

COGNOME: NOME: Matricola:

FIRMA: CdS:

Criterio di valutazione: 2 punti per ogni risposta corretta, 0 punti per ogni risposta errata o omessa, -0.5 punti per ogni risposta a scelta multipla errata.

Problema 1. Si considerino i sistemi in fig. 1.

Q1.1 Determinare le coordinate del centro istantaneo di rotazione del corpo CDE rispetto al sistema di riferimento $\{O; x, y\}$.

$$(x_I, y_I) = (0, 2L)$$

Q1.2 Determinare il carico critico del sistema in fig. 1(a).

$$p_c^{(a)} = \frac{2kL^2 + 9\lambda}{2L}$$

Q1.3 Si confronti il carico critico del sistema in fig. 1(b) con quello del sistema in fig. 1(a). Si ha:

☐ $p_c^{(b)} < p_c^{(a)}$

☐ $p_c^{(b)} = p_c^{(a)}$

☒ $p_c^{(b)} > p_c^{(a)}$

Problema 2. Si consideri il sistema materiale piano in fig. 2 ($\rho = 1$).

Q2.1 Si calcolino le coordinate del baricentro G rispetto al sistema di riferimento $\{O; x, y\}$.

$$(x_G, y_G) = (0, \frac{7}{6}a)$$

Q2.2 Si calcoli il momento d'inerzia del sistema materiale rispetto all'asse x .

$$J_x = \frac{34}{3}a^4$$

Q2.3 Si calcoli il momento d'inerzia del sistema materiale rispetto all'asse y .

$$J_y = \frac{22}{3}a^4$$

Problema 3. Si considerino i sistemi dinamici in fig. 3. La configurazione generica di entrambi i sistemi è individuata dalla rotazione $\varphi(t)$ intorno al punto A (positiva se antioraria). Il quadrato ABCD del sistema (a) ha una densità di massa per unità di superficie costante pari a $\rho_s = m/L^2$.

Q3.1 Calcolare l'espressione dell'energia elastica del sistema (a).

$$W^{(a)} = \frac{1}{2}kL^2 \sin^2 \alpha \vartheta^2$$

Q3.2 Calcolare la pulsazione p del sistema (a).

$$p^{(a)} = \sin \alpha \sqrt{\frac{3}{2} \frac{k}{m}}$$

Q3.3 Si confronti la pulsazione del sistema (b) con quello del sistema (a). Si ha:

☒ $p^{(b)} < p^{(a)}$

☐ $p^{(b)} = p^{(a)}$

☐ $p^{(b)} > p^{(a)}$

Problema 4. Si consideri il sistema dinamico in fig. 4, la cui configurazione generica è individuata dallo spostamento orizzontale $q_1(t)$ del punto A e dallo spostamento verticale $q_2(t)$ del punto B .

Si calcolino i coefficienti della matrice delle masse \mathbf{M} (due terzi di punto per ogni valore corretto, nessun punto per ogni valore errato od omesso).

$$M_{11} = 4m, M_{12} = -m, M_{22} = m$$

Si calcolino i coefficienti della matrice delle rigidezze \mathbf{K} (due terzi di punto per ogni valore corretto, nessun punto per ogni valore errato od omesso).

$$K_{11} = \frac{5}{2}k, K_{12} = -k, K_{22} = \frac{k}{2}$$

Q4.3 La pulsazione più bassa p_{min} del sistema vale:

☐ $\sqrt{\frac{3 - \sqrt{13}}{12} \frac{k}{m}}$
☐ $\sqrt{\frac{3 - \sqrt{17}}{12} \frac{k}{m}}$
☒ $\sqrt{\frac{5 - \sqrt{13}}{12} \frac{k}{m}}$
☐ $\sqrt{\frac{5 - \sqrt{17}}{12} \frac{k}{m}}$
☐ altro

Q4.4 Si determini la forma del modo di vibrazione associato a p_{min} .

$$(q_1, q_2) = \left(1, \frac{1 + \sqrt{13}}{2}\right)$$

Problema 5. Si consideri il sistema reticolare con aste deformabili rappresentato in fig. 5, con $\mathbf{p} = P\mathbf{e}_y$ ($P > 0$). Si risolva il problema elastico considerando come incognite il vettore degli spostamenti nodali $\mathbf{u} = [u_{Ay}, u_{Bx}]^T$ (metodo degli spostamenti - $\mathbf{Ku} = \mathbf{f}$). Tutte le aste hanno rigidezza k .

Si calcolino i coefficienti della matrice delle rigidezze \mathbf{K} (due terzi di punto per ogni valore corretto, nessun punto per ogni valore errato od omesso).

$$K_{11} = \frac{k}{2}, K_{12} = 0, K_{22} = \frac{3}{2}k$$

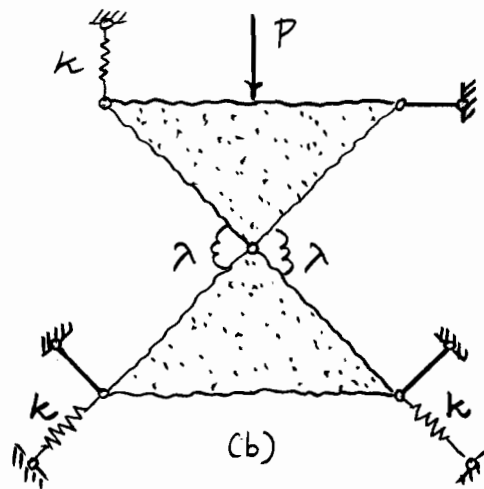
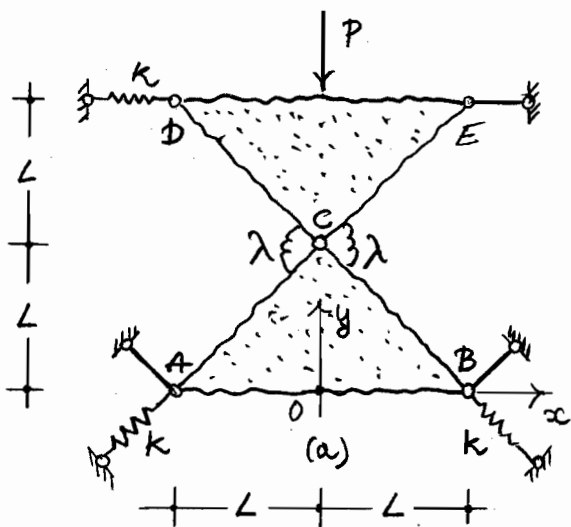
Q5.2 Si determini il vettore \mathbf{u} , soluzione del problema elastico.

$$\mathbf{u} = \left[\frac{2p}{k}, 0 \right]^T$$

Q5.3 Si determini lo stato di sollecitazione $\boldsymbol{\sigma}$ corrispondente. $\boldsymbol{\sigma} = [N_1, N_2, N_3]^T$.

$$\boldsymbol{\sigma} = [0, 0, \sqrt{2}p]^T$$

TOTALE PUNTI DISPONIBILI: 32



C

Fig. 1

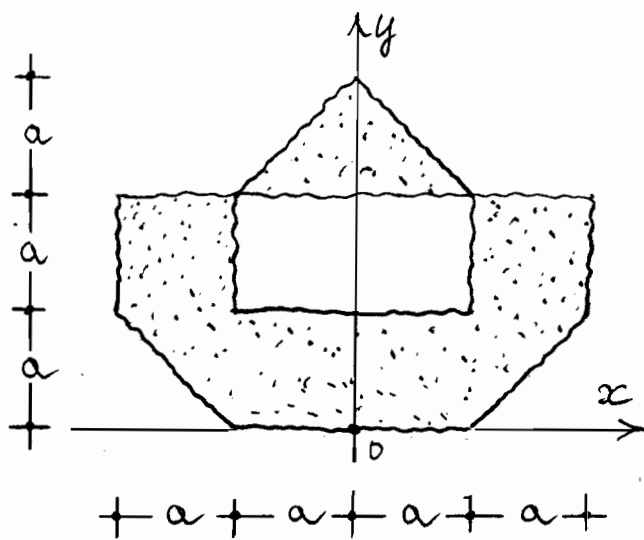


Fig. 2

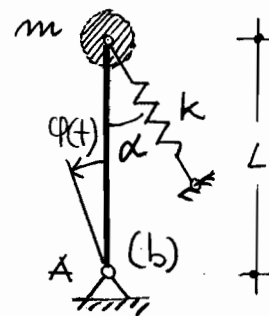
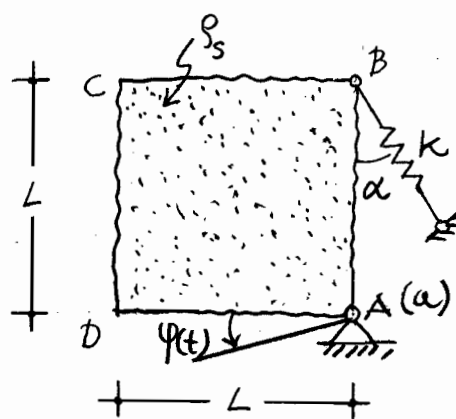


Fig. 3

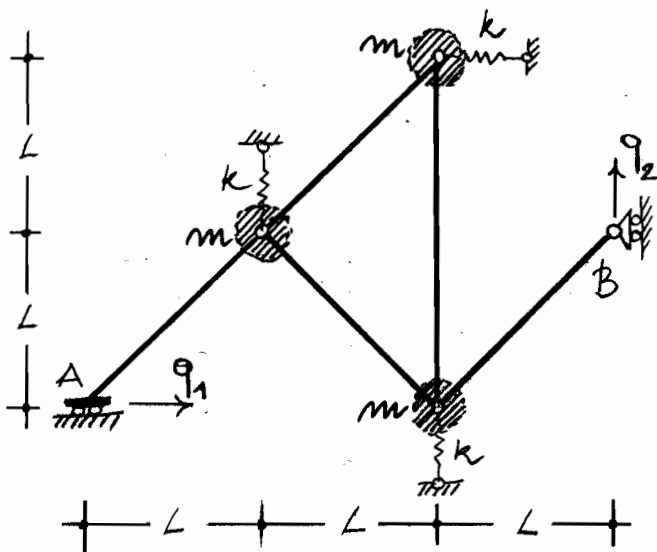


Fig. 4

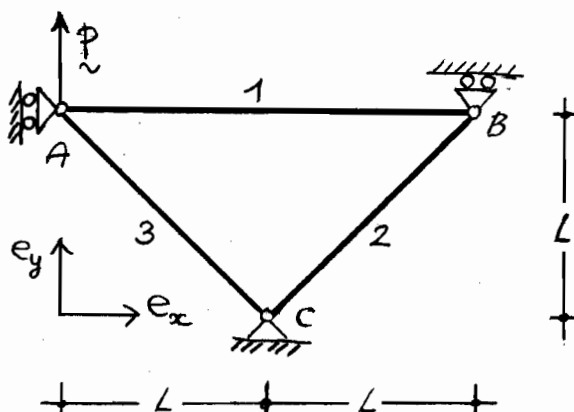


Fig. 5