

COGNOME: ..... NOME: ..... Matricola: .....

FIRMA: ..... CdS: .....

Criterio di valutazione: 2 punti per ogni risposta corretta, 0 punti per ogni risposta errata o omessa, -0.5 punti per ogni risposta a scelta multipla errata.

**Problema 1.** Si consideri il sistema in fig. 1.

**Q1.1** Determinare le coordinate del centro istantaneo di rotazione del corpo  $CDE$  rispetto al sistema di riferimento  $\{O; x, y\}$ .

$$(x_I, y_I) = (2L, L)$$

**Q1.2** Determinare il carico critico del sistema.

$$p_c = \frac{\sqrt{2}}{2} \left( \frac{3kL^2 + \lambda}{L} \right)$$

**Problema 2.** Si consideri il sistema materiale piano in fig. 2 ( $\rho = 1$ ).

**Q2.1** Si calcolino le coordinate del baricentro  $G$  rispetto al sistema di riferimento  $\{O; x, y\}$ .

$$(x_G, y_G) = \left( \frac{17}{10}a, \frac{13}{10}a \right)$$

**Q2.2** Si calcoli il momento d'inerzia del sistema materiale rispetto all'asse  $x$ .

$$J_x = \frac{34}{3}a^4$$

**Q2.3** Si calcoli il prodotto d'inerzia  $J_{xy}$  del sistema materiale.

$$J_{xy} = \frac{43}{4}a^4$$

**Q2.4** Si calcoli il momento d'inerzia del sistema materiale rispetto all'asse baricentrico  $y'$  parallelo all'asse  $y$ .

$$J_{y'} = \frac{173}{60}a^4$$

**Problema 3.** Si considerino i sistemi dinamici in fig. 3. La configurazione generica di entrambi i sistemi è individuata dallo spostamento orizzontale  $q(t)$  del punto  $A$ .

**Q3.1** Calcolare l'espressione dell'energia elastica del sistema (a).

$$W^{(a)} = \frac{5}{8}kq^2$$

**Q3.2** Calcolare la pulsazione  $p$  del sistema (a).

$$p^{(a)} = \sqrt{\frac{5}{6} \frac{k}{m}}$$

**Q3.3** Determinare il valore della massa  $\tilde{m}$  del sistema (b) affinché entrambi i sistemi abbiano la stessa pulsazione.

$$\tilde{m} = \frac{3}{2}m$$

**Problema 4.** Si consideri il sistema dinamico in fig. 4, la cui configurazione generica è individuata dalla rotazione  $q_1(t)$  dell'asta AB e dallo spostamento orizzontale  $q_2(t)$  del punto G (i versi positivi sono indicati in figura).

Si calcolino i coefficienti della matrice delle masse  $\mathbf{M}$  (due terzi di punto per ogni valore corretto, nessun punto per ogni valore errato od omesso).

$$M_{11} = 4mL^2, \quad M_{12} = -mL, \quad M_{22} = m$$

Si calcolino i coefficienti della matrice delle rigidezze  $\mathbf{K}$  (due terzi di punto per ogni valore corretto, nessun punto per ogni valore errato od omesso).

$$K_{11} = 3\lambda, \quad K_{12} = -\frac{\lambda}{L}, \quad K_{22} = \frac{5}{2} \frac{\lambda}{L^2}$$

**Q4.3** Si determini la pulsazione più bassa  $p_{min}$  del sistema.

$$p_{min} = \sqrt{\frac{11 - \sqrt{43}}{6} \frac{\lambda}{mL^2}}$$

**Q4.4** Si determini la forma del modo di vibrazione associato a  $p_{min}$ .

$$(q_1, q_2) = \left(1, \frac{7 - \sqrt{43}}{3} L\right)$$

**Problema 5.** Si consideri il sistema reticolare con aste deformabili rappresentato in fig. 5.

**Q5.1** Determinare uno stato di sollecitazione auto-equilibrato  $\sigma^{(o)}$ , ponendo  $\sigma_5^{(o)} = N_o$ .  
 $\sigma^{(o)} = [\sigma_1^{(o)}, \sigma_2^{(o)}, \sigma_3^{(o)}, \sigma_4^{(o)}, \sigma_5^{(o)}, \sigma_6^{(o)}]^T$ .

$$\sigma^{(o)} = N_o \left[ -\frac{-\sqrt{5}}{2}, -\frac{-\sqrt{5}}{2}, 0, 1, 1, -\frac{-\sqrt{5}}{2} \right]^T$$

**Q5.2** Determinare l'allungamento  $\Delta l_1$  dell'asta 1 compatibile con  $\Delta l_2 = \Delta l_3 = \Delta l_4 = 0, \Delta l_5 = \Delta l_6 = \delta$ .

$$\Delta l_1 = \left( \frac{2\sqrt{5}}{5} - 1 \right)$$

**Q5.3** Il carico  $\mathbf{f} = [f_{1x}, f_{1y}, f_{2x}, f_{2y}, f_{3x}, f_{3y}]^T = [2p, -3p, p, p, -2p, 0]^T$  è staticamente ammissibile.

■ V    □ F

TOTALE PUNTI DISPONIBILI: 32

C

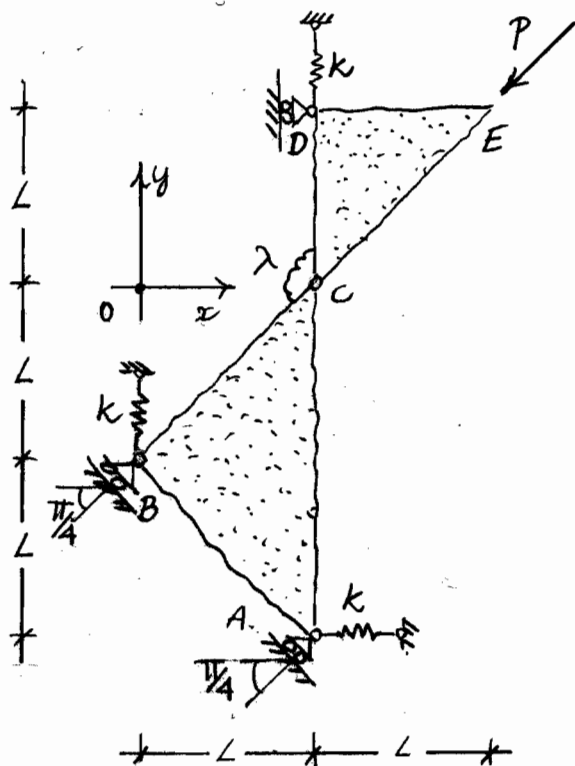


Fig. 1

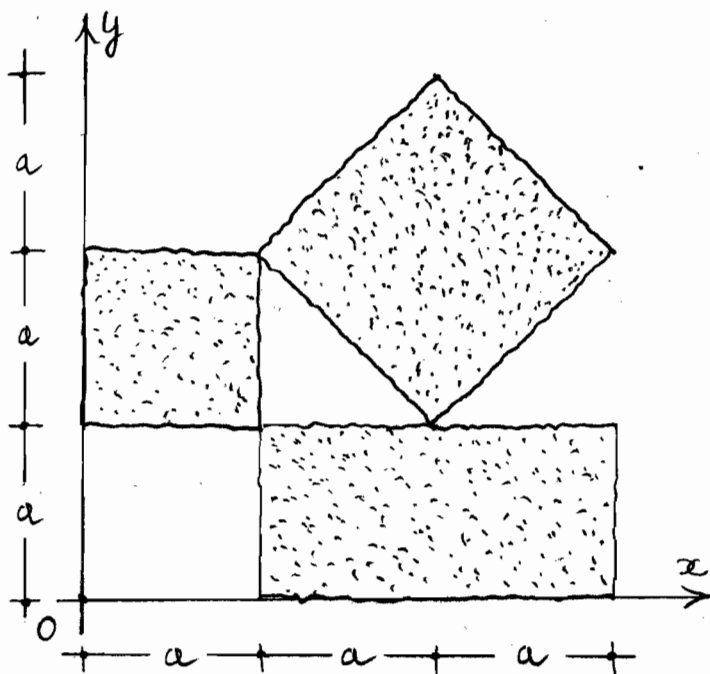
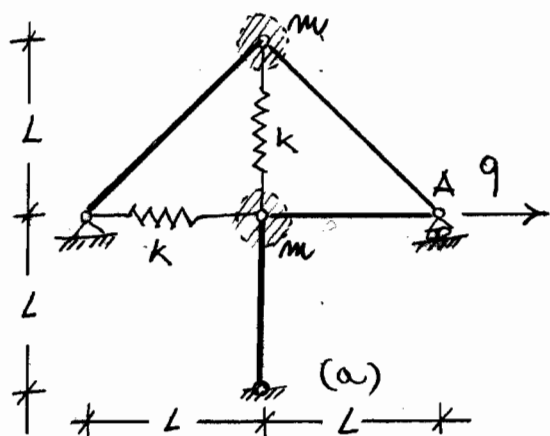


Fig. 2



(a)

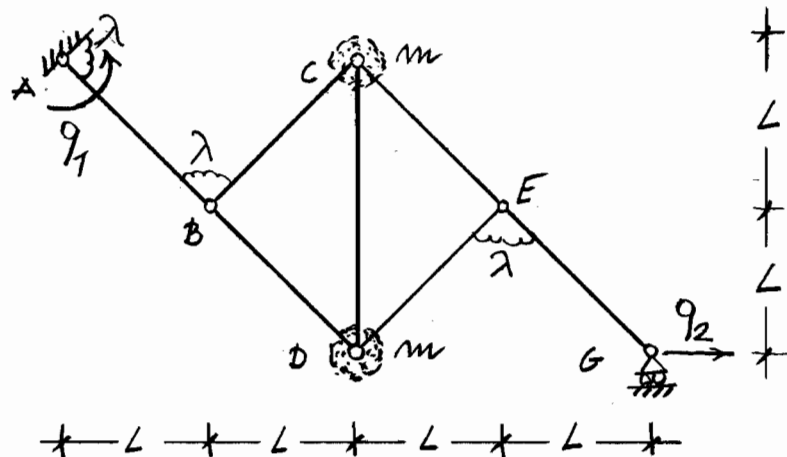
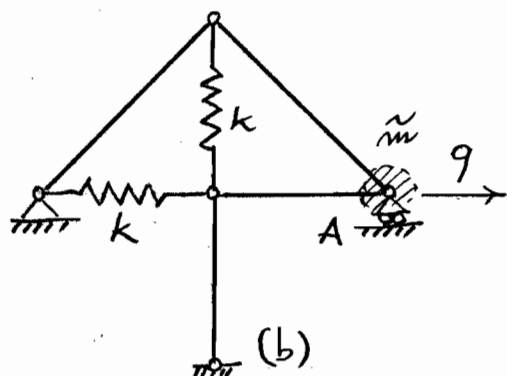


Fig. 4



(b)

Fig. 3

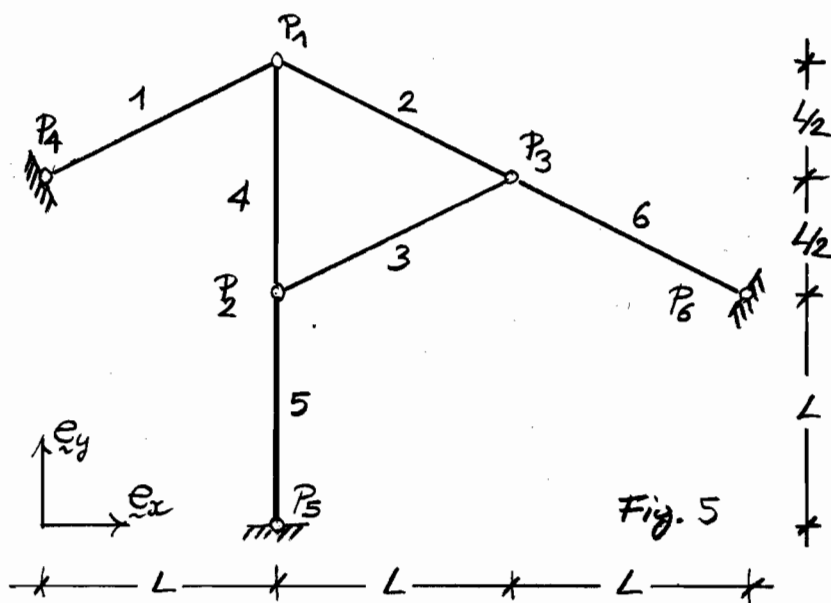


Fig. 5