

COGNOME: ..... NOME: ..... Matricola: .....  
FIRMA: .....

Nota: Indicare le risposte nei riquadri predisposti. Ove previsto, nello spazio bianco al di sotto dei problemi è obbligatorio riportare i passaggi fondamentali per giungere al risultato.

**Problema 1.** Si consideri la travatura rigida con elementi elastici in figura 1a.

**Q1.1** Determinare le coordinate del centro d'istantanea rotazione del corpo  $BCD$  nel sistema di riferimento  $\{A; x, y\}$

**Q1.2** Determinare il carico critico del sistema.

**Problema 2.** Si consideri la distribuzione di massa piana in figura 2a. Si assuma la densità costante pari a 1.

**Q2.1** Determinare il momento d'inerzia rispetto all'asse  $x$ .

**Q2.2** Determinare il momento d'inerzia rispetto all'asse  $\xi$ , inclinato di un angolo pari a  $\pi/12$  rispetto all'asse  $x$ .

Siano  $\mathbf{J}_O(\mathcal{R}_i)$  i tensori d'inerzia rispetto all'origine  $O$  del sistema di riferimento cartesiano  $\{O; x, y\}$  delle due distribuzioni di massa piane in fig. 3a e 3b.

**Q2.3** Stabilire se  $\mathbf{J}_O(\mathcal{R}_1) = \mathbf{J}_O(\mathcal{R}_2)$

**Problema 3.** Si consideri il sistema in figura 3a in regime di *piccole* oscillazioni intorno alla configurazione di riferimento. Si assumano come parametri lagrangiani lo spostamento orizzontale del punto  $A$  e lo spostamento verticale del punto  $B$ . Si trascuri l'accelerazione gravitazionale.

**Q3.1** Determinare le componenti della matrice delle masse.

**Q3.2** Determinare le componenti della matrice delle rigidezze.

continua ...

**Problema 3 (segue).**

**Q3.3** Determinare la pulsazione minima del sistema.

**Q3.4** Si confronti il sistema in fig. 3a con quello in figura 3b. Quale delle due pulsazioni minime risulta più bassa?

**Problema 4.** Si consideri il sistema dinamico in figura 4a. La sbarretta  $AB$ , lunga  $l$ , ha densità di massa costante pari a  $\rho = m/l$ ; essa è libera di ruotare nel piano  $\pi^\perp$  intorno al punto  $A$ , che si muove lungo la guida rettilinea  $OC$ , appartenente al piano  $\pi \perp \pi^\perp$ . Si assumano come coordinate libere la posizione  $s$  del punto  $A$  rispetto all'origine  $O$  del sistema di riferimento  $\{O; x, y, z\}$  e la rotazione  $\vartheta$  della sbarretta, come in figura.

**Q4.1** Determinare la posizione del baricentro  $G$  della sbarretta in funzione delle coordinate libere.

**Q4.2** Determinare l'espressione *esatta* della funzione lagrangiana.

continua ...

**Problema 4 (segue).**

**Q4.3** Scrivere le equazioni differenziali (*non* linearizzate) del moto.

Si consideri adesso il sistema in figura 4b, in cui il piano  $\pi$  ruota attorno all'asse  $z$  con velocità angolare costante pari a  $\omega$ . Siano  $e_\xi(t)$  e  $e_\eta(t)$  due versori ortogonali solidali col piano  $\pi$ , come in figura.

**Q4.4** Si scriva la rappresentazione di  $e_\xi(t)$  e  $e_\eta(t)$  nella base fissa  $\{O; e_1, e_2, e_3\}$ .

**Q4.5** Si scriva l'espressione del vettore posizione del punto  $G$  rispetto al punto  $O$  nella base  $\{O; e_1, e_2, e_3\}$ .

**Q4.6** Si determini l'energia cinetica della sbarretta.

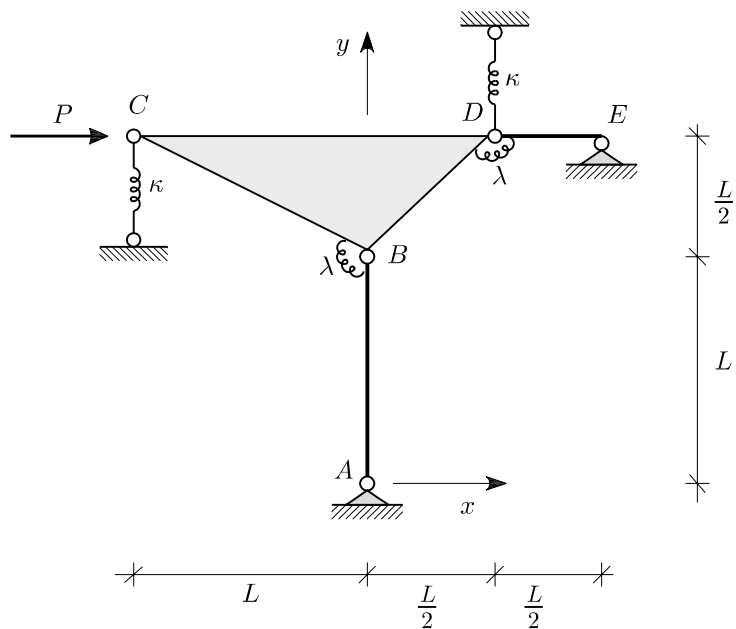


Figura 1

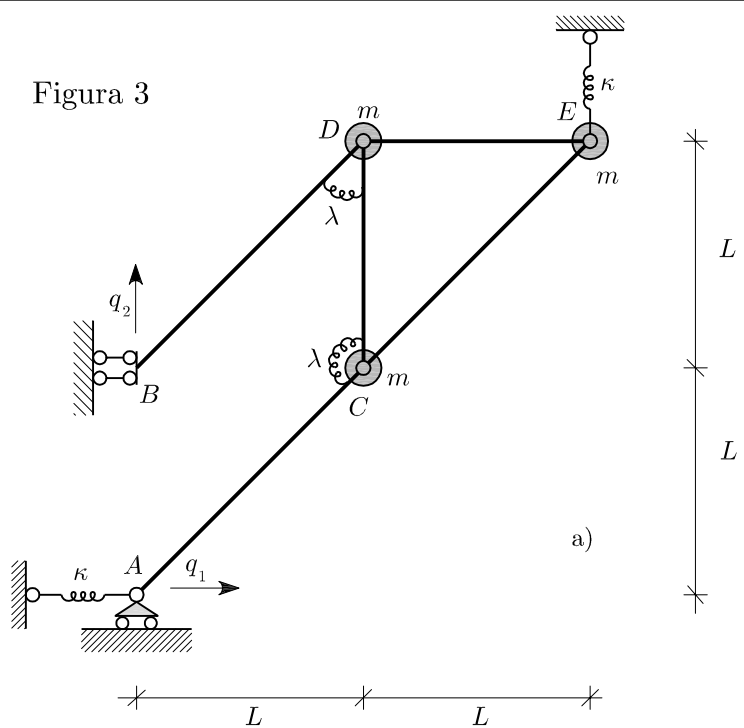


Figura 3

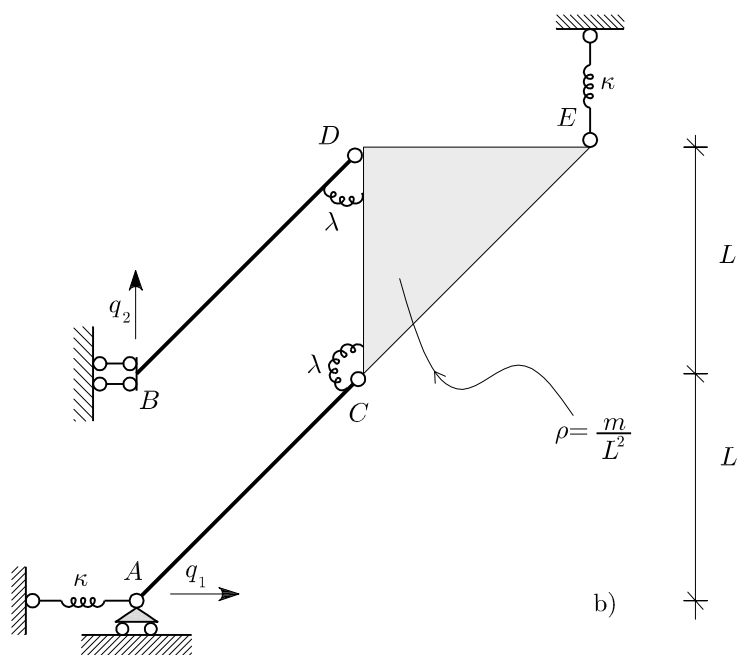
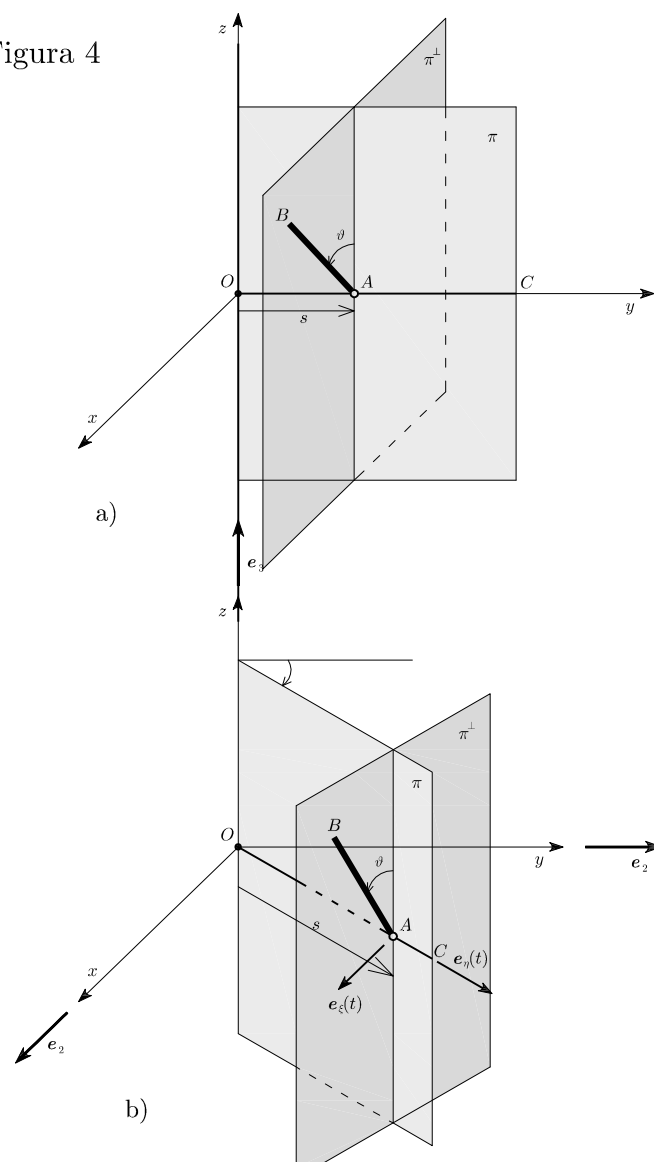
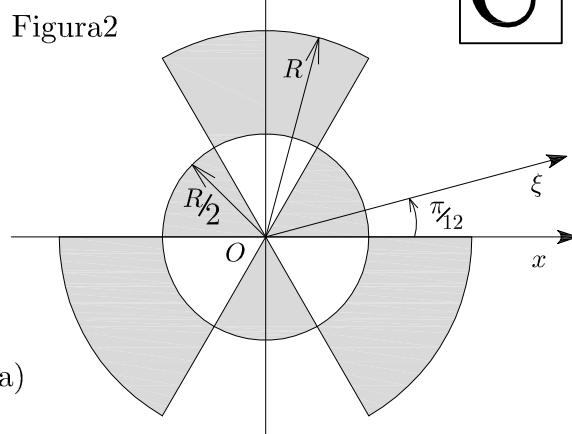


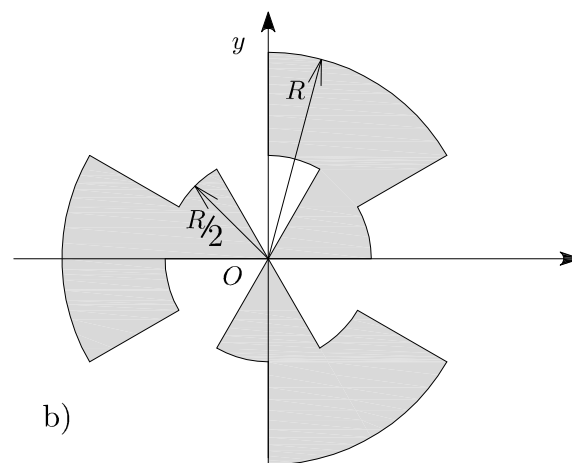
Figura 4



C



a)



b)