

COGNOME:

NOME:

Matricola:

FIRMA:

CdS:

Criterio di valutazione: 2 punti per ogni risposta corretta, 0 punti per ogni risposta errata o omessa, -0.5 punti per ogni risposta a scelta multipla errata.

Problema 1. Si considerino i sistemi in fig. 1.

Q1.1 Determinare il carico critico del sistema in fig. 1(a).

$$p_c^{(a)} = \frac{5}{4} \frac{\lambda}{L}$$

Q1.2 Si confronti il carico critico del sistema in fig. 1(b) con quello del sistema in fig. 1(a). Si ha:

☐ $p_c^{(b)} < p_c^{(a)}$

☐ $p_c^{(b)} = p_c^{(a)}$

☒ $p_c^{(b)} > p_c^{(a)}$

$[p_c^{(b)} = \frac{5}{3} \frac{\lambda}{L}]$

Q1.3 Si confronti il carico critico del sistema in fig. 1(c) con quello del sistema in fig. 1(a). Si ha:

☐ $p_c^{(c)} < p_c^{(a)}$

☐ $p_c^{(c)} = p_c^{(a)}$

☒ $p_c^{(c)} > p_c^{(a)}$

$[p_c^{(c)} = \frac{5}{2} \frac{\lambda}{L}]$

Problema 2. Il sistema materiale piano in fig. 2 è composto da parti con diversa densità superficiale di massa, come evidenziato in figura. Si ponga $\rho_1 = 1, \rho_2 = 2$.

Q2.1 Calcolare le coordinate del baricentro G rispetto al sistema di riferimento $\{O; x, y\}$.

$$(x_G, y_G) = \left(0, \frac{a}{3}\right)$$

Q2.2 Si calcoli il momento d'inerzia del sistema materiale rispetto all'asse x .

$$J_x = \frac{4}{3} a^4$$

Q2.3 Si confronti il momento d'inerzia rispetto all'asse centrale x' con quello rispetto all'asse centrale y' . Si ha:

☒ $J_{x'} < J_{y'}$

☐ $J_{x'} = J_{y'}$

☐ $J_{x'} > J_{y'}$

Problema 3. Si considerino i sistemi dinamici in fig. 3, in regime di oscillazioni libere non smorzate. Sia $\varphi = \varphi(t)$ l'angolo di rotazione assoluta del tratto ABC (positivo se antiorario).

Q3.1 Calcolare la pulsazione p del sistema in fig. 3(a).

$$p^{(a)} = \sqrt{\frac{\lambda}{2mL^2}}$$

Il sistema in fig. 3(a) viene messo in moto con le
Q3.2 condizioni iniziali $\varphi(0) = \varphi_0$ e $\dot{\varphi}(0) = 0$. Si valuti
 l'accelerazione massima del punto C per $t > 0$.

$$\max_{t>0} \{ \|\ddot{u}_C(t)\| \} = \sqrt{2} L \varphi_0 p^{(a)^2}$$

Q3.3 Si confronti la pulsazione p del sistema in fig. 3(b) con quella del sistema in fig. 3(a). Si ha:

☐ $p^{(b)} < p^{(a)}$

☒ $p^{(b)} = p^{(a)}$

☐ $p^{(b)} > p^{(a)}$

Problema 4. Si consideri il sistema dinamico in fig. 4, la cui configurazione generica è individuata dalla rotazione intorno al punto A , $q_1(t)$, e dallo spostamento orizzontale del punto B , $q_2(t)$.

Si calcolino i coefficienti della matrice delle masse \mathbf{M} (due terzi di punto per ogni valore corretto, nessun punto per ogni valore errato od omissso).

$$M_{11} = 8mL^2, \quad M_{12} = 2mL, \quad M_{22} = m$$

Si calcolino i coefficienti della matrice delle rigidezze \mathbf{K} (due terzi di punto per ogni valore corretto, nessun punto per ogni valore errato od omissso).

$$K_{11} = 5\lambda, \quad K_{12} = 4\frac{\lambda}{L}, \quad K_{22} = 4\frac{\lambda}{L^2}$$

Q4.3 La pulsazione più bassa p_{min} del sistema vale:

$$p_{min} = \sqrt{\frac{21 - \sqrt{377}}{8}} \sqrt{\frac{\lambda}{mL^2}} \simeq \sqrt{0.198} \frac{\lambda}{mL^2}$$

Q4.4 Si determini la forma del modo di vibrazione associato a p_{min} .

$$(q_1, q_2) = \left(1, -4\frac{(16 - \sqrt{377})}{5 - \sqrt{377}}L\right) \simeq (1, -0.948L)$$

Problema 5. Il sistema reticolare in fig. 5 possiede un cinematismo ed uno stato di sollecitazione autoequilibrato.

Determinare il cinematismo $\mathbf{u}^{(o)}$, ponendo $u_{3x}^{(o)} = u_o$.

$$\mathbf{u}^{(o)} = u_o [0, 1, 1, 1, 1]^T$$

$$\mathbf{u}^{(o)} = [u_{1x}^{(o)}, u_{1y}^{(o)}, u_{2x}^{(o)}, u_{2y}^{(o)}, u_{3x}^{(o)}]^T.$$

Determinare lo stato di sollecitazione autoequilibrato $\boldsymbol{\sigma}^{(o)}$, ponendo $\sigma_5^{(o)} = N_o$.

$$\boldsymbol{\sigma}^{(o)} = N_o \left[\frac{\sqrt{2}}{2}, -1, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, 1 \right]^T$$

$$\boldsymbol{\sigma}^{(o)} = [\sigma_1^{(o)}, \sigma_2^{(o)}, \sigma_3^{(o)}, \sigma_4^{(o)}, \sigma_5^{(o)}]^T.$$

Q5.3 Il sistema è stabile se presollecitato con $N_o > 0$.

■ V □ F

TOTALE PUNTI DISPONIBILI: 32

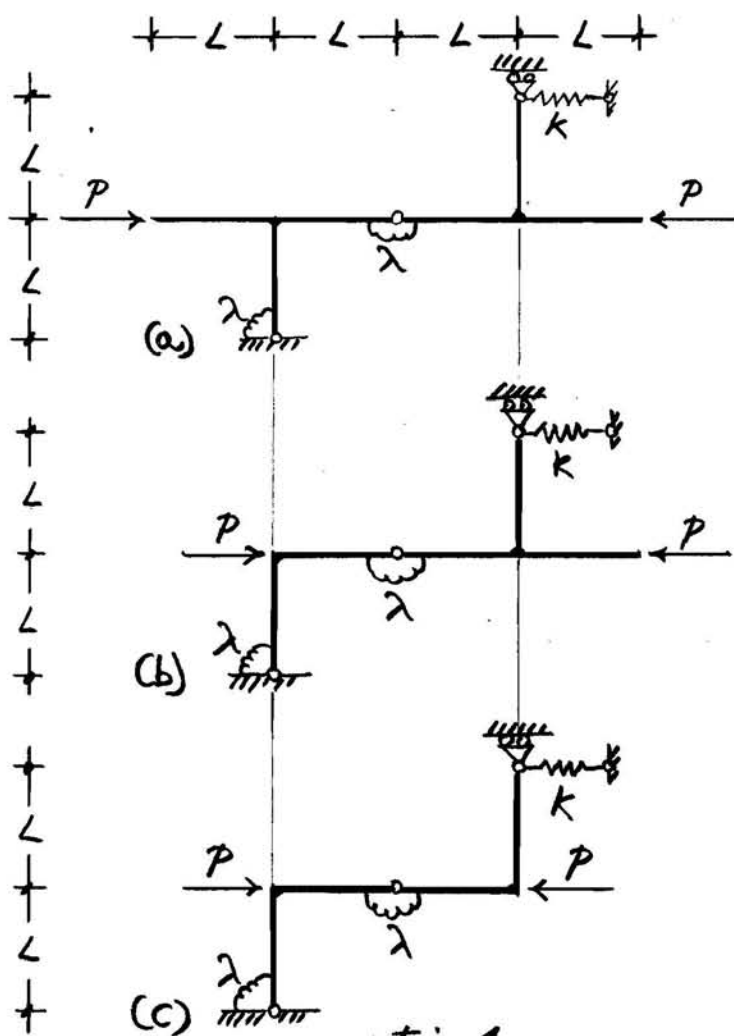


Fig. 1

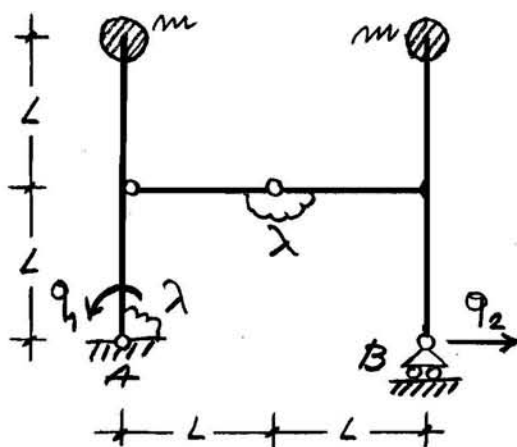


Fig. 4

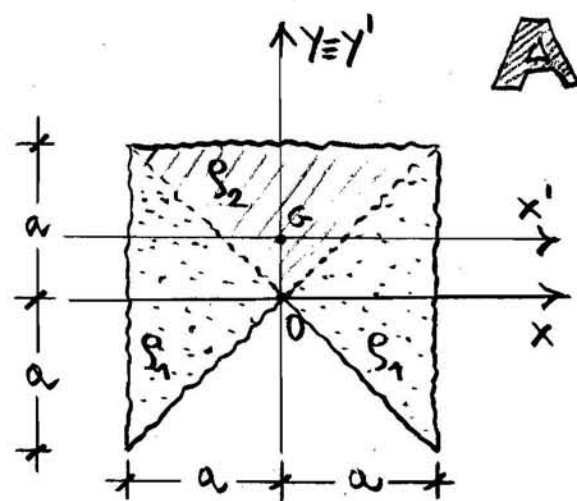


Fig. 2

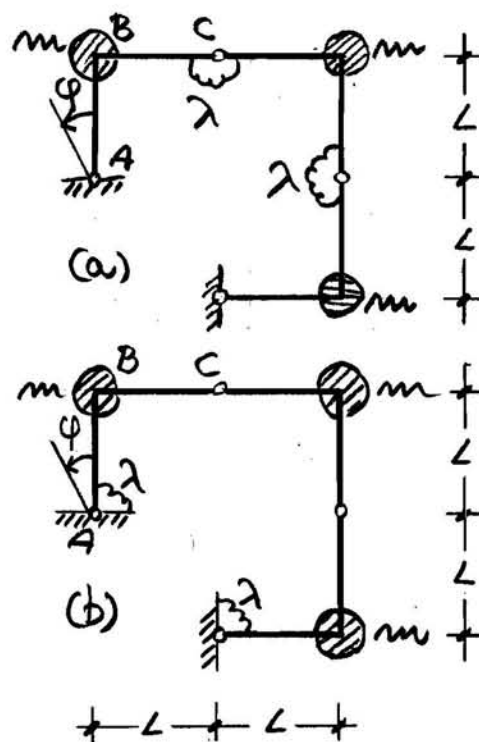


Fig. 3

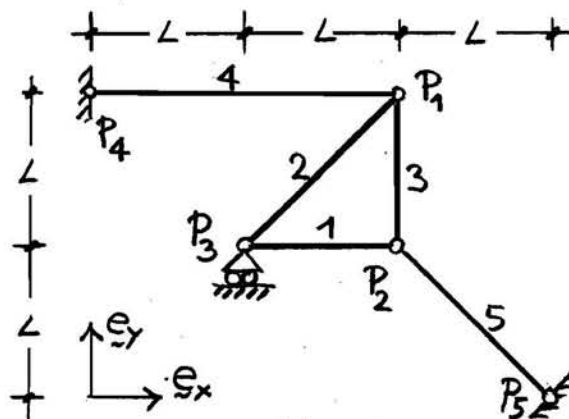


Fig. 5