

COGNOME:

NOME:

Matricola:

FIRMA:

CdS:

Problema 1. Si consideri il sistema piano di corpi rigidi rappresentato in fig. 1, con $\mathbf{f} = f\mathbf{e}_2$, $\mathbf{g} = g\mathbf{e}_1$ e $\tilde{\mathbf{c}} = \tilde{c}\mathbf{e}_3$ ($f, g, \tilde{c} > 0$).

Q1.1 Calcolare la reazione in A.

$$\mathbf{r}_A = \frac{1}{2} \left(g + \frac{\tilde{c}}{L} \right) \mathbf{e}_2$$

Q1.2 Calcolare la reazione in B.

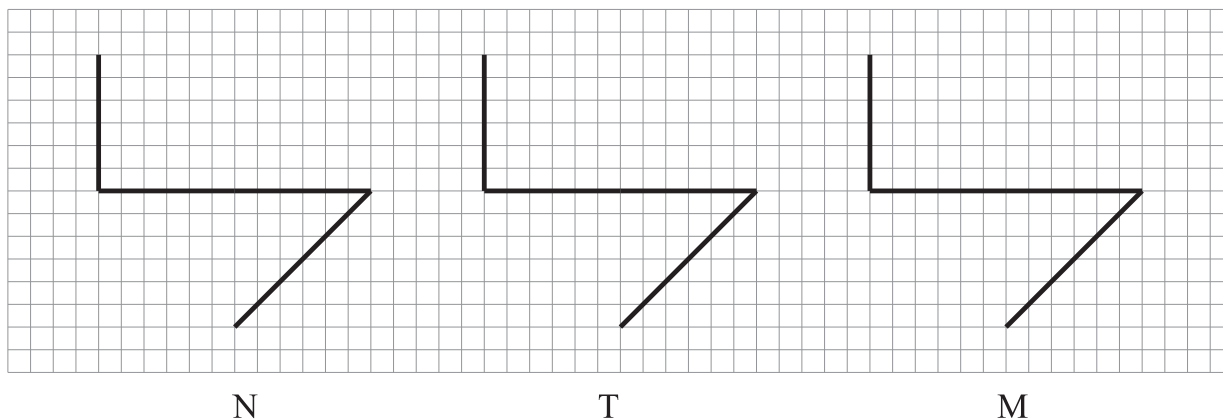
$$\mathbf{r}_B = -g\mathbf{e}_1$$

Q1.3 Calcolare la coppia reattiva in C.

$$\mathbf{c}_C = -\frac{1}{2} \left(\tilde{c} + 2fL + 3gL \right) \mathbf{e}_3$$

Problema 2. Si consideri il sistema piano rappresentato in fig. 2.

Q2.1 Si traccino i diagrammi quotati delle caratteristiche di sollecitazione N, T e M della struttura sulle linee fondamentali sotto predisposte.



Problema 3. Si considerino i sistemi in fig. 3.

Q3.1 Determinare le coordinate del centro istantaneo di rotazione del corpo ABC rispetto al sistema di riferimento $\{O; x, y\}$.

$$(x_I, y_I) = (L, -2L)$$

Q3.2 Determinare il carico critico del sistema in fig. 3(a).

$$p_c^{(a)} = \frac{3}{2} \left(\frac{\lambda}{L} + kL \right)$$

Q3.3 Si confronti il carico critico del sistema in fig. 3(b) con quello del sistema in fig. 3(a). Si ha:

☐ $p_c^{(b)} < p_c^{(a)}$

☒ $p_c^{(b)} = p_c^{(a)}$

☐ $p_c^{(b)} > p_c^{(a)}$

Problema 4. Si consideri il sistema materiale piano in fig. 4 ($\rho = 1$).

Q4.1 Si calcolino le coordinate del baricentro G rispetto al sistema di riferimento $\{O; x, y\}$.

$$(x_G, y_G) = \left(\frac{31}{54}a, \frac{3}{2}a \right)$$

Q4.2 Si calcoli il momento d'inerzia del sistema materiale rispetto all'asse x .

$$J_x = \frac{189}{32}a^4$$

Problema 5. Si consideri il sistema dinamico in fig. 5, la cui configurazione generica è individuata dallo spostamento orizzontale $q_1(t)$ del punto A , e dalla rotazione $q_2(t)$ intorno al punto E .

Q5.1 Si calcolino i coefficienti della matrice delle masse \mathbf{M} .

$$M_{11} = \frac{3}{4}m, \quad M_{12} = \frac{mL}{2}, \quad M_{22} = 6mL^2$$

Q5.2 Si calcolino i coefficienti della matrice delle rigidezze \mathbf{K} .

$$K_{11} = \frac{k}{4}, \quad K_{12} = -\frac{kL}{2}, \quad K_{22} = 3kL^2$$

Q5.3 La pulsazione più bassa p_{min} del sistema vale:

$$p_{min} = \sqrt{\frac{17 - 3\sqrt{17}}{34} \frac{k}{m}}$$

Problema 6. Si consideri il sistema con aste deformabili in fig. 6. Tutte le aste hanno rigidezza k .

Q6.1 Determinare uno stato di sollecitazione auto-equilibrato $\boldsymbol{\sigma}^{(o)}$, ponendo $\sigma_3^{(o)} = N_o$.
 $\boldsymbol{\sigma}^{(o)} = [\sigma_1^{(o)}, \sigma_2^{(o)}, \sigma_3^{(o)}, \sigma_4^{(o)}, \sigma_5^{(o)}]^T$.

$$\boldsymbol{\sigma}^{(o)} = N_o \left[\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}, 1, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right]^T$$

Q6.2 Determinare l'allungamento Δl_3 dell'asta 3 compatibile con $\Delta l_1 = \Delta l_2 = 0, \Delta l_4 = \Delta l_5 = \delta$.

$$\Delta l_3 = -\sqrt{2}\delta$$

Si calcolino i coefficienti della prima colonna della matrice delle rigidezze \mathbf{K} , con $\mathbf{u} = [u_{3x}, u_{3y}, u_{4x}, u_{4y}]^T$ e $\mathbf{f} = [f_{3x}, f_{3y}, f_{4x}, f_{4y}]^T$ (metodo degli spostamenti - $\mathbf{Ku} = \mathbf{f}$).

Q6.3

$$K_{11} = 2k, \quad K_{21} = 0, \quad K_{31} = -k, \quad K_{41} = 0$$