

COGNOME: .....

NOME: .....

Matricola: .....

FIRMA: .....

CdS: .....

Criterio di valutazione: 2 punti per ogni risposta corretta, 0 punti per ogni risposta errata o omessa, -0.5 punti per ogni risposta a scelta multipla errata.

**Problema 1.** Si considerino i sistemi in fig. 1.

**Q1.1** Determinare il carico critico del sistema in fig. 1(a).

$$p_c^{(a)} = \frac{kL^2 + 2\lambda}{L}$$

**Q1.2** Il carico critico del sistema in fig. 1(b) è maggiore di quello del sistema in fig. 1(a).

☐ V ☒ F

**Q1.3** Si confronti il carico critico del sistema in fig. 1(c) con quello del sistema in fig. 1(a). Si ha:

☐  $p_c^{(c)} < p_c^{(a)}$

☒  $p_c^{(c)} = p_c^{(a)}$

☐  $p_c^{(c)} > p_c^{(a)}$

**Problema 2.** Si considerino i sistemi dinamici in fig. 2, in regime di oscillazioni libere non smorzate. Sia  $\varphi = \varphi(t)$  l'angolo di rotazione assoluta dell'asta  $BC$  (positivo se antiorario).

**Q2.1** Trovare l'espressione dell'energia cinetica del sistema in fig. 2(a).

$$E_{cin}^{(a)}(t) = \frac{5}{8}mL^2\dot{\varphi}^2$$

**Q2.2** Calcolare la pulsazione  $p$  del sistema in fig. 2(a).

$$p^{(a)} = 2\sqrt{\frac{2kL^2 + \lambda}{5mL^2}}$$

Il sistema in fig. 2(a) viene messo in moto con le condizioni iniziali  $\varphi(0) = 0$  e  $\dot{\varphi}(0) = \dot{\varphi}_0$ . Si valuti la rotazione massima in valore assoluto per  $t > 0$ .

$$\varphi_{\max} = \max_{t>0}\{|\varphi(t)|\} = \frac{|\dot{\varphi}_0|}{p^{(a)}}$$

Il sistema in fig. 2(b), in cui le aste hanno una densità di massa per unità di lunghezza pari a  $\rho_L = m/L$ , viene messo in moto con le stesse condizioni iniziali del sistema in fig. 2(a). Si confronti l'energia cinetica dei due sistemi al tempo  $t = 0$ . Si ha:

☐  $E_{cin}^{(b)}(0) < E_{cin}^{(a)}(0)$

☐  $E_{cin}^{(b)}(0) = E_{cin}^{(a)}(0)$

☒  $E_{cin}^{(b)}(0) > E_{cin}^{(a)}(0)$

continua ...

**Problema 3.** Si considerino i sistemi dinamici in fig. 3, la cui configurazione generica è individuata dallo spostamento orizzontale del punto  $A$ ,  $q_1(t)$ , e dalla rotazione intorno al punto  $A$ ,  $q_2(t)$ .

Per il sistema in fig. 3(a), si calcolino i coefficienti della matrice **Q3.1** delle rigidezze  $\mathbf{K}$  (due terzi di punto per ogni valore corretto, nessun punto per ogni valore errato od omissso).

$$K_{11} = k, \quad K_{12} = 0, \quad K_{22} = 4kL^2$$

**Q3.2** La pulsazione più alta  $p_{max}$  del sistema in fig. 3(a) vale:

$$p_{max} = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

**Q3.3** I due sistemi nelle figure 3(a) e 3(b) hanno le stesse pulsazioni.

☒ V ☐ F

**Q3.4** I due sistemi nelle figure 3(a) e 3(b) hanno le stesse coppie (pulsazione, modo di vibrazione).

☐ V ☒ F

**Problema 4.** Si considerino i sistemi reticolari in fig. 4.

Il sistema in fig. 4(a) è caricato in  $P_1$  e  $P_2$ , rispettivamente, da **Q4.1**  $\mathbf{f}_1 = p\mathbf{e}_x$  e  $\mathbf{f}_2 = \alpha p\mathbf{e}_y$ , con  $p > 0$ . Determinare il valore del parametro  $\alpha$  affinché il sistema sia bilanciato nella configurazione data.

$$\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

**Q4.2** Nel sistema in fig. 4(a), le equazioni di compatibilità cinematica

☒ ammettono infinite soluzioni

☐ ammettono soluzione unica

☐ non sempre ammettono soluzione

Nel sistema in fig. 4(b), siano dati gli allungamenti  $\Delta l_1 = \Delta l_5 = \delta$ , **Q4.3**  $\Delta l_3 = \Delta l_4 = 0$ . Determinare l'allungamento  $\Delta l_2$  compatibile con quelli dati.

$$\Delta l_2 = 0$$

**Problema 5.** Si consideri il sistema materiale piano in fig. 5. Sia  $m$  la massa puntiforme,  $\rho_l = \frac{m}{L}$  la massa per unità di lunghezza del segmento e  $\rho_s = \frac{m}{BH}$  la massa per unità di superficie del rettangolo.

**Q5.1** Calcolare le coordinate del baricentro  $G$  rispetto al sistema di riferimento  $\{O; x, y\}$ .

$$(x_G, y_G) = \left( \frac{7}{12}B, \frac{5}{6}H + \frac{1}{2}L \right)$$

**Q5.2** Calcolare il momento d'inerzia del sistema materiale rispetto all'asse  $x$ .

$$J_x = m \left( \frac{7}{3}H^2 + 3HL + \frac{4}{3}L^2 \right)$$

TOTALE PUNTI DISPONIBILI: 32

