

COGNOME: ..... NOME: ..... Matricola: .....  
FIRMA: .....

Nota: Indicare le risposte nei riquadri predisposti. Ove previsto, nello spazio bianco al di sotto dei problemi è *obbligatorio* riportare i passaggi fondamentali per giungere al risultato.

**Problema 1.** Si consideri la travatura rigida con elementi elastici in figura 1a.

**Q1.1** Determinare le coordinate del centro d'istantanea rotazione del corpo  $AB$  nel sistema di riferimento  $\{O; x, y\}$

**Q1.2** Determinare il carico critico del sistema.

**Q1.3** Si confronti il carico critico del sistema in figura 1a con quello in figura 1b.

**Problema 2.** Si consideri la distribuzione di massa piana in figura 2a. Si assuma la densità costante pari a 1.

**Q2.1** Determinare le coordinate del centro di massa.

**Q2.2** Determinare il momento d'inerzia rispetto all'asse  $x$ .

**Q2.3** Determinare il momento d'inerzia polare rispetto all'origine  $O$ .

**Q2.4** Stabilire se il momento d'inerzia polare rispetto all'origine  $O$  della figura 2b è uguale a quello della figura 2a.

**Q2.5** Stabilire se le direzioni principali della figura 2b sono uguali a quelle della figura 2a.

continua ...

**Problema 3.** Si consideri il sistema dinamico in figura 3 in regime di piccole oscillazioni intorno alla configurazione di riferimento. Si assuma come coordinata lagrangiana la posizione  $q(t)$  del punto  $C$ .

**Q3.1** Determinare le espressioni dell'energia cinetica.

**Q3.2** Scrivere l'equazione differenziale del moto.

**Q3.3** Si calcoli la pulsazione del sistema.

Il sistema viene messo in moto con le seguenti condizioni iniziali:  $q(0) = 0$ ,  $\dot{q}(0) = \dot{q}_0$ .

**Q3.4** Determinare la soluzione dell'equazione del moto.

**Q3.5** Si determini, in modulo, la massima rotazione dell'asta AB per  $t > 0$ .

**Problema 3.** Si consideri il sistema dinamico in figura 4 in regime di piccole oscillazioni intorno alla configurazione di riferimento. La sbarretta  $EF$  ha densità di massa pari a  $\rho_L = m/L$  e il triangolo  $\rho_S = m/L^2$ . Si assumano come coordinate lagrangiane la posizione  $s(t)$  del punto  $F$  e la rotazione antioraria  $\varphi(t)$  del triangolo. Si trascurino gli effetti dell'accelerazione gravitazionale e si consideri nulla la lunghezza delle molle a riposo.

**Q3.1** Determinare le espressioni dell'energia cinetica del triangolo e della sbarretta.

**Q3.2** Determinare l'espressione della funzione lagrangiana.

**Problema 3 (segue).**

**Q3.3** Scrivere le equazioni differenziali del moto.

**Q3.4** Si calcoli la pulsazione minima del sistema.

Figura 1

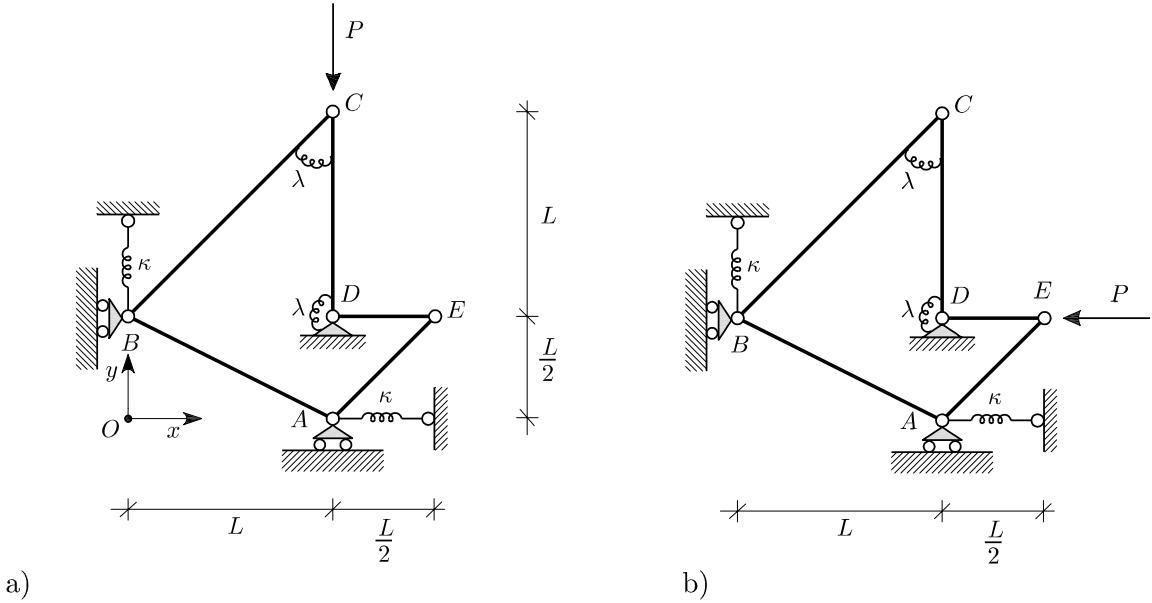


Figura 2

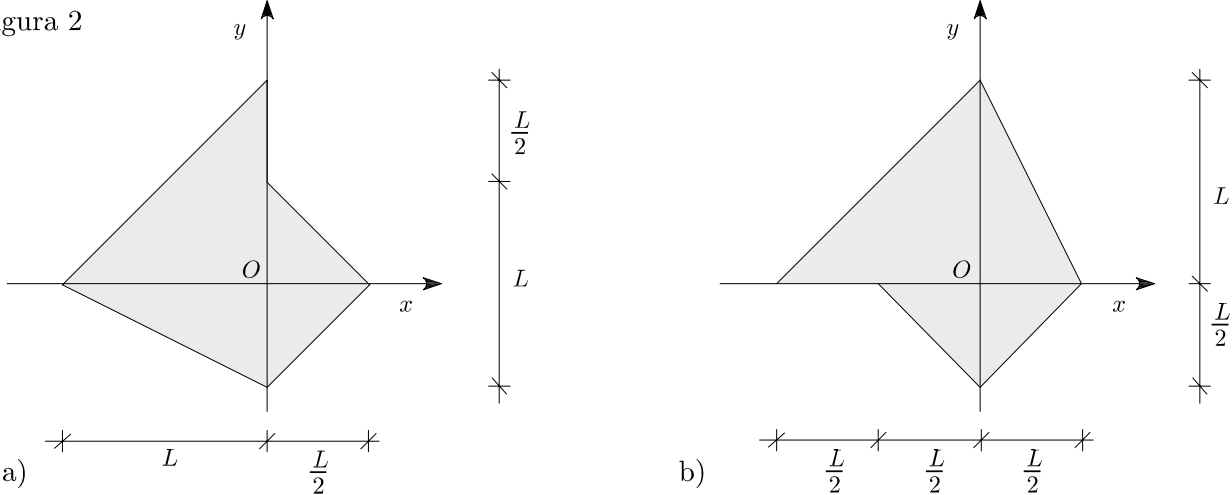


Figura 3

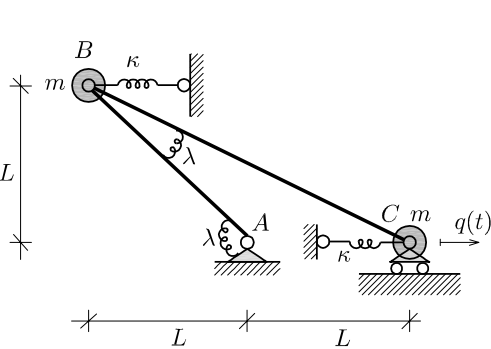


Figura 4

