

COGNOME: ..... NOME: ..... Matricola: .....

FIRMA: .....

CdS: .....

Criterio di valutazione: 2 punti per ogni risposta corretta, 0 punti per ogni risposta errata o omessa, -0.5 punti per ogni risposta a scelta multipla errata.

**Problema 1.** Si consideri il sistema materiale piano in fig. 1 con densità superficiale di massa unitaria.

**Q1.1** Calcolare la coordinata  $y_G$  del centro di massa  $G$  rispetto al sistema di riferimento  $\{O; x, y\}$ .

$$y_G = \frac{\sqrt{3}}{15}a$$

**Q1.2** Si calcoli il momento d'inerzia polare rispetto a  $G$ .

$$J_G = \frac{121}{240}\sqrt{3}a^4$$

**Q1.3** Si calcoli il momento d'inerzia rispetto all'asse  $y$ .

$$J_y = \frac{29}{96}\sqrt{3}a^4$$

**Problema 2.** Si consideri il sistema dinamico in fig. 2, in regime di oscillazioni libere non smorzate. Sia  $\varphi = \varphi(t)$  l'angolo di rotazione assoluta del corpo  $ABCD$  (positivo se antiorario).

**Q2.1** Calcolare l'espressione dell'energia cinetica del sistema.

$$E_{\text{cin}} = \frac{7}{4}ml^2\dot{\varphi}^2$$

**Q2.2** Calcolare la pulsazione  $p$  del sistema.

$$p = \sqrt{\frac{20kL^2 + 9\lambda}{14mL^2}}$$

Il sistema viene messo in moto con le seguenti condizioni iniziali:  
**Q2.3**  $\varphi(0) = 0$ ,  $\dot{\varphi}(0) = \dot{\varphi}_0$ . Si valuti, in modulo, il massimo spostamento del punto F per  $t > 0$ .

$$\max_{t>0}\{\|\mathbf{u}_F\|\} = \frac{\dot{\varphi}_0 L}{p}$$

continua ...

**Problema 3.** Si consideri il sistema dinamico in fig. 3, la cui configurazione generica è individuata dallo spostamento orizzontale del punto  $A$ ,  $q_1(t)$ , e dalla rotazione intorno al punto  $A$ ,  $q_2(t)$ .

**Q3.1** Calcolare la parte di energia potenziale dovuta alla sola molla in B.

$$\frac{1}{2}k\varepsilon_B^2 = \frac{1}{4}k(q_1^2 + 9q_2^2L^2 - 6q_1q_2L)$$

**Q3.2** Si calcolino i coefficienti della matrice delle masse  $\mathbf{M}$  (due terzi di punto per ogni valore corretto, nessun punto per ogni valore errato od omesso).

$$M_{11} = m \quad , \quad M_{12} = -2mL \quad , \quad M_{22} = 5mL^2$$

**Q3.3** La pulsazione più bassa  $p_{\min}$  del sistema vale:

$$p = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

**Q3.4** Tutti i vettori  $(q_1, q_2)$  sono autovettori.

☒ V ☐ F

**Problema 4.** Si considerino i problemi di carico critico in fig. 4.

**Q4.1** Determinare il valore critico della coppia  $c$  nel sistema in fig. 2(a).

$$c_c^{(a)} = kLH + \lambda \frac{L}{H}$$

**Q4.2** Si confronti il valore critico della coppia  $c$  nel sistema in fig. 2(b) con quello del sistema in fig. 2(a). Si ha:

☒  $c_c^{(b)} < c_c^{(a)}$

☐  $c_c^{(b)} = c_c^{(a)}$

☐  $c_c^{(b)} > c_c^{(a)}$

**Q4.3** Si confronti il valore critico della coppia  $c$  nel sistema in fig. 2(c) con quello del sistema in fig. 2(a). Si ha:

☐  $c_c^{(c)} < c_c^{(a)}$

☒  $c_c^{(c)} = c_c^{(a)}$

☐  $c_c^{(c)} > c_c^{(a)}$

**Problema 5.** Si consideri il sistema reticolare in fig. 5.

**Q5.1** La soluzione del problema cinematico

☐ esiste sempre ed è unica.

☒ esiste sempre ma non è unica.

☐ non sempre esiste ma se esiste è unica.

☐ non sempre esiste ma se esiste non è unica.

I carichi agenti sul sistema sono parametrizzati in funzione di  $\alpha$  come mostrato in figura.

**Q5.2** Trovare il valore di  $\alpha$  per cui il problema di equilibrio ammette soluzione

$$\alpha = -\frac{3}{2}$$

**Q5.3** Per il valore di  $\alpha$  trovato al punto precedente, la configurazione data è di equilibrio stabile.

☐ V ☒ F

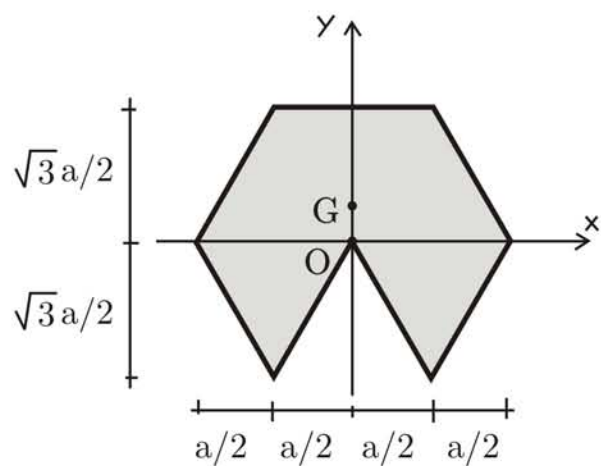


fig. 1

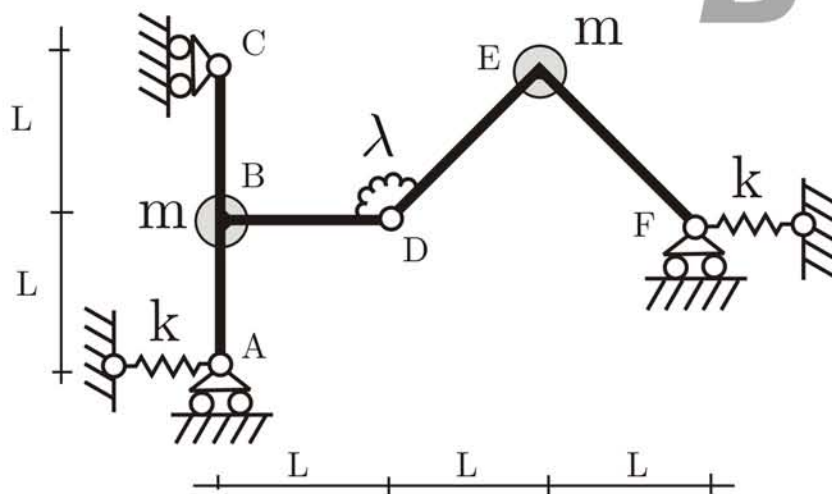


fig. 2

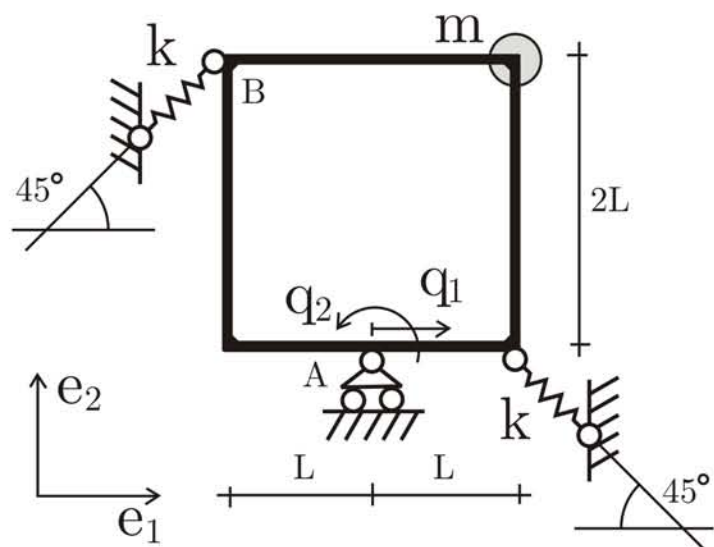
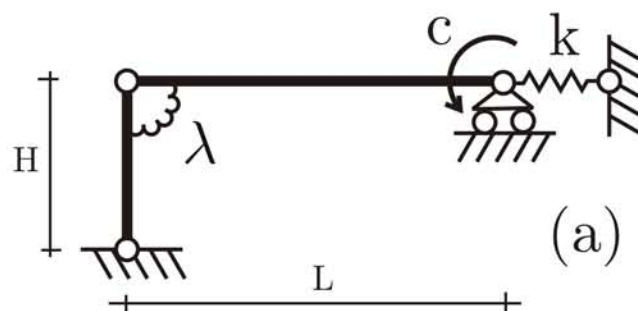
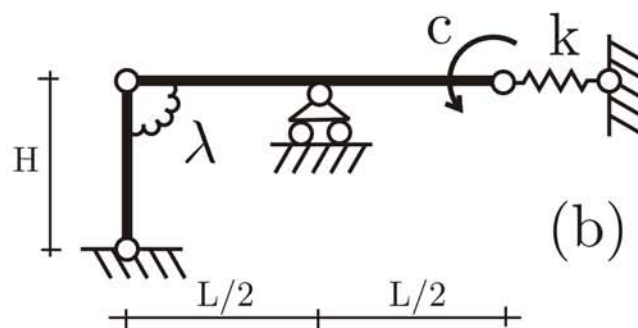


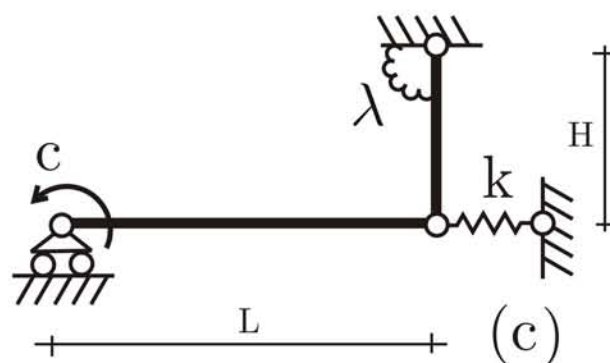
fig. 3



(a)



(b)



(c)

fig. 4

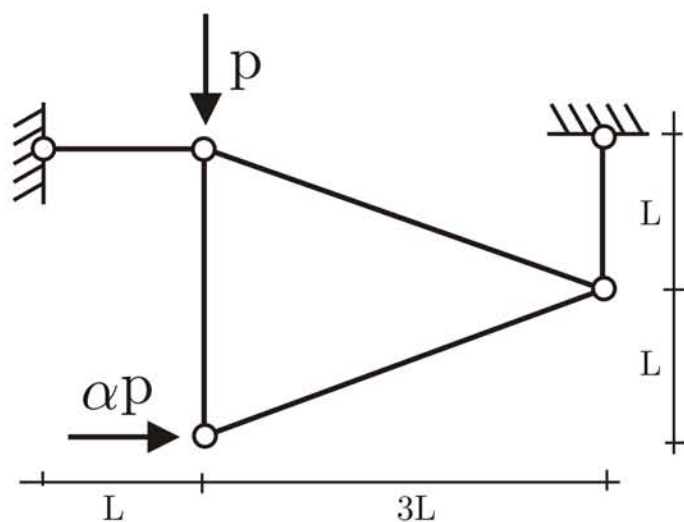


fig. 5