

COGNOME: ..... NOME: ..... Matricola: .....

FIRMA: ..... CdS: .....  
 Criterio di valutazione: 2 punti per ogni risposta corretta, 0 punti per ogni risposta errata o omessa, -0.5 punti per ogni risposta a scelta multipla errata.

**Problema 1.** Si considerino i sistemi in fig. 1.

**Q1.1** Determinare le coordinate del centro istantaneo di rotazione del corpo  $DEF$  rispetto al sistema di riferimento  $\{O; x, y\}$ .

$$(x_I, y_I) = (2L, 2L)$$

**Q1.2** Determinare il carico critico del sistema in fig. 1(a).

$$p_c^{(a)} = \frac{2kL^2 + 4\lambda}{3L}$$

**Q1.3** Si confronti il carico critico del sistema in fig. 1(b) con quello del sistema in fig. 1(a). Si ha:

☐  $p_c^{(b)} < p_c^{(a)}$

☐  $p_c^{(b)} = p_c^{(a)}$

☒  $p_c^{(b)} > p_c^{(a)}$   $\left[ p_c^{(b)} = \frac{3\sqrt{2}}{4} p_c^{(a)} \right]$

**Problema 2.** Si consideri il sistema materiale piano in fig. 2 ( $\rho = 1$ ).

**Q2.1** Si calcolino le coordinate del baricentro  $G$  rispetto al sistema di riferimento  $\{O; x, y\}$ .

$$(x_G, y_G) = \left( \frac{11}{12}a, \frac{11}{12}a \right)$$

**Q2.2** Si calcoli il momento d'inerzia del sistema materiale rispetto all'asse  $x$ .

$$J_x = \frac{5}{2}a^4$$

**Q2.3** L'asse  $\xi$  è asse d'inerzia principale per il sistema materiale piano indicato in fig. 2.

☒ V ☐ F

**Problema 3.** Si considerino i sistemi dinamici in fig. 3. La configurazione generica di entrambi i sistemi è individuata dallo spostamento verticale  $q(t)$  del punto  $A$ . Il triangolo BCD del sistema (b) ha una densità di massa per unità di superficie costante pari a  $\rho_s = 3m/L^2$ .

**Q3.1** Calcolare l'espressione dell'energia elastica del sistema (a).

$$W^{(a)} = \frac{3}{2}kq^2$$

**Q3.2** Calcolare la pulsazione  $p$  del sistema (a).

$$p^{(a)} = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

**Q3.3** Si confronti la pulsazione del sistema (b) con quello del sistema (a). Si ha:

☐  $p^{(b)} < p^{(a)}$

☐  $p^{(b)} = p^{(a)}$

☒  $p^{(b)} > p^{(a)}$   $\left[ p^{(b)} = \sqrt{\frac{3k}{m}} \right]$

**Problema 4.** Si consideri il sistema dinamico in fig. 4, la cui configurazione generica è individuata dallo spostamento orizzontale  $q_1(t)$  del punto  $A$ , e dalla rotazione  $q_2(t)$  intorno al punto  $A$ .

Si calcolino i coefficienti della matrice delle masse  $\mathbf{M}$  (due terzi di punto per ogni valore corretto, nessun punto per ogni valore errato od omissso).

$$M_{11} = 3m, \quad M_{12} = -ml, \quad M_{22} = 6mL^2$$

Si calcolino i coefficienti della matrice delle rigidezze  $\mathbf{K}$  (due terzi di punto per ogni valore corretto, nessun punto per ogni valore errato od omissso).

$$K_{11} = \frac{3}{2}k, \quad K_{12} = \frac{1}{2}kL, \quad K_{22} = \frac{3}{2}kL^2$$

**Q4.3** La pulsazione più bassa  $p_{min}$  del sistema vale:

$$p_{min} = \sqrt{\frac{29 - 3\sqrt{33}}{68} \frac{k}{m}} \simeq 0.416 \sqrt{\frac{k}{m}}$$

**Q4.4** Si determini la forma del modo di vibrazione associato a  $p_{min}$ .

$$(q_1, q_2) = \left( \frac{-21 + \sqrt{33}}{5 + 3\sqrt{33}}, \frac{1}{L} \right) \simeq \left( -0.686, \frac{1}{L} \right)$$

**Problema 5.** Si consideri il sistema con aste deformabili in fig. 5.

Determinare uno stato di sollecitazione auto-equilibrato  $\boldsymbol{\sigma}^{(o)}$ , ponendo  $\sigma_5^{(o)} = N_o$ .  
**Q5.1**  $\boldsymbol{\sigma}^{(o)} = [\sigma_1^{(o)}, \sigma_2^{(o)}, \sigma_3^{(o)}, \sigma_4^{(o)}, \sigma_5^{(o)}]^T$ .

$$\boldsymbol{\sigma}^{(o)} = N_o \left[ \frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{5}}{2}, -\frac{1}{2}, 1, 1 \right]^T$$

**Q5.2** Determinare l'allungamento  $\Delta l_2$  dell'asta 2 compatibile con  $\Delta l_1 = \Delta l_3 = 0, \Delta l_4 = \Delta l_5 = \delta$ .

$$\Delta l_2 = \frac{4\sqrt{5}}{5}\delta$$

**Q5.3** Il carico  $\mathbf{f} = [f_{1x}, f_{1y}, f_{2x}, f_{2y}, f_{3x}]^T = [p, p, -p, p, 0]^T$  è staticamente ammissibile.

■ V    □ F

TOTALE PUNTI DISPONIBILI: 32

**B**