

COGNOME: ..... NOME: ..... Matricola: .....

FIRMA: .....

CdS: .....

Criterio di valutazione: 2 punti per ogni risposta corretta, 0 punti per ogni risposta errata o omessa, -0.5 punti per ogni risposta a scelta multipla errata.

**Problema 1.** Si consideri il sistema materiale piano in fig. 1 ( $\rho = 1$ ).

**Q1.1** Si calcolino le coordinate del baricentro  $G$  rispetto al sistema di riferimento  $\{O; x, y\}$ .

$$(x_G, y_G) = \left( \frac{19}{18}a, \frac{19}{18}a \right)$$

**Q1.2** Si calcoli il momento d'inerzia del sistema materiale rispetto all'asse  $x$ .

$$J_x = \frac{13}{3}a^4$$

**Q1.3** Si calcoli il momento d'inerzia del sistema materiale rispetto all'asse  $\xi$ .

$$J_\xi = \frac{5}{4}a^4$$

**Q1.4** L'asse  $\xi$  è asse d'inerzia principale centrale per il sistema materiale piano indicato in fig. 1. ☒ V ☐ F

**Problema 2.** Si considerino i sistemi in fig. 2, composti di aste rigide e molle lineari.

**Q2.1** Determinare il carico critico del sistema (a).

$$p_c^{(a)} = \frac{\lambda}{L}$$

**Q2.2** Si confronti il carico critico del sistema (b) con quello del sistema (a). Si ha:

☒  $p_c^{(b)} < p_c^{(a)}$  ☐  $p_c^{(b)} = p_c^{(a)}$  ☐  $p_c^{(b)} > p_c^{(a)}$   $[p_c^{(b)} = \frac{\lambda}{2L}]$

continua ...

**Problema 3.** Si considerino i sistemi dinamici in fig. 3. Sia  $q = q(t)$  lo spostamento orizzontale del punto  $A$ .

**Q3.1** Trovare l'espressione dell'energia cinetica del sistema (a).

$$E_{cin}^{(a)}(t) = \frac{5}{4} m \dot{q}^2(t)$$

**Q3.2** Calcolare la pulsazione  $p$  del sistema (a).

$$p^{(a)} = \sqrt{\frac{4(\lambda + kL^2)}{5mL^2}}$$

**Q3.3** Si confronti la pulsazione del sistema (b) con quello del sistema (a). Si ha:

■  $p^{(b)} < p^{(a)}$

□  $p^{(b)} = p^{(a)}$

□  $p^{(b)} > p^{(a)}$

**Problema 4.** Si consideri il sistema dinamico in fig. 4, la cui configurazione generica è individuata dallo spostamento orizzontale del punto  $A$ ,  $q_1(t)$ , e dallo spostamento verticale del punto  $B$ ,  $q_2(t)$ .

Si calcolino i coefficienti della matrice delle masse  $\mathbf{M}$  (due terzi di punto per ogni valore corretto, nessun punto per ogni valore errato/omesso).

$$M_{11} = \frac{3}{2}m, \quad M_{12} = 0, \quad M_{22} = \frac{3}{2}m$$

Si calcolino i coefficienti della matrice delle rigidezze  $\mathbf{K}$  (due terzi di punto per ogni valore corretto, nessun punto per ogni valore errato/omesso).

$$K_{11} = \frac{3}{2} \frac{\lambda}{L^2}, \quad K_{12} = 0, \quad K_{22} = \frac{1}{2} \frac{\lambda}{L^2}$$

**Q4.3** La pulsazione più bassa  $p_{min}$  del sistema vale:

$$p_{min} = \sqrt{\frac{1}{3} \cdot \frac{\lambda}{mL^2}}$$

**Q4.4** Si determini la forma del modo di vibrazione associato a  $p_{min}$ .

$$(q_1, q_2) = (0, 1)$$

**Problema 5.** Si consideri il sistema con aste deformabili in fig. 5.

**Q5.1** Determinare uno stato di sollecitazione autoequilibrato  $\boldsymbol{\sigma}^{(o)}$ , ponendo  $\sigma_5^{(o)} = N_o$ .  $\boldsymbol{\sigma}^{(o)} = [\sigma_1^{(o)}, \sigma_2^{(o)}, \sigma_3^{(o)}, \sigma_4^{(o)}, \sigma_5^{(o)}]^T$ .

$$\boldsymbol{\sigma}^{(o)} = N_o \left[ -\frac{\sqrt{2}}{2}, 0, 1, -\frac{\sqrt{2}}{2}, 1 \right]^T$$

**Q5.2** Determinare il cinematismo del sistema  $\mathbf{u}^{(o)}$ .  $\mathbf{u}^{(o)} = [u_{1x}^{(o)}, u_{1y}^{(o)}, u_{2x}^{(o)}, u_{2y}^{(o)}, u_{3x}^{(o)}]^T$ .

$$\mathbf{u}^{(o)} = v_o [0, 2, -1, 1, 0]^T$$

**Q5.3** Il carico  $\mathbf{f} = [f_{1x}, f_{1y}, f_{2x}, f_{2y}, f_{3x}]^T = [p, 0, -p, -p, p]^T$  può essere bilanciato nella configurazione iniziale rappresentata in fig. 5.

■ V □ F

**B**

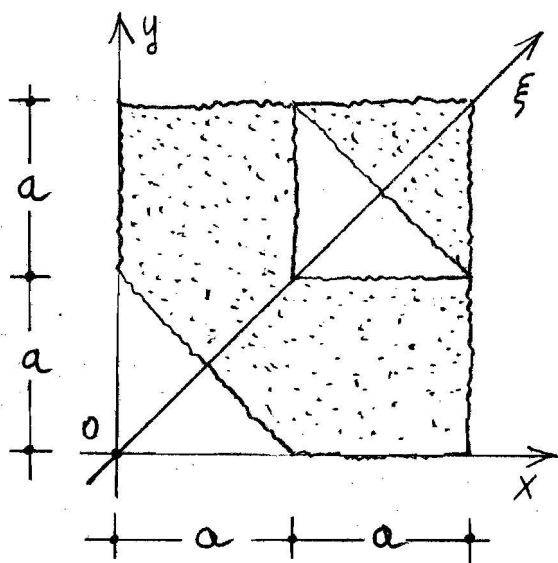


Fig. 1

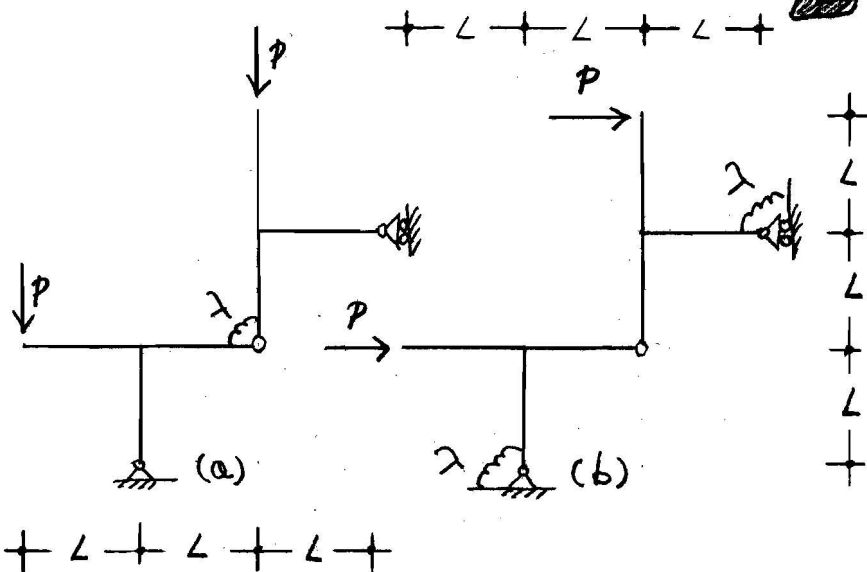


Fig. 2

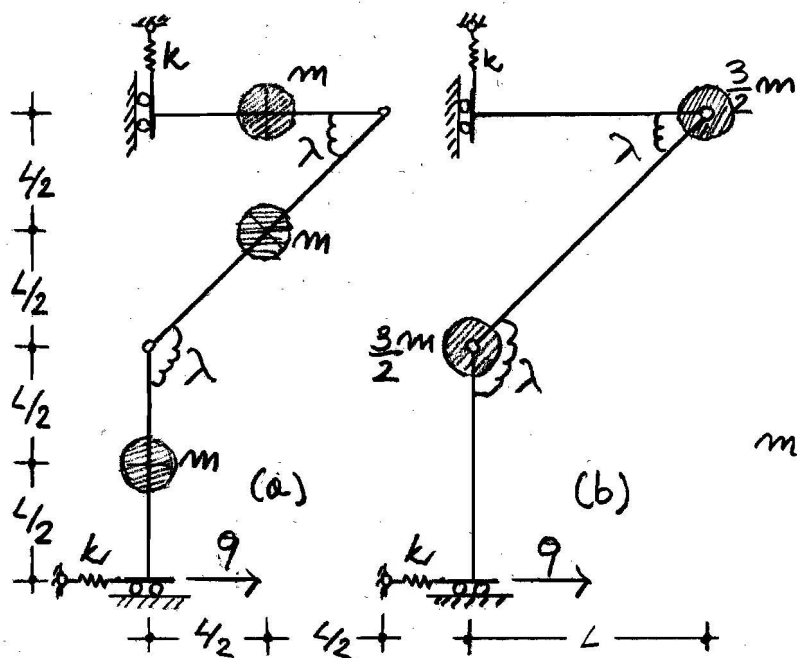


Fig. 3

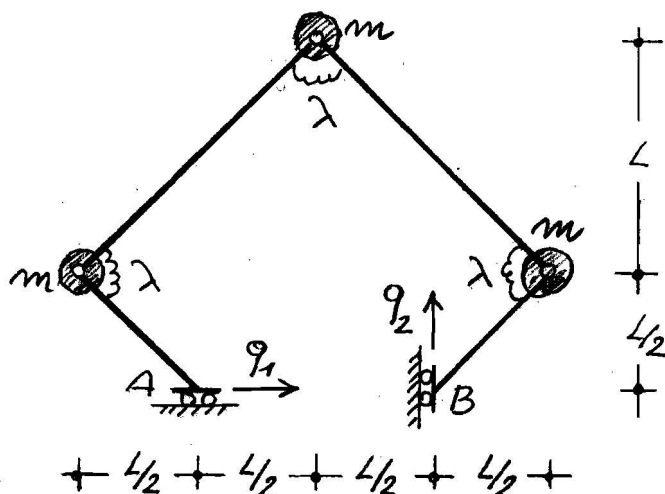


Fig. 4

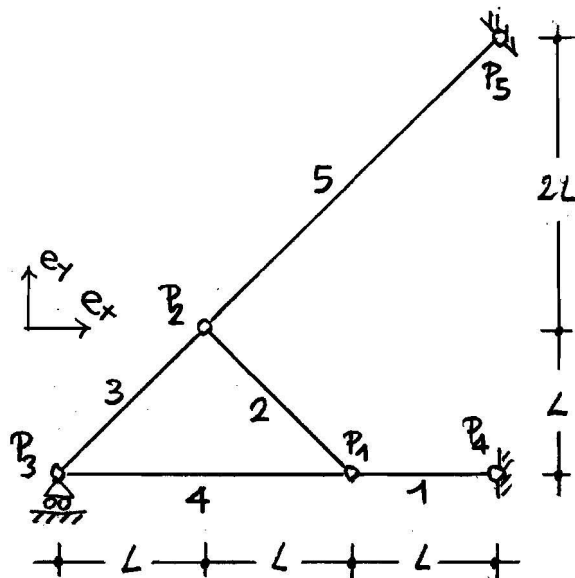


Fig. 5