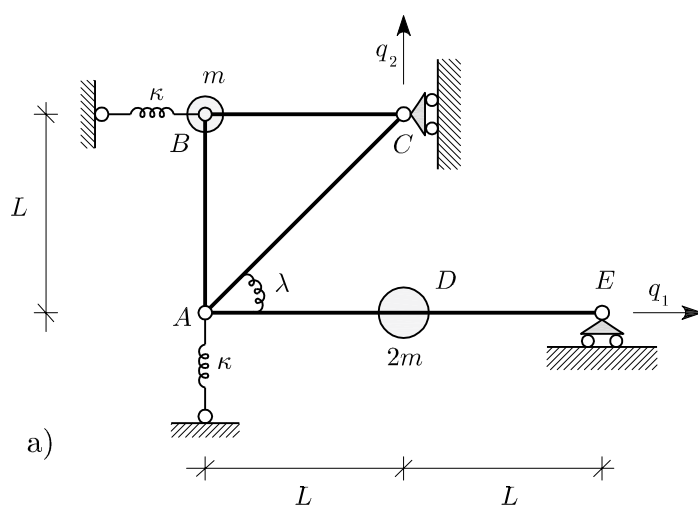
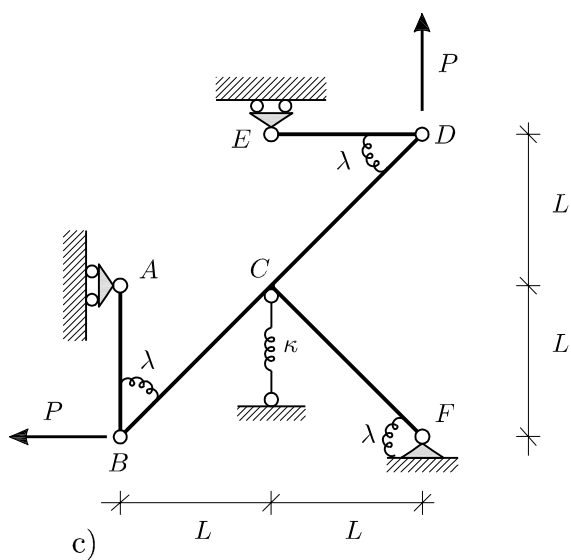
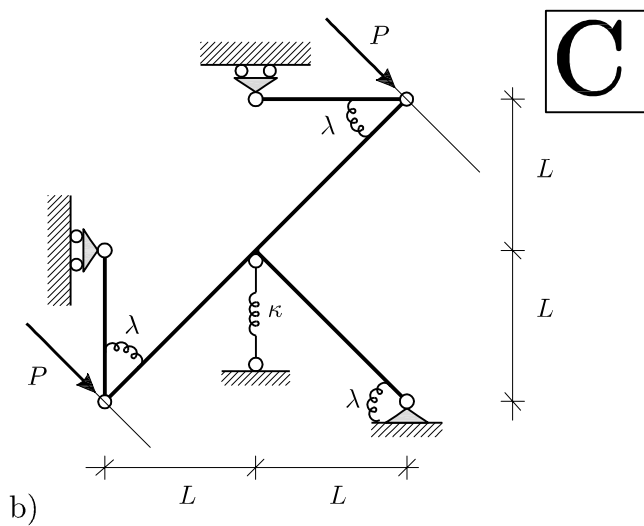


Figura 3

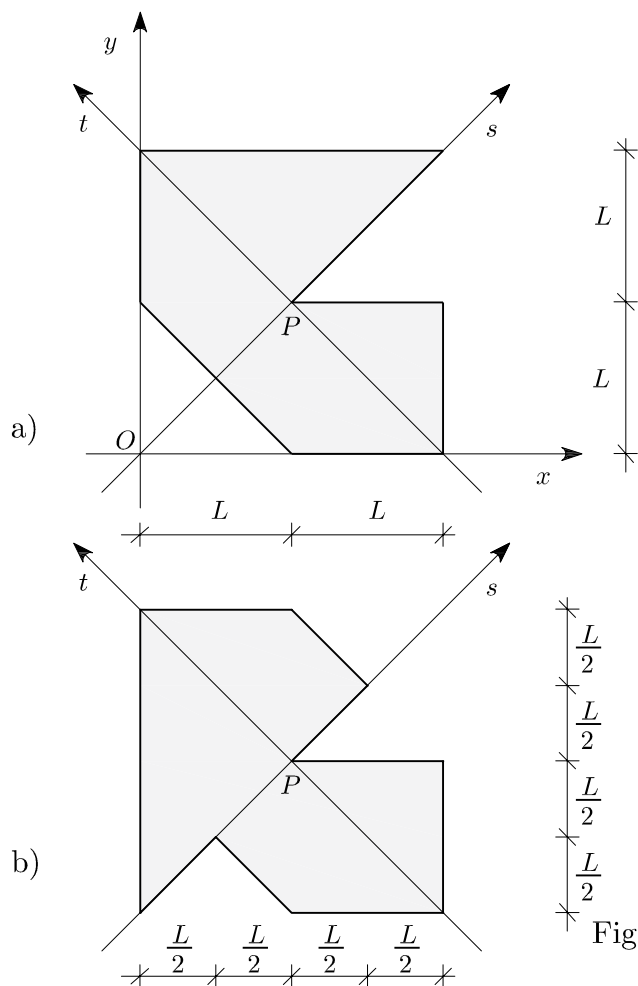


Figura 2

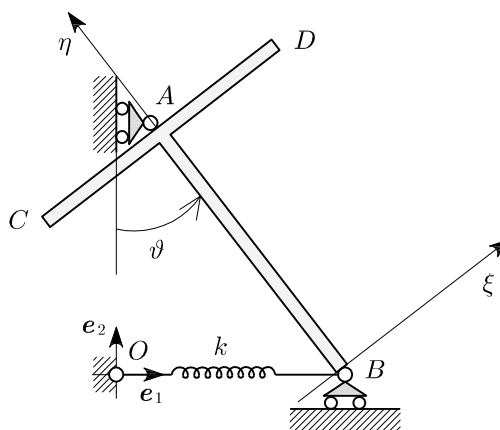


Figura 4