

COGNOME: .....

NOME: .....

Matricola: .....

FIRMA: .....

CdS: .....

**Problema 1.** Si considerino i sistemi in fig. 1.

**Q1.1** Determinare le coordinate del centro istantaneo di rotazione del corpo  $ABC$  rispetto al sistema di riferimento  $\{O; x, y\}$ .

$$(x_I, y_I) =$$

**Q1.2** Determinare il carico critico del sistema in fig. 1(a).

$$p_c^{(a)} =$$

**Q1.3** Si confronti il carico critico del sistema in fig. 1(b) con quello del sistema in fig. 1(a). Si ha:

$$\square p_c^{(b)} < p_c^{(a)}$$

$$\square p_c^{(b)} = p_c^{(a)}$$

$$\square p_c^{(b)} > p_c^{(a)}$$

**Problema 2.** Si consideri il sistema materiale piano in fig. 2 ( $\rho = 1$ ).

**Q2.1** Si calcolino le coordinate del baricentro  $G$  rispetto al sistema di riferimento  $\{O; x, y\}$ .

$$(x_G, y_G) =$$

**Q2.2** Si calcoli il momento d'inerzia del sistema materiale rispetto all'asse  $y$ .

$$J_y =$$

**Q2.3** Si calcoli il prodotto d'inerzia del sistema materiale rispetto al sistema di riferimento  $\{O; x, y\}$ .

$$J_{xy} =$$

**Problema 3.** Si consideri il sistema dinamico in fig. 3. La configurazione generica del sistema è individuata dall'angolo di rotazione assoluta  $\phi(t)$  dell'asta EG (positivo se antiorario).

**Q3.1** Calcolare l'espressione dell'energia cinetica del sistema.

$$E_{\text{cin}} =$$

**Q3.2** Calcolare la pulsazione  $p$  del sistema.

$$p^{(a)} =$$

**Q3.3** Il sistema viene messo in moto con le seguenti condizioni iniziali:  $\varphi(0) = 0$ ,  $\dot{\varphi}(0) = \dot{\varphi}_0$ . Si valuti, in modulo, il massimo spostamento del punto D per  $t > 0$ .

$$\max_{t>0} \{\|\mathbf{u}_D\|\} =$$

**Problema 4.** Si consideri il sistema dinamico in fig. 4, la cui configurazione generica è individuata dallo spostamento orizzontale  $q_1(t)$  del punto  $A$ , e dallo spostamento verticale  $q_2(t)$  del punto  $D$ .

**Q4.1** Si calcolino i coefficienti della matrice delle masse  $\mathbf{M}$ .

$$M_{11} = \dots\dots\dots, M_{12} = \dots\dots\dots, M_{22} = \dots\dots\dots$$

**Q4.2** Si calcolino i coefficienti della matrice delle rigidezze  $\mathbf{K}$ .

$$K_{11} = \dots\dots\dots, K_{12} = \dots\dots\dots, K_{22} = \dots\dots\dots$$

**Q4.3** La pulsazione più bassa  $p_{min}$  del sistema vale:

$$p_{min} =$$

**Problema 5.** Si consideri il sistema con aste deformabili in fig. 5. Tutte le aste hanno rigidezza  $k$ .

**Q5.1** Determinare uno stato di sollecitazione auto-equilibrato  $\boldsymbol{\sigma}^{(o)}$ , ponendo  $\sigma_3^{(o)} = N_o$ .  
 $\boldsymbol{\sigma}^{(o)} = [\sigma_1^{(o)}, \sigma_2^{(o)}, \sigma_3^{(o)}, \sigma_4^{(o)}, \sigma_5^{(o)}]^T$ .

$$\boldsymbol{\sigma}^{(o)} = \left[ \quad, \quad, \quad, \quad, \quad \right]^T$$

**Q5.2** Determinare l'allungamento  $\Delta l_3$  dell'asta 3 compatibile con  $\Delta l_1 = \Delta l_5 = 0$ ,  $\Delta l_2 = \Delta l_4 = \delta$ .

$$\Delta l_3 =$$

Si calcolino i coefficienti della prima colonna della matrice delle rigidezze  $\mathbf{K}$ , con  $\mathbf{u} = [u_{3x}, u_{3y}, u_{4x}, u_{4y}]^T$  e  $\mathbf{f} = [f_{3x}, f_{3y}, f_{4x}, f_{4y}]^T$  (metodo degli spostamenti -  $\mathbf{Ku} = \mathbf{f}$ ).

**Q5.3**

$$K_{11} = \dots\dots\dots, K_{21} = \dots\dots\dots, K_{31} = \dots\dots\dots, K_{41} = \dots\dots\dots$$

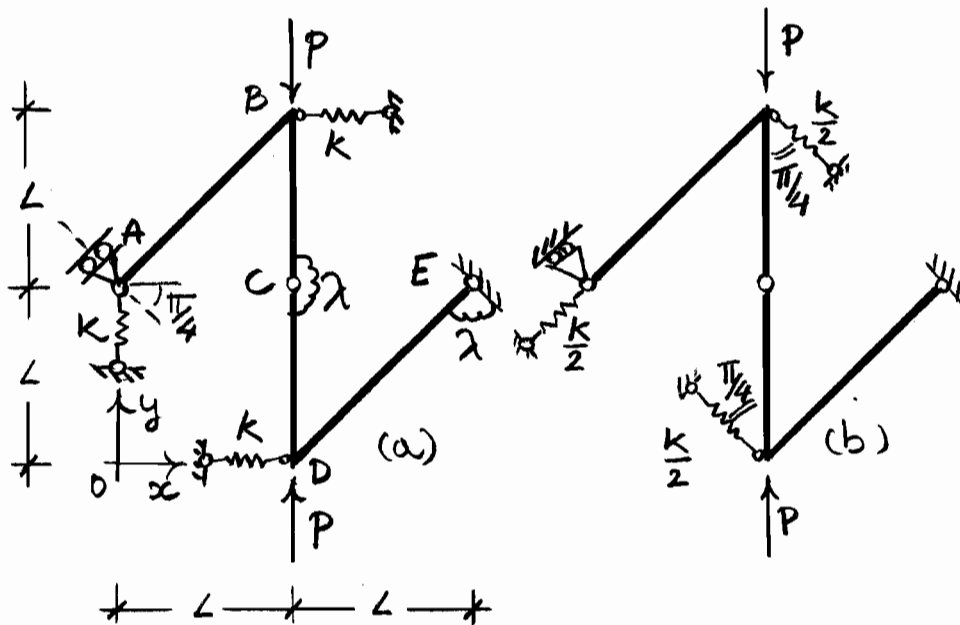


Fig. 1

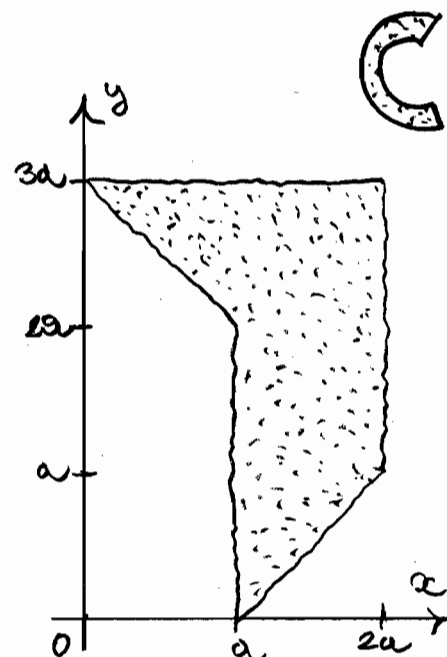


Fig. 2

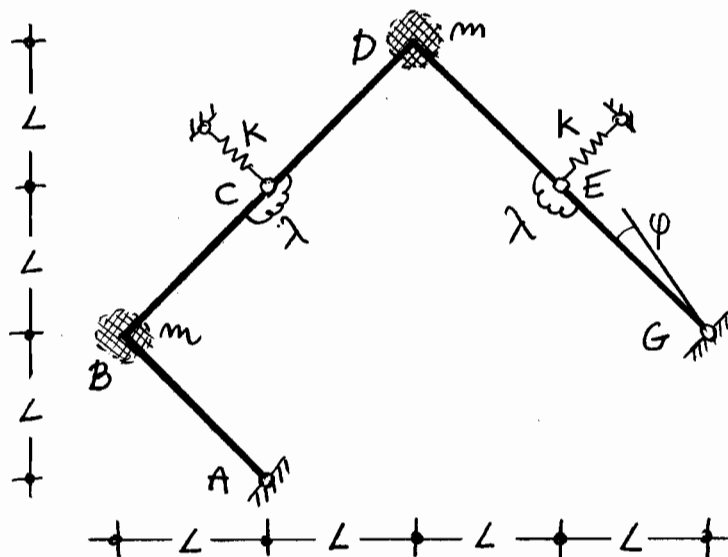


Fig. 3

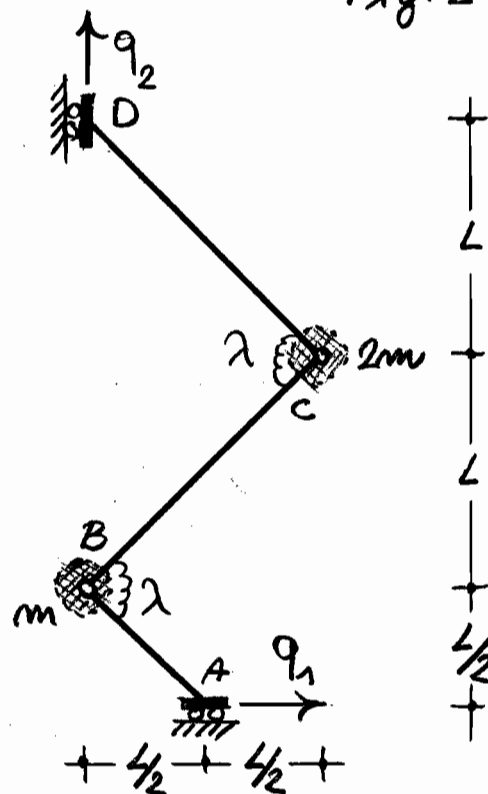


Fig. 4

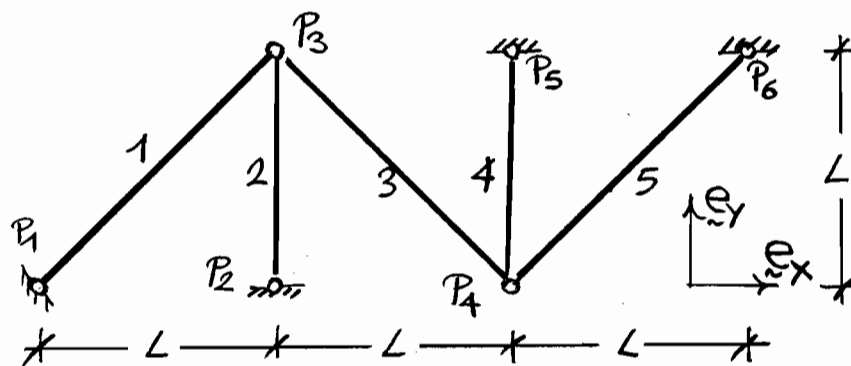


Fig. 5