

COGNOME: .....

NOME: .....

Matricola: .....

FIRMA: .....

CdS: .....

Criterio di valutazione: 2 punti per ogni risposta corretta, 0 punti per ogni risposta errata o omessa, -0.5 punti per ogni risposta a scelta multipla errata. Ogni diagramma delle caratteristiche di sollecitazione vale 1 punto se corretto, -0.5 punti se errato o omesso.

**Problema 1.** Si consideri il sistema piano di corpi rigidi rappresentato in fig. 1, con  $\mathbf{f} = -f\mathbf{e}_1$ ,  $\mathbf{g} = -g\mathbf{e}_2$  e  $\tilde{\mathbf{c}} = \tilde{c}\mathbf{e}_3$  ( $f, g, \tilde{c} > 0$ ).

**Q1.1** La coppia reattiva in A vale:

☐  $c_A = \frac{g-2f}{2}L - \tilde{c}$     ☐  $c_A = -\frac{g-2f}{2}L + \tilde{c}$     ☐  $c_A = \frac{g+2f}{2}L - \tilde{c}$     ☐  $c_A = -\frac{g+2f}{2}L + \tilde{c}$     ☒ altro  $\left[\frac{gL}{2} - \tilde{c}\right]$

**Q1.2** Calcolare la reazione in A.

$$\mathbf{r}_A = \frac{g}{2}\mathbf{e}_2$$

**Q1.3** Calcolare la reazione in B.

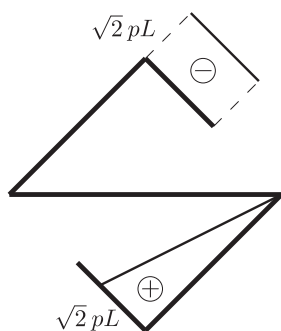
$$\mathbf{r}_B = f(\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2)$$

**Q1.4** Calcolare la reazione in C.

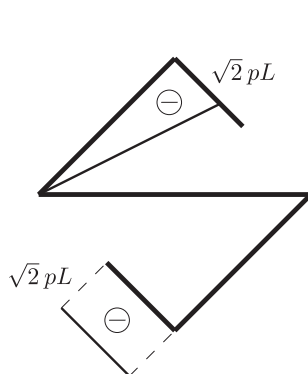
$$\mathbf{r}_C = \frac{g-2f}{2}\mathbf{e}_2$$

**Problema 2.** Si consideri il sistema piano rappresentato in fig. 2.

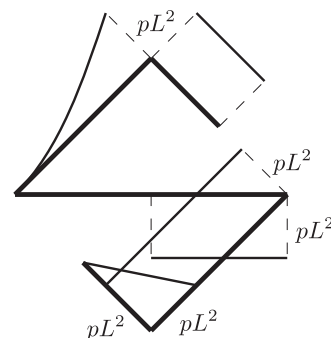
**Q2.1** Si traccino i diagrammi quotati delle caratteristiche di sollecitazione N, T e M della struttura sulle linee fondamentali sotto predisposte.



N



T



M

**Problema 3.** Si considerino i sistemi in fig. 3.

**Q3.1** Determinare le coordinate del centro istantaneo di rotazione del corpo DEF rispetto al sistema di riferimento  $\{O; x, y\}$ .

$$(x_I, y_I) = (2L, 2L)$$

**Q3.2** Determinare il carico critico del sistema in fig. 3(a).

$$p_c^{(a)} = \frac{2kL^2 + 4\lambda}{3L}$$

**Q3.3** Si confronti il carico critico del sistema in fig. 3(b) con quello del sistema in fig. 3(a). Si ha:

☐  $p_c^{(b)} < p_c^{(a)}$

☐  $p_c^{(b)} = p_c^{(a)}$

☒  $p_c^{(b)} > p_c^{(a)}$

$\left[ p_c^{(b)} = \frac{3\sqrt{2}}{4} p_c^{(a)} \right]$

**Problema 4.** Si consideri il sistema materiale piano in fig. 4 ( $\rho = 1$ ).

**Q4.1** Si calcolino le coordinate del baricentro  $G$  rispetto al sistema di riferimento  $\{O; x, y\}$ .

$(x_G, y_G) = \left( \frac{11}{12}a, \frac{11}{12}a \right)$

**Q4.2** Si calcoli il momento d'inerzia del sistema materiale rispetto all'asse  $x$ .

$J_x = \frac{5}{2}a^4$

**Q4.3** L'asse  $\xi$  è asse d'inerzia principale per il sistema materiale piano indicato in fig. 4.

☒ V ☐ F

**Problema 5.** Si consideri il sistema dinamico in fig. 5, la cui configurazione generica è individuata dallo spostamento orizzontale  $q_1(t)$  del punto  $A$ , e dalla rotazione  $q_2(t)$  intorno al punto  $A$ .

**Q5.1** Si calcolino i coefficienti della matrice delle masse  $\mathbf{M}$  (due terzi di punto per ogni valore corretto, nessun punto per ogni valore errato od omesso).

$M_{11} = 3m, M_{12} = -ml, M_{22} = 6mL^2$

**Q5.2** Si calcolino i coefficienti della matrice delle rigidezze  $\mathbf{K}$  (due terzi di punto per ogni valore corretto, nessun punto per ogni valore errato od omesso).

$K_{11} = \frac{3}{2}k, K_{12} = \frac{1}{2}kL, K_{22} = \frac{3}{2}kL^2$

**Q5.3** La pulsazione più bassa  $p_{min}$  del sistema vale:

$p_{min} = \sqrt{\frac{29 - 3\sqrt{33}}{68} \frac{k}{m}} \simeq 0.416 \sqrt{\frac{k}{m}}$

**Q5.4** Si determini la forma del modo di vibrazione associato a  $p_{min}$ .

$(q_1, q_2) = \left( \frac{-21 + \sqrt{33}}{5 + 3\sqrt{33}}, \frac{1}{L} \right) \simeq (-0.686, \frac{1}{L})$

**Problema 6.** Si consideri il sistema con aste deformabili in fig. 6.

**Q6.1** Determinare uno stato di sollecitazione auto-equilibrato  $\sigma^{(o)}$ , ponendo  $\sigma_5^{(o)} = N_o$ .  
 $\sigma^{(o)} = [\sigma_1^{(o)}, \sigma_2^{(o)}, \sigma_3^{(o)}, \sigma_4^{(o)}, \sigma_5^{(o)}]^T$ .

$\sigma^{(o)} = N_o \left[ \frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{5}}{2}, -\frac{1}{2}, 1, 1 \right]^T$

**Q6.2** Determinare l'allungamento  $\Delta l_2$  dell'asta 2 compatibile con  $\Delta l_1 = \Delta l_3 = 0, \Delta l_4 = \Delta l_5 = \delta$ .

$\Delta l_2 = \frac{4\sqrt{5}}{5}\delta$

**Q6.3** Il carico  $f = [f_{1x}, f_{1y}, f_{2x}, f_{2y}, f_{3x}]^T = [p, p, -p, p, 0]^T$  è staticamente ammissibile.

☒ V ☐ F

