

COGNOME: NOME: Matricola:
 FIRMA:

Nota: Indicare le risposte nei riquadri predisposti. Ove previsto, nello spazio bianco al di sotto dei problemi è *obbligatorio* riportare i passaggi fondamentali per giungere al risultato.

Problema 1. Si consideri la travatura rigida con elementi elastici in figura 1a.

Q1.1 Determinare le coordinate del centro d'istantanea rotazione del corpo ABC nel sistema di riferimento $\{B; x, y\}$

Q1.2 Determinare il carico critico del sistema.

Q1.3 Confrontare il carico critico del sistema in figura 1a con quello in figura 1b.

Problema 2. Si consideri la distribuzione di massa piana in figura 2. Si assuma la densità costante pari a 1.

Q2.1 Determinare le coordinate del centro di massa nel sistema di riferimento $\{O; x, y\}$.

Q2.2 Determinare il momento d'inerzia rispetto all'asse x .

Q2.3 Determinare il momento d'inerzia rispetto all'asse η

Siano $J_{G_i}(\mathcal{R}_i)$ i tensori d'inerzia rispetto ai relativi centri di massa G_i , origini dei sistemi di riferimento cartesiani $\{G_i; s, t\}$ delle due distribuzioni di massa piane in fig. 2a e 2b.

Q2.4 Stabilire se $J_{G_1}(\mathcal{R}_1)$ e $J_{G_2}(\mathcal{R}_2)$ hanno gli stessi autovettori e giustificare la risposta.

Q2.5 Stabilire se $J_{G_1}(\mathcal{R}_1)$ e $J_{G_2}(\mathcal{R}_2)$ hanno gli stessi autovalori e giustificare la risposta.

Problema 3. Si consideri il sistema in figura 3a in regime di *piccole* oscillazioni intorno alla configurazione di riferimento. Si assumano come parametri lagrangiani lo spostamento orizzontale del punto G e la rotazione del corpo EFG . Si trascuri l'accelerazione gravitazionale.

Q3.1 Supponendo che siano assegnate le condizioni $\mathbf{q}(2) = \mathbf{q}^o$ e $\mathbf{q}(3) = \mathbf{q}^1$, scrivere l'espressione del funzionale di azione hamiltoniana.

continua ...

Problema 3 (segue).

Q3.2 Determinare le componenti della matrice delle masse.

Q3.3 Determinare le componenti della matrice delle rigidzze.

Q3.4 Determinare la pulsazione minima del sistema.

Problema 4. Si consideri il sistema dinamico in figura 4. Entrambi i semidischi, ciascuno di raggio R , hanno densità di massa pari a $\rho = 2m/(\pi R^2)$; la generica configurazione del sistema è individuata dalle coordinate lagrangiane $q_1(t) = \vartheta(t)$ e $q_2(t) = \varphi(t)$. Si consideri nulla la lunghezza della molla a riposo e *non* nulla l'accelerazione gravitazionale.

Q4.1 Determinare la distanza d tra il baricentro e la base del semidisco.

Q4.2 Determinare l'espressione *esatta* della funzione lagrangiana.

continua ...

Problema 4 (segue).

Q4.3 Scrivere le equazioni differenziali (*non* linearizzate) del moto.

Q4.4 Si ponga $kR = mg$. Stabilire se la configurazione $\vartheta = \pi$ e $\varphi = -\pi$ individua una posizione di equilibrio ed eventualmente qualificarne la stabilità.

Q4.5 Stabilire se il momento coniugato alla variabile ϑ rimane costante lungo le soluzioni del problema e giustificare la risposta