

COGNOME: .....

NOME: .....

Matricola: .....

FIRMA: .....

CdS: .....

**Problema 1.** Si considerino i sistemi in fig. 1.

Determinare le coordinate del centro istantaneo di rotazione della travatura  $ABCDE$  del sistema in fig. 1(a), rispetto al sistema di riferimento  $\{O; x, y\}$ .

$$(x_I, y_I) = (0, 0)$$

**Q1.2** Determinare il carico critico del sistema in fig. 1(a).

$$p_c^{(a)} = \frac{8\lambda + kL^2}{L}$$

**Q1.3** Si confronti il carico critico del sistema in fig. 1(b) con quello del sistema in fig. 1(a). Si ha:

☒  $p_c^{(b)} < p_c^{(a)}$

☐  $p_c^{(b)} = p_c^{(a)}$

☐  $p_c^{(b)} > p_c^{(a)}$

**Problema 2.** Si consideri il sistema materiale piano in fig. 2 ( $\rho = 1$ ).

**Q2.1** Si calcolino le coordinate del baricentro  $G$  rispetto al sistema di riferimento  $\{O; x, y\}$ .

$$(x_G, y_G) = \left(\frac{14}{9}a, \frac{25}{27}a\right)$$

**Q2.2** Si calcoli il momento d'inerzia del sistema materiale rispetto all'asse  $y$ .

$$J_y = \frac{57}{4}a^4$$

**Q2.3** Si calcoli il prodotto d'inerzia del sistema materiale rispetto al sistema di riferimento  $\{O; x, y\}$ .

$$J_{xy} = \frac{157}{24}a^4$$

**Problema 3.** Si consideri il sistema dinamico in fig. 3. La configurazione generica del sistema è individuata dall'angolo di rotazione assoluta  $\varphi(t)$  della travatura ACDE (positivo se antiorario).

**Q3.1** Calcolare l'espressione dell'energia cinetica del sistema.

$$E_{\text{cin}} = \frac{1}{2}(18mL^2)\dot{\varphi}^2$$

**Q3.2** Calcolare la pulsazione  $p$  del sistema.

$$p = \sqrt{\frac{9kL^2 + 10\lambda}{18mL^2}}$$

Il sistema viene messo in moto con le seguenti condizioni iniziali:  
**Q3.3**  $\varphi(0) = 0$ ,  $\dot{\varphi}(0) = \dot{\varphi}_0$ . Si valuti, in modulo, il massimo spostamento del punto B per  $t > 0$ .

$$\max_{t>0}\{\|\mathbf{u}_B\|\} = \frac{3\dot{\varphi}_0 L}{p}$$

**Problema 4.** Si consideri il sistema dinamico in fig. 4, la cui configurazione generica è individuata dalla rotazione  $q_1(t)$  intorno al punto  $A$ , e dallo spostamento orizzontale  $q_2(t)$  del punto  $B$ .

**Q4.1** Si calcolino i coefficienti della matrice delle masse  $\mathbf{M}$ .

$$M_{11} = 48mL^2, \quad M_{12} = 16mL, \quad M_{22} = 8m$$

**Q4.2** Si calcolino i coefficienti della matrice delle rigidezze  $\mathbf{K}$ .

$$K_{11} = 16kL^2, \quad K_{12} = 4kL, \quad K_{22} = 2k$$

**Q4.3** La pulsazione più bassa  $p_{min}$  del sistema vale:

$$p_{min} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

**Problema 5.** Si consideri il sistema con aste deformabili in fig. 5. Tutte le aste hanno rigidezza  $k$ .

Determinare uno stato di sollecitazione auto-equilibrato  $\boldsymbol{\sigma}^{(o)}$ , ponendo  $\sigma_3^{(o)} = N_o$ .

**Q5.1**

$$\boldsymbol{\sigma}^{(o)} = [\sigma_1^{(o)}, \sigma_2^{(o)}, \sigma_3^{(o)}, \sigma_4^{(o)}, \sigma_5^{(o)}, \sigma_6^{(o)}]^T.$$

$$\boldsymbol{\sigma}^{(o)} = N_o [\sqrt{5}, 2, 1, -\sqrt{5}, 1, -2]^T$$

**Q5.2** Determinare l'allungamento  $\Delta l_4$  dell'asta 4 compatibile con  $\Delta l_1 = \Delta l_2 = \Delta l_3 = 0, \Delta l_5 = \Delta l_6 = \delta$ .

$$\Delta l_4 = -\frac{\sqrt{5}}{5} \delta$$

**Q5.3** Il carico  $\mathbf{f} = [f_{4x}, f_{4y}, f_{5x}, f_{5y}, f_{6x}, f_{6y}]^T = [p, 2p, 0, 0, p, p]^T$  è staticamente ammissibile.

☐ V ☒ F

