

COGNOME: ..... NOME: ..... Matricola: .....  
FIRMA: .....

Nota: Indicare le risposte nei riquadri predisposti. Ove previsto, nello spazio bianco al di sotto dei problemi è *obbligatorio* riportare i passaggi fondamentali per giungere al risultato.

**Problema 1.** Si consideri la travatura rigida con elementi elastici in figura 1a.

**Q1.1** Determinare le coordinate del centro d'istantanea rotazione del corpo  $BD$  nel sistema di riferimento  $\{A; x, y\}$

**Q1.2** Determinare il carico critico del sistema.

**Q1.3** Si confronti il carico critico del sistema in figura 1a con quello in figura 1b.

**Problema 2.** Si consideri la distribuzione di massa piana in figura 2. Si assuma la densità costante pari a 1.

**Q2.1** Determinare le coordinate del centro di massa.

**Q2.2** Determinare il momento d'inerzia rispetto all'asse  $x$ .

**Q2.3** Determinare il prodotto d'inerzia rispetto agli assi  $x$  e  $y$ .

**Problema 3.** Si consideri il sistema in figura 3 in regime di *piccole* oscillazioni intorno alla configurazione di riferimento. Si assumano come parametri lagrangiani la rotazione antioraria del corpo  $CD$  e la rotazione antioraria del corpo  $ACB$ . Si trascuri l'accelerazione gravitazionale.

**Q3.1** Determinare le componenti della matrice delle masse.

continua ...

**Problema 3 (segue).**

**Q3.2** Determinare le componenti della matrice delle rigidità.

**Q3.3** Determinare la pulsazione minima del sistema.

**Problema 4.** Si consideri il sistema dinamico in figura 4. I due punti materiali  $(P_1, m)$  e  $(P_2, m)$  sono costretti a muoversi, rispettivamente, lungo le guide rettilinee  $AB$  ed  $AC$ ; il punto  $A$  si muove invece lungo l'asse  $x$ . Si assumano come coordinate lagrangiane la posizione  $s(t)$  del punto  $A$  e le posizioni dei punti sulla guida,  $x_1(t)$  ed  $x_2(t)$ .

**Q4.1** Determinare l'espressione *esatta* della funzione lagrangiana.

**Q4.2** Scrivere le equazioni differenziali (*non linearizzate*) del moto.

continua ...

**Problema 4 (segue).**

Si scriva la variazione prima del funzionale di azione hamiltoniana tra l'istante  $t_o = 1$  e  $t_1 = 2$ .

**Q4.3**

Si consideri il seguente cambio di coordinate:  $q_1(t) = x_1(t) - x_2(t)$ ,  $q_2(t) = x_1(t) + x_2(t)$ .

Si elimini (se possibile) la dipendenza dalla coordinata  $s(t)$  dalle equazioni del moto e si riscrivano in termini delle nuove coordinate.

**Q4.4**

**Q4.5** Si calcolino le pulsazioni del sistema.

Figura 1

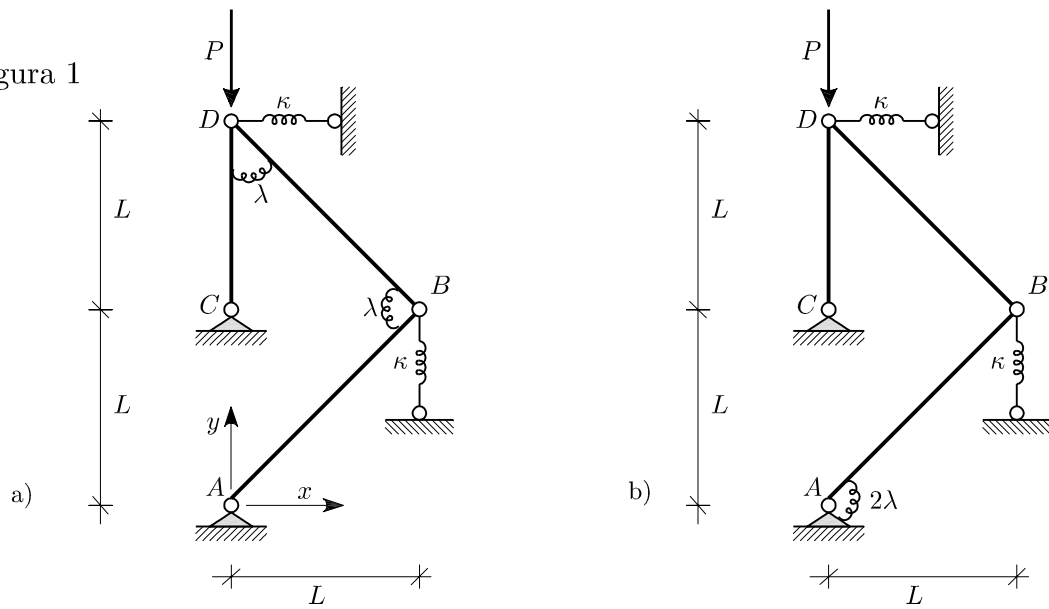


Figura 2

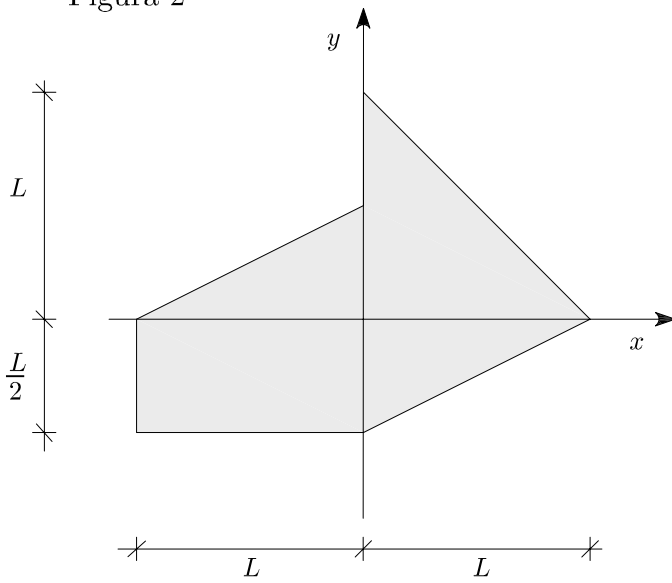


Figura 3

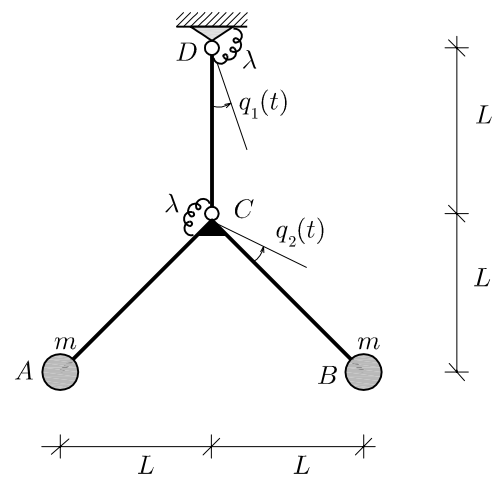


Figura 4

