

COGNOME:

NOME:

Matricola:

FIRMA:

Criterio di valutazione: 2 punti per ogni risposta corretta, 0 punti per ogni risposta omessa, 0 punti per ogni risposta a completamente errata, -0.5 punti per ogni risposta a scelta multipla errata.

Problema 1. Le oscillazioni libere di un sistema dinamico sono governate dall'equazione $M\ddot{x} + Kx = 0$ dove il vettore x e le matrici M e K hanno le espressioni:

$$x = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}, \quad M = m \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad K = k \begin{bmatrix} 2 & -\sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 4 \end{bmatrix}.$$

Q1.1 Si calcolino le pulsazioni del sistema.

$$p^{(1)} = \sqrt{\frac{1}{2} \frac{k}{m}} \quad p^{(2)} = \sqrt{\frac{5}{2} \frac{k}{m}}$$

Q1.2 Si calcolino gli autovettori del sistema associati a $p^{(1)}$ e $p^{(2)}$.

$$x^{(1)} = \begin{bmatrix} \sqrt{3}/2 \\ 1/2 \end{bmatrix}, \quad x^{(2)} = \begin{bmatrix} -1/2 \\ \sqrt{3}/2 \end{bmatrix}$$

Il sistema viene posto in moto con le seguenti condizioni iniziali:

Q1.3
$$\begin{cases} x_1(0) = x_{10} \\ \dot{x}_1(0) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2(0) = 0 \\ \dot{x}_2(0) = \dot{x}_{20} \end{cases}$$

Calcolare l'energia totale al tempo t .

$$E_{tot} = m \dot{x}_{20}^2 + k x_{10}^2$$

Problema 2. Si consideri il sistema dinamico in Fig. 1, la cui configurazione generica è individuata dai parametri $x_1(t)$ e $x_2(t)$ indicati.

Si calcolino i coefficienti della matrice delle masse M (due terzi di punto per ogni valore corretto, nessun punto per ogni valore errato od omesso).

Q2.1

M_{11}	M_{12}	M_{22}
m_1	0	m_2

Si calcolino i coefficienti della matrice delle rigidezze K (due terzi di punto per ogni valore corretto, nessun punto per ogni valore errato od omesso).

Q2.2

K_{11}	K_{12}	K_{22}
$k + \frac{\lambda}{\ell^2}$	$-2 \frac{\lambda}{\ell^2}$	$4 \frac{\lambda}{\ell^2}$

Q2.3 Si scriva l'equazione differenziale del moto della massa m_1 quando $m_2 = 0$.

$$k x_1 + m_1 \ddot{x}_1 = 0$$

Q2.4 Si scriva l'equazione differenziale del moto della massa m_1 quando $\lambda = 0$.

$$k x_1 + m_1 \ddot{x}_1 = 0$$

continua ...

Problema 3. Le regioni in Fig. 2 hanno densità di massa per unità di superficie ρ costante.

Q3.1 Trovare la distanza d_G del centro di massa dal bordo superiore della regione in Fig. 2(a).

$$d_G = \frac{5}{4} l$$

Q3.2 Il momento d'inerzia rispetto all'asse principale y della regione in Fig. 2(a) vale:

☐ $J_y = \frac{11}{6} \rho l^4$

☐ $J_y = \frac{11}{3} \rho l^4$

☐ $J_y = \frac{22}{3} \rho l^4$

☒ $J_y = \frac{44}{3} \rho l^4$

☐ altro

Q3.3 Il momento d'inerzia rispetto all'asse principale x della regione in Fig. 2(a) è uguale al momento d'inerzia rispetto all'asse principale x della regione in Fig. 2(b).

☒ V ☐ F

Problema 4. Il sistema in fig. 3 possiede un cinematisimo e uno stato di presollecitazione in assenza di carichi esterni.

Q4.1 Il vettore di sollecitazioni interne $\mathbf{t} = [N_{AB}, N_{AC}, N_{BC}, N_{BD}, N_{CE}]^T = [N, -N, N, N, -N]^T$ rappresenta lo stato di presollecitazione del sistema.

☐ V ☒ F

Q4.2 Il carico esterno $\mathbf{f} = [f_{Ax}, f_{Bx}, f_{By}, f_{Cx}, f_{Cy}]^T = [f, -f/2, 0, 0, 0]^T$ non può essere equilibrato nella configurazione iniziale.

☒ V ☐ F

Q4.3 Se $\mathbf{s}_A = \delta \mathbf{e}_x$ è lo spostamento del punto A, allora lo spostamento del punto B vale:

$$\mathbf{s}_B = \frac{\delta}{2} \mathbf{e}_x + \frac{\delta}{2\sqrt{3}} \mathbf{e}_y$$

Problema 5. Si consideri il sistema reticolare tridimensionale in figura 4.

Calcolare gli sforzi (positivi se di trazione) in tutte le aste quando agisce solamente il carico $\mathbf{f}_1 = -f_1 \mathbf{e}_1$ (un terzo di punto per ogni valore corretto, nessun punto per ogni valore errato od omissso).

Q5.1

asta	AB	AC	AD
N	0	$-f_1$	$\sqrt{2}f_1$
asta	AE	BD	BF
N	0	0	0

Calcolare gli sforzi (positivi se di trazione) in tutte le aste quando agisce solamente il carico $\mathbf{f}_2 = f_2 \mathbf{e}_2$ (un terzo di punto per ogni valore corretto, nessun punto per ogni valore errato od omissso).

Q5.2

asta	AB	AC	AD
N	0	f_2	0
asta	AE	BD	BF
N	$-\sqrt{2}f_2$	0	0

Problema 6. Si considerino i sistemi in figura 5.

Q6.1 Il carico critico del sistema in fig. 5(a) vale:

$$p_c^{(a)} = 4 \frac{\lambda}{e} + \kappa e$$

Q6.2 Il carico critico del sistema in fig. 5(b) vale:

$$p_c^{(b)} = \kappa e$$

Q6.3 Il carico critico del sistema in fig. 5(c) vale:

$$p_c^{(c)} = 4 \frac{\lambda}{e}$$

Fig. 1

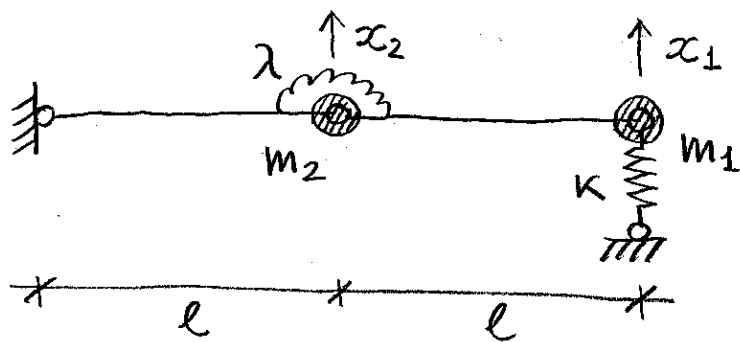


Fig. 2

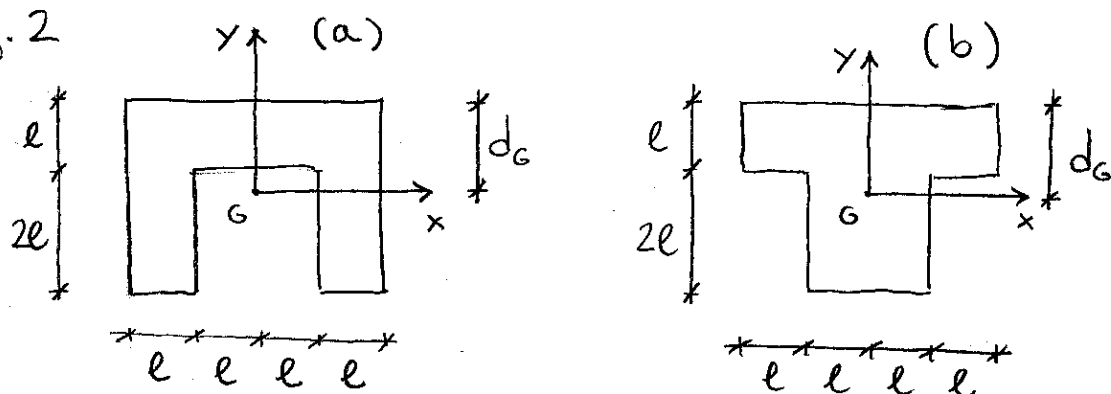


Fig. 3

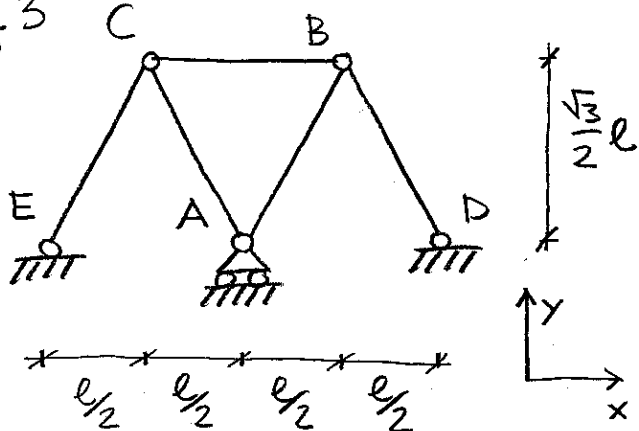


Fig. 4

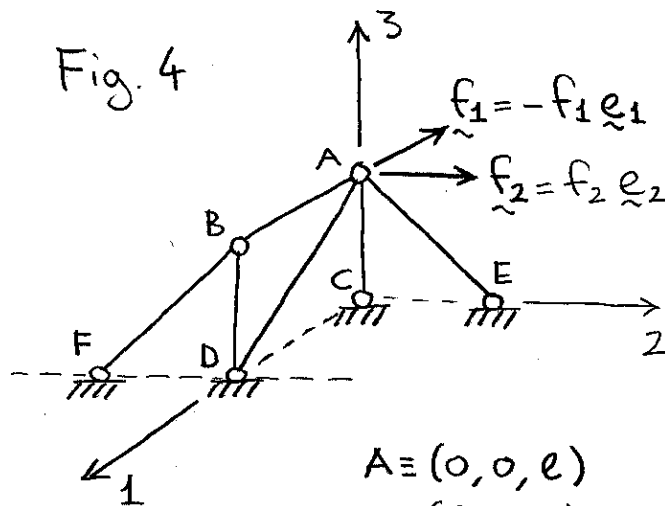
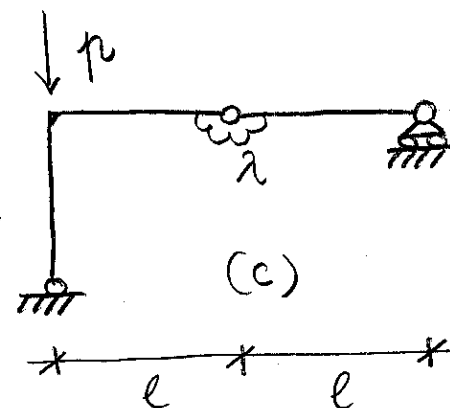
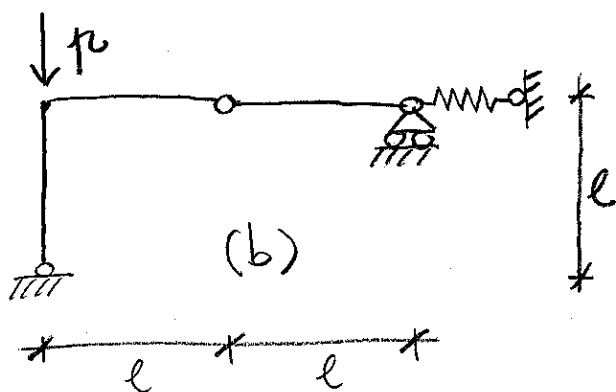
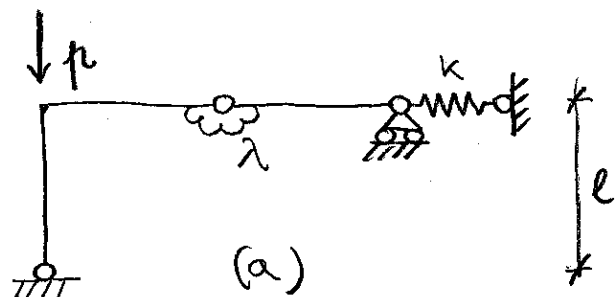


Fig. 5



$A \equiv (0, 0, l)$
 $B \equiv (l, 0, l)$
 $C \equiv (0, 0, 0)$
 $D \equiv (l, 0, 0)$
 $E \equiv (0, l, 0)$
 $F \equiv (l, -l, 0)$